

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ НЕФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБОЛОЧЕК В НЕСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Индиаминов Р.Ш.¹, Бутаев Р.Б.², Холжигитов С.М.²

¹ Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан

² Джизакский государственный педагогический университет, Джизак, Узбекистан

r_indiaminov@mail.ru, ruslanbutaev83@mail.ru, sobirjon2020@inbox.ru

Аннотация. В процессе деформации тела происходит изменение формы его поверхности, что приводит к изменению направления тока, то есть изменяется электромагнитное поле тела, возникают вихревые токи, которые, взаимодействуя с внешним магнитным полем, приводят к появлению сил электромагнитного происхождения. Эти силы изменяют напряженное состояние тела и электромагнитного поля в нем. В работе математически моделировано магнитоупругое деформирование ферромагнитных тонких оболочек находящейся под воздействием нестационарных электромагнитных сил и механических нагрузок. Получены численные результаты и проведены анализ электромагнитных эффектов напряженно-деформированного состояния ферромагнитных тонких оболочек. Исследуется влияние толщины на напряженно-деформированное состояние оболочки.

Ключевые слова: оболочка, деформация, напряжения, электромагнитное поле, магнитоупругость.

I. ВВЕДЕНИЕ

Важное место в механике сопряженных полей занимают вопросы изучения движения сплошной среды с учетом электромагнитных эффектов. Механизм взаимодействия упругой среды с электромагнитным полем разнообразен и обусловлен геометрическими характеристиками и физическими свойствами рассматриваемого тела. В частности, этот механизм получает некоторые специфические особенности, когда рассматриваем проблемы относительно ферромагнитных тонких пластин и оболочек.

При движении проводящего тела в магнитном поле или при изменении

магнитного поля во времени в теле возникают индуцированные токи и обусловленные ими пондеромоторные силы Лоренца, что, в свою очередь, сопровождается деформацией среды и появлением волн напряжений. Движение упругой среды в магнитном поле описывается совместной системой уравнений электродинамики медленно движущейся среды и уравнений динамической теории упругости с учетом пондеромоторных сил. Данная система уравнений является нелинейной за счет нелинейности соотношений обобщенного закона Ома и выражений для пондеромоторных сил.

При постоянных механических и геометрических параметрах задачи, с

помощью изменения электродинамических параметров можно получить конструктивные элементы с качественно новым механическим поведением. Отметим, что в последнее время созданы материалы и нано материалы с новыми электромагнитными свойствами. Эти материалы могут эффективно использоваться в различных областях новой техники при разработке новых технологий.

В последние десятилетия значительное внимание в литературе уделяется исследованию процесса деформации электропроводных тел, помещенных во внешнее переменное магнитное поле, под воздействием нестационарных силовых, тепловых и электромагнитных нагрузок.

Интерес к исследованиям в этой области связан с важностью количественного изучения и оценки наблюдаемых эффектов взаимосвязи нестационарных механических, тепловых и электромагнитных процессов и их практическим применением в различных областях современной техники при разработке новых микротехнологий, а также в области микронанотехнологии и микроэлектроники, а также современных измерительных системах и т.д. [1-10].

II. НЕЛИНЕЙНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ МАГНитоУПРУГОСТИ.

Будем рассматривать неферромагнитных тонких оболочек переменной вдоль меридиана толщины, находящихся под действием нестационарных электромагнитных и механических полей. Пренебрегая влиянием процессов поляризации и намагничивания, считаем, что к торцу оболочку подводится переменный электрический ток от внешнего источника. Предполагается, что сторонний электрический ток в невозмущенном состоянии равномерно распределен по телу (плотность тока не зависит от координат).

Предположим, что геометрические и механические характеристики тела таковы, что для описания процесса деформирования применим вариант геометрически нелинейной теории тонких оболочек в квадратичном приближении. Также предполагаем, что относительно напряженности электрического поля \vec{E} и напряженности магнитного поля \vec{H} выполняются электромагнитные гипотезы [1]:

$$E_1 = E_1(\alpha, \beta, t), \quad E_2 = E_2(\alpha, \beta, t), \quad E_3 = \frac{\partial v}{\partial t} B_1 - \frac{\partial u}{\partial t} B_2.$$

$$H_1 = \frac{1}{2}(H_1^+ + H_1^-) + \frac{\gamma}{h}(H_1^+ - H_1^-),$$

$$H_2 = \frac{1}{2}(H_2^+ + H_2^-) + \frac{\gamma}{h}(H_2^+ - H_2^-),$$

$$H_3 = H_3(\alpha, \beta, t).$$
(1)

Эти допущения являются некоторым электродинамическим аналогом гипотезы недеформируемых нормалей и вместе с последней составляют гипотезы магнитоупругости тонких тел.

