

УДК 519.71(575.1)

## АЛГОРИТМ ОБУЧЕНИЯ МАТРИЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

Мухамедиева Д.Т.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Национальный исследовательский университет «ТИИМСХ»,  
Ташкент, Узбекистан  
dilnoz134@rambler.ru

**Аннотация.** *Применение теории нечеткой логики при решении задач классификации дает возможность получить принципиально новые модели и методы анализа данных систем. Предлагается нейро - нечеткий алгоритм синтеза систем нечеткого вывода. Описывается двухэтапный адаптивный алгоритм синтеза систем нечеткого вывода. На первом этапе производится кластеризация исходных нечетких параметров с целью сокращения числа входных параметров нечетких правил, а на втором - осуществляется синтез нечетких моделей (правил вывода) типа Мамдани и применение матричного представления нечеткой логики для решения задач классификации.*

**Ключевые слова:** *нечеткое множество, правила продукций, нечеткий вывод, нечеткая модель, база знаний, экспертная матрица знаний, алгоритм, альтернатива, принятие решений.*

### I. ВВЕДЕНИЕ

При решении прикладных задач в условиях неопределенности нечеткой природы информацию, необходимую для построения и реализации системы принятия решений, можно разделить на две части: численную (количественную), и лингвистическую (качественную), поступающую от эксперта. Значительная часть систем нечеткого вывода использует второй вид знаний, чаще всего представляемых в форме базы нечетких правил. Они отображают структуру нечеткой модели задачи в целом и содержат основные знания (экспертную информацию) о моделируемой системе, т.е. главную составляющую «интеллекта» рассматриваемой задачи. Поэтому корректное формирование нечеткой базы правил является важным условием эффективного решения поставленной задачи. Для

того, чтобы такая модель была адекватна реальной ситуации, количество формируемых правил в системе нечеткого вывода обычно должно быть равно числу условий А правил, т.е. числу элементов входного вектора системы. Чрезмерно большое их число приводит к увеличению размерности модели и, соответственно, сложности решаемой задачи. Кроме того, объем имеющейся доступной информации, в том числе экспертной, о моделируемой системе часто оказывается недостаточным для построения более сложной и адекватной модели. Следует также учитывать наличие объективных ограничений на точность получения исходных данных. Поэтому при их формировании и оценке в процессе построения исследуемых моделей следует использовать принцип разумной полноты и точности. Это обуславливает важность систематизации и классификации ис-

ходной информации с целью разумного сокращения количества правил систем нечеткого вывода.

При решении задач классификации наиболее распространение получили методы: Mamdani, Tsukamoto, Larsen, Takagi-Sugeno. Ниже представлен сравнительный анализ нечетких моделей [1-3]. Модели Мамдани может быть определена следующим образом [4,5]:

- Определение нечеткой базы правил;
- Фаззификация входных переменных;
- Агрегирование подусловий, для каждого правила выполняется расчет значений степеней принадлежности. Для расчетов используются правила, где значения степеней принадлежности предпосылок не нулевые;

$$\bigcup_{p=1}^{k_j} \left( \bigcap_{i=1}^n x_i = a_{i,jp} - c \text{ весом } w_{jp} \right) \rightarrow y_j = f_j \quad (1)$$

Здесь:  $x_i, y_j$  - входные и выходные переменные;  $j = \overline{1, m}$  - номер правила;  $a_{i,jp}$  - лингвистический терм, которым оценивается входная переменная  $x_i$ , в строке-конъюнкции с номером  $jp$  ( $jp = \overline{1, k_j}$ )  $j$ -го правила;  $w_{jp} = [0,1]$  - весовой коэффициент правила с номером  $jp$ .

В модели (1) входные переменные оцениваются нечеткими термами  $a_{i,jp}$  (например, квантификаторами типа ОН – очень низкий, Н - низкий, НС – ниже среднего, С - средний, ВС – выше среднего, В - высокий, ОВ – очень высокий), которые описываются собственными функциями принадлежности (ФП). В общем виде ФП описываются выражением:

$$\tilde{\mu}^l(x_i^j) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x_i^j - c_l^j}{s_l^j} \right)^2} \quad (2)$$

– Активизация подзаклучений в нечетких правилах рассчитывается по формуле, учитывая только активные правила;

– Аккумуляция заключений нечетких правил продукций, где выполняется объединение нечетких множеств и получают итоговое множество нечеткое для выходных лингвистических переменных;

– При дефаззификации результат приводят к четкому представлению, используя метод центра тяжести.

