ISSN 1815-4840
Himičeskaâ tehnologiâ. Kontrol' i upravlenie
CHEMICAL TECHNOLOGY. CONTROL AND MANAGEMENT
2019, №1 (85) pp. 58-62
International scientific and technical journal
journal homepage: https://uzjournals.edu.uz/ijctcm/
Since 2005

УДК 62-50

H.Z.IGAMBERDIEV, D.R.KARIMOV (TSTU)

SUSTAINABLE ALGORITHMS OF ADAPTIVE CONTROL OF OBJECTS WITH DELAY

Бошқаришдаги кечикувчи объектларни адаптив бошқаришнинг турғун алгоритмлари келтирилган. Бошқариш учун псевдотескари матрицани ҳисоблаш масаласи умумий ҳолатда матрица ғалаёнларига нисбатан нотурғунлиги кўрсатилган. Тенгламани ечиш учун минимал псевдотескари матрица ва сингуляр ёйиш усулидан фойдаланилган. Таклиф қилинаётган ҳисоблаш схемалари бошқаришда кечикувчи объектларни адаптив бошқаришнинг турғун алгоритмларини синтезлашда ва бошқариш жараёнларининг юқори сифатини таъминлаш имконини берадилар.

Калит сўзлар: *бошқаришда кечикувчи объектлар, адаптив бошқариш, турғун алгоритмлари, минимал псевдотескари матрицалар усули, сингуляр ёйиш.*

Приводятся устойчивые алгоритмы адаптивного управления объектами с запаздыванием в управлении. Показано, что задача о вычислении псевдообратной матрицы для управления является в общем случае неустойчивой по отношению к возмущениям матрицы. Для решения уравнения используется метод минимальной псевдообратной матрицы и сингулярного разложения. Предлагаемые вычислительные схемы позволяют синтезировать устойчивые алгоритмы адаптивного управления объектами с запаздыванием в управлении и обеспечивают высокое качество процессов управления.

Ключевые слова: *объекты с запаздыванием в управлении, адаптивное управление, устойчивые алгоритмы, метод минимальной псевдообратной матрицы, сингулярное разложение.*

Stable algorithms of adaptive control of objects with a delay in control are given. It is shown that the problem of calculating a pseudoinverse matrix for control is, in the general case, unstable with respect to matrix perturbations. To solve the equation, the method of minimal pseudoinverse matrix and singular decomposition is used. The proposed computational schemes allow you to synthesize robust algorithms for adaptive management of objects with a delay in management and provide high quality control processes.

Keywords: *objects with a delay in control, adaptive control, stable algorithms, the minimum pseudoinverse matrix method, singular decomposition.*

В известных работах по синтезу систем с запаздываниями [1-7] для учета запаздываний в основном применяется метод расширения пространства состояний, что приводит к существенному повышению размерности задачи синтеза. Так, например, вместо матричного дифференциального уравнения Риккати, к решению которого сводится задача синтеза линейной системы без запаздываний, для систем с запаздываниями приходится решать уже целую систему матричных уравнений в частных производных, число этих уравнений и размерность пространства состояний быстро растет с увеличением количества запаздываний. Однако при достаточно общих условиях можно на основе структурных особенностей систем с запаздываниями предложить более эффективные методы их синтеза [2,8-12].

Управление системами с запаздыванием даже в детерминированных условиях вызывает определенные трудности, не говоря о случае, когда параметры системы не определены или медленно дрейфуют в процессе управления. Поскольку проблема управления такими системами сама по себе является сложной и требует для своего решения явный или неявный прогноз выхода системы на время запаздывания в канале управления, то наличие неопределенности в модели системы влечет за собой еще большее усложнение алгоритмов работы управляющих устройств, которые в некоторых случаях становятся громоздкими и сложными для технической реализации [2,3,11].

Наиболее часто рассматриваются системы с запаздываниями в управлениях, так как случай запаздываний в координатах исследован в литературе достаточно подробно. Сначала для системы при одинаковых запаздываниях во всех каналах управления находится оптимальное по квадратичному функционалу управление на основе известной теоремы о тождестве оптимальных стохастического и детерминированного регуляторов [3] и принципа разделения управления по случайному входному сигналу [7]. После этого рассматривается наиболее сложный и интересный случай запаздываний, различных по каналам управления. Здесь управление синтезируется на основе принципа компенсации запаздываний.