Принятие этих гипотез позволяет свести задачу о деформации трехмерного тела к задаче о деформации выбранной произвольным образом координатной поверхности. Координатную

поверхность в недеформированном состоянии от-несем к криволинейной ортогональной системе координат s и θ , где s – длина дуги образующей (меридиана), отсчитываемая от некоторой фиксированной точки, θ – центральный угол в параллельном круге, отсчитываемый от выбранной плоскости. Координатные линии $s = const$ и $\theta = const$ являются линиями главных кривизн координатной поверхности. Выбирая координату ζ по нормали к координатной поверхности вращения, относим оболочку к координатной пространственной системе координат s, θ, ζ . Предполагаем, что на поверхности оболочки известен вектор магнитной индукции, а также поверхностные механические силы.

При получении разрешающей системы в нормальной форме Коши выберем в качестве основных функций $u, w, \theta_s, N_s, Q_s, M_s, B_\zeta, E_\theta$. Выбрав именно эти функции, в дальнейшем можно выбирать различные комбинации

закрепления оболочки. Дифференциальная система уравнений в основных функциях, описывающая напряженно-деформированное состояние тонкостенных оболочек в магнитном поле при учете геометрической нелинейности разрешается относительно первой производной искомым функций по одной из координат. Предполагаем, что все компоненты возбужденного электромагнитного поля и поля перемещений входящие в уравнения задачи магнитоупругости не зависят от координаты θ , а также считаем, что упругие и электромагнитомеханические характеристики материала оболочки не изменяются вдоль параллели.

После некоторых преобразований [2] получаем полную систему нелинейных дифференциальных уравнений магнитоупругости в форме Коши, которая описывает напряженное состояние электропроводящей гибкой ферромагнитной оболочки при нестационарном воздействии механического и магнитного полей.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} &= \frac{1 - \nu_s \nu_\theta}{e_s h} N_s - \frac{\nu_\theta \cos \varphi}{r} u - \frac{\nu_\theta \sin \varphi}{r} w - \frac{1}{2} \theta_s^2 ; \\ \frac{\partial w}{\partial s} &= -\theta_s ; \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial s} = \frac{12(1 - \nu_s \nu_\theta)}{e_s h^3} M_s - \frac{\nu_\theta \cos \varphi}{r} \theta_s ; \\ \frac{\partial N_s}{\partial s} &= \frac{\cos \varphi}{r} \left[\left(\nu_s \frac{e_\theta}{e_s} - 1 \right) N_s + e_\theta h \left(\frac{\cos \varphi}{r} u + \frac{\sin \varphi}{r} w \right) \right] - \\ &- P_s + h J_{\theta CT} B_\zeta - \sigma_1 h \left[E_\theta B_\zeta + 0.5 \frac{\partial w}{\partial t} B_\zeta (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\zeta^2 \right] + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} ; \\ \frac{\partial Q_s}{\partial s} &= -\frac{\cos \varphi}{r} Q_s + \nu_s \frac{e_\theta}{e_s} \frac{\sin \varphi}{r} N_s + e_\theta h \frac{\sin \varphi}{r} \left(\frac{\cos \varphi}{r} u + \frac{\sin \varphi}{r} w \right) - P_\zeta - \\ &- 0.5 h J_{\theta CT} (B_s^+ + B_s^-) - \sigma_3 h \left[-0.5 E_\theta (B_s^+ + B_s^-) - 0.25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-)^2 - \right. \\ &\left. - \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ - B_s^-)^2 + 0.5 \frac{\partial u}{\partial t} B_\zeta (B_s^+ + B_s^-) + \frac{h}{12} \frac{\partial \theta_s}{\partial t} B_\zeta (B_s^+ + B_s^-) \right] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} ; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial s} = \frac{\cos \varphi}{r} \left[\left(v_s \frac{e_\theta}{e_s} - 1 \right) M_s + \frac{e_\theta h^3}{12} \frac{\cos \varphi}{r} \theta_s \right] + Q_s + N_s \theta_s -$$

$$- \frac{\sin \varphi}{r} \left(v_s \frac{e_\theta}{e_s} M_s + \frac{e_\theta h^3}{12} \frac{\cos \varphi}{r} \theta_s \right) \theta_s + \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial B_\zeta}{\partial s} = -\sigma_2 \mu \left[E_\theta + 0.5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\zeta \right] + \frac{B_s^+ - B_s^-}{h};$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial s} = -\frac{\partial B_\zeta}{\partial t} - \frac{\cos \varphi}{r} E_\theta.$$

В соотношениях (1), (2) использованы общепринятые в теории оболочек и теории электромагнито-упругости обозначения. Кроме того, здесь введены такие обозначения: B_s^\pm - тангенциальные составляющие индукции магнитного поля на поверхностях ферромагнитной токопроводящей оболочки.