## II. ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ МЕТОДЫ

Рассматривается задача нечеткого логического вывода (НЛВ), описываемая нечеткой моделью Мамдани [2,10]:

Здесь  $c_l^j, s_l^j$  - параметры ФП,  $j$  - номер правила,  $l = a_{i,jp}$  - индекс термина.

Данный алгоритм математически может быть описан следующим образом.

1. Нечёткость: находятся степени истинности для предпосылок каждого правила;

2. Нечёткий вывод: находятся уровни отсечения для предпосылок каждого из правил с использованием операции минимума;

3. Композиция: с использованием операции  $\max$  производится объединение найденных усеченных функций, что приводит к получению итогового нечёткого подмножества для переменной выхода с функцией принадлежности;

4. Приведение к чёткости производится, например, центроидным методом.

### III. АЛГОРИТМ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКИХ ПРАВИЛ СНВ

Основным назначением этого алгоритма, реализуемого на первом этапе, является сокращение исходного числа входных параметров правил (1) и, соответственно, числа правил, с использованием процедур кластеризации и формирование правил СНВ с предварительными (грубыми) значениями параметров описывающих их ФП (2).

Алгоритм кластеризации реализуется в следующей последовательности.

**Шаг 1.** Разделение множества  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  на непересекающиеся классы эквивалентности. Представим, что нам известно минимальное и максимальное значение каждой входной и выходной информации. По ним можно определить интервалы, в которых находятся допустимые значения. Для входного сигнала  $x_i$  такой интервал обозначим  $[x_{iq}^-, x_{iq}^+]$ . Если значения  $x_{iq}^-$  и  $x_{iq}^+$  неизвестны, то можно воспользоваться обучающими данными и выбрать из них соответственно минимальное и максимальное значения.

Каждый определенный таким образом интервал разделим на  $K$  областей (отрезков), причем значение  $K$  для каждого сигнала подбирается индивидуально, а отрезки могут иметь одинаковую или различную длину.

Для оценки значений лингвистических переменных будем использовать указанную выше семиуровневую шкалу квантификаторов термов. Каждый из этих термов представляет нечеткое множество, заданное с помощью соответствующей функции принадлежности.

Пользуясь введенными качественными термами (классификаторами) и знаниями эксперта, представим нечеткие правила в виде таблицы, элементами которой являются функции принадлежности термов нечетких правил.

Используя таблицу и операции  $\wedge$  (И - min) и  $\vee$  (ИЛИ - max), легко записать систему нечетких логических уравнений, связывающих функции принадлежности заключений НЛВ и входных переменных.

В общем случае каждая переменная входного вектора  $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$   $q = \overline{1, N}$  имеет свои собственные функции принадлежности нечетким термам (ОН, Н, НС, С, ВС, В, ОВ), которые используются в правилах СНВ. Для упрощения моделирования будем использовать для всех переменных входного вектора только одну форму функций принадлежности.

**Шаг 2.** Построение нечетких правил на основе обучающих данных.

Вначале определим степени принадлежности обучающих данных (3) к каждой области, выделенной на шаге 1. Эти степени будут выражаться значениями ФП нечетких множеств соответствующей группы данных.

### IV. АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ И НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКИХ ПРАВИЛ СНВ

Для идентификации параметров заключений в правилах (1) предлагается использовать следующий алгоритм:

1. Фиксируются значения входных и выходных параметров состояния объекта:

$$X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*), Y^* = \{y_q^*\}, \\ q = \overline{1, N}.$$

2. Определяются значения функций принадлежности входных параметров  $\mu^q(x_i^*)$  при фиксированных значениях вектора  $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$ .

3. Вычисляются значения функций принадлежности выходных параметров  $\mu^{yq}(x_{1q}^*, x_{2q}^*, \dots, x_{nq}^*)$  при фиксированных значениях вектора  $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$ .

4. Нормализация

$$U_{ij} = l \frac{x_{ij} - x_{minj}}{x_{maxj} - x_{minj}}, l = 4.$$

5. Приведение к нечеткости (фазификация процесса)

$$\mu_{ij}^k = \frac{1}{1 + \frac{(U_{ij} - k)^2}{\sigma^2}},$$

$$\mu_{ij}^* = \max_k \mu_{ij}^k, l = 4, k = 0, l.$$

6. Расчет термов базы знаний

$$V_{ij} = \arg \mu_{ij}^*.$$

7. Нечеткий логический вывод – Модель Мамдани.

8. Расчет адекватности

$$\mu_{ij}^* = \frac{1}{1 + \frac{(U_{ij} - k)^2}{\sigma^2}}.$$

$$C(x) = \begin{pmatrix} 1 & x_0 \\ 0 & x_1 \end{pmatrix}; D(x) = \begin{pmatrix} x_0 & 0 \\ x_1 & 1 \end{pmatrix}; I(x) = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ x_0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

С помощью этих матриц логические операции над нечеткими векторами могут быть представлены в виде

$$x \wedge y = C(x)y; x \vee y = D(x)y; x \rightarrow y = D(x)y, \quad (7)$$

В матричном представлении [7] для описания степени истинности высказывания А вводится двухмерный вектор  $x$ . Если ввести базисные векторы  $e^{(0)}$  и  $e^{(1)}$ , то вектор  $x$  может быть представлен в виде

$$x = x_0 e^{(0)} + x_1 e^{(1)}, \quad (3)$$

причем компоненты вектора  $x$  – числа  $x_0, x_1$  – удовлетворяют условиям

$$0 \leq x_0, x_1 \leq 1, x_0 + x_1 = 1. \quad (4)$$

Сами базисные векторы  $e^{(0)}$  и  $e^{(1)}$  описывают высказывания со степенью уверенности 0 и 1 соответственно. Операции отрицания соответствует перестановка компонент вектора  $x: \neg x = x_1 e^{(0)} + x_0 e^{(1)}$ .

В «классической» нечеткой логике оценка неопределенности высказывания вызывает затруднения [9]. Представление нечетких высказываний в векторном виде позволяет вычислять их неопределенность с помощью известной формулы теории информации:

$$S(x) = -x_0 \log_2 x_0 - x_1 \log_2 x_1. \quad (5)$$

Логические операции над векторами – конъюнкцию, дизъюнкцию и импликацию – можно представить в матричном виде. Составим из компонент вектора  $x$  конъюнктивную  $C(x)$ , дизъюнктивную  $D(x)$  и импликативную  $I(x)$  матрицы размером  $2 \times 2$  [7]:

где вектор  $y$  следует мыслить, как матричный столбец  $1 \times 2$ , составленный из его компонент  $y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \end{pmatrix}$ , а точка обо-

значает обычное матричное умножение. Результатом логических операций, сформулированных в таком виде, тоже будет нечеткий вектор. Детальное обоснование сделанного выбора матриц (6) представлено в работе [7].

Нечеткий предикат  $x(s)$  – это векторная функция, заданная на множестве определения  $S$ , принимающая значения в пространстве нечетких векторов  $F$ , элементы которого описываются формулами (1) и (2), то есть

$$x(s) = \begin{pmatrix} x_0(s) \\ x_1(s) \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$0 \leq x_0(s), x_1(s) \leq 1; x_0(s) + x_1(s) = 1. \quad (9)$$

Из определения предиката следует, что в качестве значения  $x_1(s)$  используется значение функции принадлежности нечеткой переменной  $\mu_x(s)$ . В то время как для выполнения условий (2) необходимо  $x_0(s) = 1 - \mu_x(s)$ . Операции над нечеткими предикатами сводятся к операциям над нечеткими векторами [10-14].

В приложениях нечеткой логики большое распространение получил алгоритм Мамдани, в котором предлагается находить следствие правила  $y$  как конъюнкцию предпосылки правила  $x$  и некоторой переменной  $w$ , заданной на области определения  $y$ :

$$y = x \wedge w. \quad (10)$$

В матричном виде это выражение имеет вид:

$$y = C(x)w. \quad (11)$$

Нечеткое правило *modusponens* может быть записано следующим образом через импликацию:

$$x \rightarrow y = z. \quad (12)$$

В матричном виде это правило выглядит как:

$$I(x)y = z. \quad (13)$$

Из формул (11) и (13) следует связь между переменными  $w$  и  $z$ :

$$z = C(x)I(x)w. \quad (14)$$

Согласно этой формуле, задавая переменную  $w$ , как того требует алгоритм Мамдани, зададим и нечеткость  $z$  правила *modusponens* (12). В этом смысле можно строго считать, что алгоритм Мамдани является логическим выводом, хотя обычно его рассматривают только как модель вывода. При решении конкретных задач во многих случаях бывает легче определить переменную  $w$ . Матричный метод позволяет при этом указать степень нечеткости  $z$  правила (10).

## V. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Вычислительный эксперимент по оценке эффективности предложенного метода классификации проводился на базах данных UCI машинного обучения. Репозиторий UCI (UCI Machine Learning Repository) представляет собой набор реальных и модельных задач машинного обучения, которые используются научным сообществом для эмпирического анализа алгоритмов машинного обучения. Содержит реальные данные по прикладным задачам в области биологии, медицины, физики, техники, социологии, и др. Архив был создан в 1987 году Дэвидом Ага и коллегами аспирантами Калифорнийского

университета в городе Ирвин (School of Information & Computer Science University of California, Irvine, USA, <http://www.ics.uci.edu>). С этого времени, он широко используется студентами, преподавателями и исследователями во всем мире в качестве основного источника машинного обучения наборов данных.