Решение краевых задач магнитоупругости связано с определенными трудностями.

Это объясняется тем, что разрешающая система (2) является системой дифференциальных уравнений гиперболо-параболического типа восьмого порядка с переменными коэффициентами.

Компоненты пондеромоторной силы Лоренца включают нелинейные члены, обусловленные учетом перемещений оболочки при ее деформировании.

III. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОУПРУГОСТИ.

Разработанная методика численного решения новых классов связанных задач магнитоупругости ферромагнитных оболочек вращения, основанная на последовательном применении ко-

нечноразностной схемы Ньюмарка, метода квазилинеаризации и дискретной ортогонализации [2-8, 10-16].

Для эффективного использования предложенной методики предполагаем, что при появлении внешнего магнитного поля не возникает резких скин-эффектов по толщине оболочки и электромагнитный процесс по координате ζ быстро выходит на режим, близкий к установившемуся.

Отметим, что, применяя схему Ньюмарка, весь интервал изменения времени разобьем на отдельные малые по времени интервалы и историю деформирования проследим, последовательно решая задачи на каждом временном слое.

IV. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ.

Исследуем поведение ортотропной оболочки в зависимости от изменения толщины оболочки. Задача для ортотропного конуса из бериллия переменной толщины $h = 5 \cdot 10^{-4} (1 - \alpha s/s_N)$ м рассчитана при различных значениях параметра $\alpha = \{0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}$ характеризующего переменность толщины в меридиональном направлении.

При решении задачи параметры принимают следующие значения:

$$s_0 = 0, s_N = 0,5 \text{ м}, h = 5 \cdot 10^{-4} (1 - \alpha \frac{s}{s_N}) \text{ м}, r = r_0 + s \cos \varphi; r_0 = 0,5 \text{ м},$$

$$\omega = 314.16 \text{ c}^{-1}, \rho = 2300 \text{ кг} / \text{м}^3, B_s^+ = B_s^- = 0.5 \text{ Тл}. \varphi = 30^\circ, B_{s0} = 0.1 \text{ Тл},$$

$$\mu = 1.256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} / \text{м}, J_{\theta CT} = -5 \cdot 10^5 \sin \omega t \text{ А} / \text{м}^2, \sigma_1 = 0.279 \cdot 10^8 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1},$$

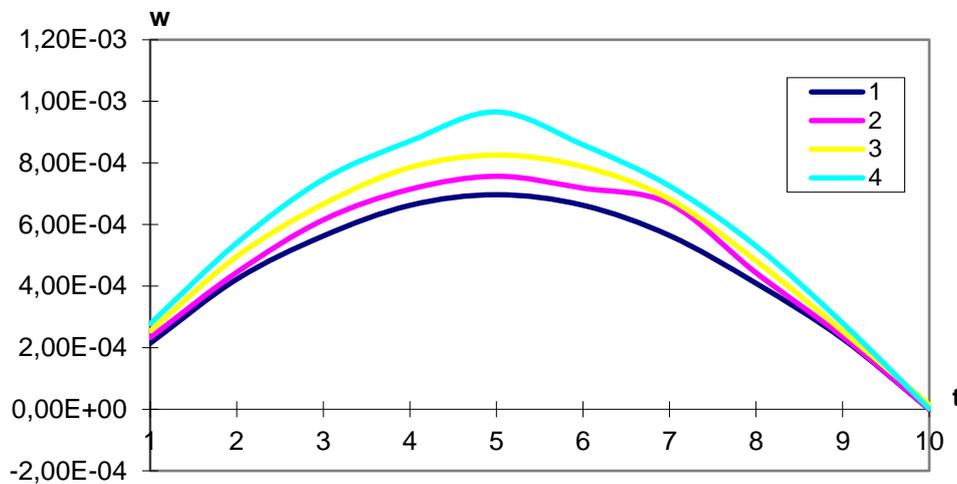
$$\sigma_2 = 0.321 \cdot 10^8 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}, \sigma_3 = 1.136 \cdot 10^8 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}, \nu_s = 0.03, \nu_\theta = 0.09,$$

$$P_\zeta = 5 \cdot 10^3 \sin \omega t \text{ Н} / \text{м}^2, e_s = 28.8 \cdot 10^{10} \text{ Н} / \text{м}^2, e_\theta = 33.53 \cdot 10^{10} \text{ Н} / \text{м}^2,$$