На основе матричного представления нечеткой логики Мамдани на модельных задачах получены результаты классификации и проведен сравнительный анализ.

Таблица 1

N	Базы взяты для тестирования				Изменения значений L						
	Имя	N	M	Имя класса	3	5	7	9	11	13	15
1	Animal	101	16	7	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
2	Wine	178	13	3	98,33	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
3	Iris	150	4	3	67,33	96,00	97,3	98,00	98,67	100,0	100,0
4	Liver	178	10	2	80,34	90,45	96,63	98,88	99,44	99,44	99,44
5	Caesarian	80	5	2	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50
6	Fire	244	10	2	86,07	93,85	96,72	99,18	99,18	100,0	100,0
7	Ecoli	336	7	8	66,96	87,50	93,45	97,02	98,81	99,70	100,0

Таблица 2

N	Базы взяты для тестирования				Изменения значений L						
	Имя	N	M	Имя класса	3	5	7	9	11	13	15
1	Animal	101	16	7	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
2	Wine	178	13	3	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
3	Iris	150	4	3	85,33	98,00	98,67	99,33	99,33	100,0	100,0
4	Liver	178	10	2	86,52	94,94	97,75	98,88	99,44	100,0	99,44
5	Caesarian	80	5	2	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50	57,50
6	Fire	244	10	2	96,31	97,54	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
7	Ecoli	336	7	8	77,38	89,88	94,05	96,43	98,81	100,0	100,0

Эксперименты были выполнены 10 раз для каждого набора данных с использованием 10-кратной кросс-проверки (crossvalidation) [16, 17, 18].

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный адаптивный алгоритм позволяет упрощать процедуры синтеза нечетких правил СНВ за счет

существенного снижения размерности множества исходных переменных и осуществлять оперативную корректировку нечетких моделей в условиях изменяющихся параметров среды. Результаты вычислительных экспериментов, проведенных для классификации элементов тестовых баз данных с использованием известных методов, показали более высокую точность предложенного двухэтапного адаптивного алгоритма классификации. Предложенный подход был апробирован также для решения задач прогнозирования с использованием реальных данных. Полученные результаты показали высокую эффективность нечетких моделей прогнозирования, синтезированных по предложенному алгоритму [11-13].

Перспективным направлением исследований по рассматриваемой проблематике является разработка методов и алгоритмов синтеза правил СНВ с использованием комбинации средств "Soft Computing"- технологии: нечетких множеств, нейронных сетей и генетических алгоритмов.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. - М.: Мир, 1976. - 165 с.
- [2] *Алиев Р.А., Алиев Р.Р.* Теория интеллектуальных систем и ее применение. - Баку, Изд-во Чашыоглы, 2001. - 720 с.
- [3] *Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П.* Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
- [4] *Лезам А.* Нечеткое моделирование и управление. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. - 798 с. (серия «Адаптивные и интеллектуальные системы»).
- [5] *Heckerman, D.* (1998) "A Tutorial on Learning with Bayesian Networks," In Jordan, M. (Ed.), Learning in Graphical Models, MIT Press.
- [6] *Vapnik, V. and Lerner, A. J.,* "Generalized portrait method for pattern recognition," Automation and remote Control, vol. 24, no. 6, 1963.
- [7] *Марценюк, М.А.* Матричное представление нечеткой логики [Текст] / М.А. Марценюк // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Научный журнал Российской ассоциации нечетких систем и мягких вычислений. - 2007. -Т. 2. -№ 3. -С. 7-35.
- [8] *C. J. C. Burges.* "A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition" Knowledge Discovery and Data Mining, 2(2), 1998.
- [9] *Vityaev E.E., Kostin V.V., Podkolodny N.A., Kolchanov N.A.* Natural classification of nucleotide sequences. // Proc. of the Third International Conference On Bioinformatics of Genome Regulation and Structure (BGRS' 2002, Novosibirsk, Russia, July 14-20, 2002), v3, ICG, Novosibirsk, 2002, pp. 197-199.
- [10] *Штовба С.Д.* "Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику". <http://www.matlab.exponenta.ru>.
- [11] *Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Бобомуратов О.Ж.* Нечеткая модель прогнозирования урожайности// Научный журнал