Решение задачи находилось на интервале времени $\tau = 0 \div 10^{-2} \text{ с}$, шаг интегрирования по времени выбирался равным $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

На ниже приведенном рисунке графики (1, 2, 3, 4) соответствуют значениям параметра

$$\alpha = \{0.2; 0.3; 0.4; 0.5\}.$$



1 - $\alpha = 0.2$; 2 - $\alpha = 0.3$; 3 - $\alpha = 0.4$; 4 - $\alpha = 0.5$.

Рис.1. Распределение прогиба w по времени t при $s = 0.35 \text{ м}$ для различных значениях параметра α .

На рис. 1 показаны изменения прогиба w по времени t при $s = 0.35 \text{ м}$ для различных значений параметра α .

Как видно из кривых, максимальные значения прогибов достигают при $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ и с увеличением α значения их увеличивается.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье рассмотрена связанная задача магнитоупругости для неферромагнитной гибкой оболочки с учетом геометрической нелинейности. Исследуется влияние толщины на

напряженно-деформированное состояние неферромагнитной оболочки. Полученные результаты свидетельствуют о влиянии толщины на деформацию оболочки и необходимости учета этого фактора в расчетных схемах.

Как видно, переменность толщины оказывает значительное влияние на изменения напряженно-деформированного состояния неферромагнитной оболочки, а учет геометрической нелинейности позволяет существенно уточнить картину деформирования.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Ambartsumyan, G.E. Bagdasaryan, and M.V. Belubekyan, Magnetoelasticity of Thin Shells and Plates [in Russian], Nauka, Moscow (1977).
- [2] Y. M. Grigorenko and L. V. Mol'chenko, Fundamentals of the Theory of Plates and Shells with Elements of Magnetoelasticity (Textbook) (IPTs, 2010).
- [3] L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, and R. S. Indiaminov, "Determining the stress state of flexible orthotropic shells of revolution in magnetic field," Int. Appl. Mech 44, 882–891 (2008). <https://doi.org/10.1007/s10778-008-0102-6>
- [4] L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, and R. S. Indiaminov, "Stress-strain state of flexible ring plates of variable stiffness in a magnetic field," Int. Appl. Mech. 45, 1236–1242 (2009). <https://doi.org/10.1007/s10778-010-0264-x>
- [5] R. Indiaminov, "On the absence of the tangential projection of the Lorenz force on the axsymmetrical stressed state of current-carrying conic shells," Int. Jour.Comp. Techn. 13, 65–77 (2008).
- [6] L. V. Mol'chenko and I. I. Loos, "The stress state of a flexible orthotropic spherical shell subject to external current and mechanical force in a magnetic field," Int. Appl. Mech. 49, 528–533 (2013). <https://doi.org/10.1007/s10778-013-0587-5>
- [7] Javohir Shodmonov., Abdubakir Abdullaev., "Tok o'tkazuvchi mikroelementning magnitoelastik tebranishi" International Scientific Journal of "Science and Innovation". UIF-2022: 8.2. ISSN: 2181-3337. Volume 1, Issue 4. P. 52-55. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6873133>
- [8] Y. H. Bian and H. T. Zhao, "Analysis of thermal-magnetic-elastic stresses and strains in a thin current-carrying cylindrical shell," Int. Appl. Mech., 52, No. 4, 437–448 (2016).
- [9] R. S. Indiaminov and R. Butaev, et al., "Nonlinear integro-differential equations of bending of physically nonlinear viscoelastic plates," IOP Publishing. Conf. Series: Materials Science and Engineering, 7 (2020), <https://doi.org/10.1088/1757-899X/869/5/052048>.
- [10] R.Sh.Indiaminov, "Magnetoelastic deformation of a current-carrying orthotropic conical shell with an orthotropy of conductive properties," Bulletin of the University of Kiev 5, 81–86 (2015).
- [11] Indiaminov, R., Narkulov, A., Butaev, R. "Magnetoelastic strain of flexible shells in nonlinear statement", AIP Conference Proceedings, 2021, 2365, 02 0002. <https://doi.org/10.1063/5.0056840>
- [12] Indiaminov, R., Butaev, R., Narkulov, A.. "Nonlinear deformation of a current shell in a magnetic field", AIP Conference Proceedings, 2021, 2365, 02 0001. <https://doi.org/10.1063/5.0056839>
- [13] Ravshan Indiaminov and Nuriddin Yusupov, "Mathematical Modeling of Magnetoelastic Vibrations of Current Conductive Shells in the Non Stationary Magnetic Field," 2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), 2021, pp. 1-4.
- [14] Ravshan Indiaminov, Abdubakir Abdullaev, et al., "Nonlinear Strain of a Current-Conducting Annular Plate in a Magnetic

- Field”, Journal: AIP Conference Proceedings 2467, 060026 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0092485>
- [15] Ravshan Indiaminov, Nuriddin Yusupov, et al., “Nonlinear Oscillations of a Current-Carrying Shell in Magnetic Field”, Journal: AIP Conference Proceedings 2467, 020013 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0092465>.
- [16] Indiaminov, R., Shodmonov, J., & Abdullaev, A. (2022). Mathe-

matical Modeling of Magnetoelastic Oscillations of a Current-Carrying Microelement Magnetic Field. International journal of theoretical and applied issues of digital technologies, 1(1), 71–79. https://doi.org/10.34920/IJTAIDT/vol_2022_issue_1_10

Поступила в редакцию 16.10.2022

Цитирование: Индиаминов Р.Ш., Бутаев Р.Б., Холжигитов С.М. (2022). Математическое моделирование магнитоупругого деформирования неферромагнитных оболочек в нестационарном магнитном поле. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий*, 2(2), –С. 32-39.

MATHEMATICAL SIMULATION OF MAGNETOELASTIC DEFORMATION OF NONFERROMAGNETIC SHELLS IN A NONSTATIONARY MAGNETIC FIELD

Indiaminov R.Sh.¹, Butaev R.B.², Kholjigitov S.M.²

¹Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan,

²Jizzakh State Pedagogical University, Jizzakh, Uzbekistan

r_indiaminov@mail.ru, ruslanbutaev83@mail.ru, sobirjon2020@inbox.ru

Abstract. *In the process of deformation of the body, the shape of its surface changes, which leads to a change in the direction of the current, that is, the electromagnetic field of the body changes, eddy currents arise, which, interacting with an external magnetic field, lead to the appearance of forces of electromagnetic origin. These forces change the stress state of the body and the electromagnetic field in it. The work mathematically simulates the magnetoelastic deformation of non-ferromagnetic thin shells under the influence of non-stationary electromagnetic forces and mechanical loads. Numerical results are obtained and an analysis is made of the electromagnetic effects of the stress-strain state of non-ferromagnetic thin shells. The effect of thickness on the stress-strain state of the shell is studied.*

Keywords: *shell, deformation, stresses, electromagnetic field, magnetoelasticity.*

Citation: Indiaminov R.Sh., Butaev R.B., Kholjigitov S.M. (2022). Mathematical simulation of magnetoelastic de-formation of nonferromagnetic shells in a nonstationary magnetic field. *INTERNATIONAL JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED ISSUES OF DIGITAL TECHNOLOGIES*, 2(2), –P. 32-39.

NOSTATSIONAR MAGNIT MAYDONIDA FERROMAGNIT BO'LMAGAN QOBIQNING MAGNITOELASTIK DEFORMATSIYALANISHINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Indiaminov R.Sh.¹, Butayev R.², Xoljigitov S.²

¹Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston

²Jizzax davlat pedagogika universiteti, Jizzax, O'zbekiston
r_indiaminov@mail.ru, ruslanbutaev83@mail.ru, sobirjon2020@inbox.ru

Annotatsiya. *Jism dermatsiyalanish jarayonida sirti shakli o'zgaradi, bu esa tok yo'nalishi o'zgarishiga olib keladi, elektromagnit maydoni o'zgaradi va yurmaviy toklar vujudga keladi. Ular tashqi magnit maydoni bilan o'zaro ta'sirlashib elektromagnit kuchlari paydo bo'ladi. Bu kuchlar jism kuchlanganlik holatini va undagi elektromagnit maydonini o'zgartiradi. Maqolada nostatsionar elektromagnit kuchlar va mexanik yuklanishlar ta'sirida bo'lgan ferromagnit bo'lmagan yupqa qobiqning magnitoelastik deformatsiyalanishini matematik modellashtirilgan. Sonli natijalar olingan va ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi qobiq kuchlanganlik deformatsiyalangan holati va elektromagnit effektlar tahlili o'tkazilgan. Qobiq kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik holatiga qalinlikning ta'siri tadqiq qilingan.*

Kalit so'zlar: *qobiq, deformatsiya, kuchlanish, elektromagnit maydoni, magnitoelastiklik.*