- СО РАН “Проблемы информатики”. – Новосибирск, 2010. № 3. – С. 11-23.
- [12] *Bekmuratov T.F., Muhamedieva D.T., Bobomuradov O.J.* Model prediction of yield initial conditions. Ninth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing. ICAFS – 2010. Edited by R.A. Aliev, K.W. Bonfig, M. Jamshidi, W. Pedrycz, I.B. Turksen. b – Quadrat Verlag. Prague, Czech Republic. August 26-27, 2010. – pp. 321-328.
- [13] *Bekmuratov T.F., Muhamedieva D.T., Bobomuradov O.J.* Fuzzy inference system for forecasting problems. IJUCI - International Journal of Ubiquitous Computing and Internationalization. V.3, No. 1, April 2011. ITIRC. - pp. 1-6.
- [14] *Y.J. Oyang, S.C. Hwang, Y.Y. Ou, C.Y. Chen, Z.W. Chen*, Data classification with the radial basis function network based on a novel kernel density estimation algorithm, IEEE Transactions on Neural Networks 16 (1) (2005) 225–236.
- [15] *G. Chen, et al.* A new approach to classification based on association rule mining. Decis. Support Syst. 2006;42:674-689.
- [16] *Y.C. Hu*, Fuzzy integral-based perceptron for two-class pattern classification problems, Information Sciences 177 (2007) 1673–1686.
- [17] *K.G. Srinivasa, K.R. Venugopal, L.M. Patnaik*, A self-adaptive migration model genetic algorithm for data mining applications, Information Sciences 177 (2007) 4295–4313.
- [18] *Primova, Kh.* (2022). Calculating Z-number by Using the Fuzzy Conversion Method. International Journal of Theoretical and Applied Issues of Digital Technologies, 1(1), 16–22.

Поступила в редакцию 26.10.2022

**Цитирование:** Мухамедиева Д.Т. (2022). Алгоритм обучения матричного представления нечетких систем логического вывода. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий*, 2(2), –С. 85-93.

## LEARNING ALGORITHM FOR MATRIX REPRESENTATION OF FUZZY LOGICAL INCLUSION SYSTEMS

*Mukhamedieva D.T.*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National Research University "TIIMSH", Tashkent, Uzbekistan  
dilnoz134@rambler.ru

**Abstract.** *The application of fuzzy logic theory in solving classification problems makes it possible to obtain fundamentally new models and methods for analyzing these systems. A neuro-fuzzy algorithm for the synthesis of fuzzy inference systems is proposed. A two-stage adaptive algorithm for the synthesis of fuzzy inference systems is described. At the first stage, the initial fuzzy parameters are clustered in order to reduce the number of input parameters of fuzzy rules, and at the second stage, fuzzy models (inference rules) of the Mamdani type are synthesized and the matrix representation of fuzzy logic is used to solve classification problems.*



**Keywords:** *fuzzy set, production rules, fuzzy inference, fuzzy model, knowledge base, expert knowledge matrix, algorithm, alternative, decision making*

**Citation:** *Mukhamedieva D.T. (2022). Learning Algorithm for Matrix Representation of Fuzzy Logical Inclusion Systems. INTERNATIONAL JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED ISSUES OF DIGITAL TECHNOLOGIES, 2(2), –P.85-93.*

## **NORAVSHAN MANTIQIY XULOSA TIZIMLARINING MATRITSALI ALGORITMNI O‘QITISH.**

*Muxamediyeva D.T.*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> “TIIMSH” Milliy tadqiqot universiteti, Toshkent, O‘zbekiston.  
dilnoz134@rambler.ru

**Annotatsiya.** *Sinflashtirish masalalarini yechishda noravshan mantiq nazariyasini qo'llash orqali ma'lumotni intellektual tahlil tizimini yangi modellari olish imkonini beradi. Noravshan xulosalar tizimlarini sintez qilish uchun neyro-noravshan algoritmi taklif etildi. Noravshan xulosalar tizimlarini sintez qilish uchun ikki bosqichli adaptiv algoritmi taflif etildi. Birinchi bosqichda noravshan qoidalarning kirish parametrlari sonini kamaytirish uchun dastlabki noravshan parametrlar klasterlanadi, ikkinchi bosqichda esa Mamdani tipidagi noravshan modellar (chiqish qoidalari) sintezlanadi va noravshan mantiqning matritsali masalalarini hal qilishda foydalaniladi.*

**Kalit so‘zlar:** *noravshan to‘plam, ishlab chiqish qoidalari, noaniq xulosa, noravshan model, bilimlar bazasi, ekspert bilimlari matritsasi, algoritmi, alternativ, qaror qabul qilish.*