Рассмотрим задачу синтеза алгоритмов адаптации для объектов, имеющих запаздывание только в управлении. Объекты данного класса имеют свои особенности, заключающиеся в том, что их нельзя охватывать глубокой отрицательной связью, так как система становится неустойчивой. Особенно трудно управлять такими объектами в условиях неопределенности, когда объект неустойчив при нулевом управляющем воздействии [3,11]. Однако для ряда объектов можно построить алгоритм адаптации, хотя некоторые параметры приходится подбирать путем перебора и моделирования.

Предположим, что объект управления описывается уравнением

$$\begin{aligned} &x_{k+1} = A^* x_k + B^* u_{k-l} + w_k, \\ &y_k = L x_k, \\ &\quad u_t = \varphi_t, \quad t \in [k_0 - l, k_0], \end{aligned} \tag{1}$$

где $x \in R^n$; $u \in R^m$; $y \in R^S$; $w_k - n$-мерный вектор возмущений с ограниченными компонентами; A^*, B^*, L– числовые матрицы, зависящие от вектора неизвестных параметров; $\xi \in \Xi$, Ξ – известный класс возможных значений вектора ξ, который в дальнейшем будет определен; $n \ge s \ge m$. Требуется, чтобы вектор выходных параметров по истечении некоторого времени был близок к некоторому s-мерному вектору задающих воздействий g_0. Учитывая это, целевые условия зададим в виде следующего неравенства [2,7]:

$$\eta_q = (y_k - g_0)^T K (y_k - g_0) \le \varepsilon, \tag{2}$$

где $K = K^T > 0$, ε-положительное число, определяющее требуемую точность отработки задающего воздействия.

Для получения структуры управляющего устройства будем использовать выражение

$$y_{k+1} = \sum_{i=0}^{n-1} A^*{}_i y_{k-i} + \sum_{i=0}^{z} B_i^* u_{k-i-l} + \sum_{i=0}^{p} D_i w_{k-i}. \tag{3}$$

Записав данное уравнение для момента времени $k+l$ и выразив значения векторов y_{k+l-1}, y_{k+l-2} через значения векторов y и u в предшествующие моменты времени в соответствии с (3), получим

$$y_{k+i} = \sum_{i=0}^{n-1} A_i y_{k-i} + \sum_{i=0}^{l+z} B_i u_{k-i} + v_k ,$$

где $v_k = \sum_{i=1}^{l-1} w_{k+l-i}$, A_i и B_i – матрицы, зависящие от матриц параметров уравнения (3). Уравнение (3) записано для случая, когда $n \ge l$.

Предположим, что задающее воздействие g_0 ограничено и вектор v_k удовлетворяет ограничениям [1,2,7]:

$$\|v_k\| < \varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 > 0 .$$

Пусть начальная функция φ_t выбрана такой, что на интервале $[k_0, l]$ значение вектора y не выходит за пределы области, определяемой неравенством:

$$\|y_t\| \le \delta, \; \delta > 0, \; t \in [k_0, l]. \tag{4}$$

Будем считать, что существует некоторое управление u_*, такое, что если значение вектора y_k находится в области

$$\|y_k\| \le \delta_1, \quad 0 < \delta_1 < \delta, \tag{5}$$

то при $u_k = u_*$ вектор y_{k+l} не выходит из области (4) l тактов, а затем возвращается в область (5).

Пусть на вектор управления наложено ограничение

$$\|u_k\| \le \varphi, \quad \varphi > 0 .$$

Запишем целевые условия (2) для момента времени $k+l$ [3,7]:

$$(y_{k+l} - g_0)^T K(y_{k+l} - g_0) \le \varepsilon \tag{6}$$

и введем матрицу C_0 и вектор υ_k:

$$C_0 = [A_0 \vdots \cdots \vdots A_{n-1} \vdots \cdots \vdots B_{l+z} \vdots -1]$$

$$\upsilon_k = col[y_k, ..., y_{k-n+1}, ..., u_{k-1}, ..., u_{k-z-i} g_0],$$

тогда целевые условия (6) примут вид:

$$[B_0 u_k + C_0 \upsilon_k + v_k]^T K[B_0 u_k + C_0 \upsilon_k + v_k] \le \varepsilon , \tag{7}$$

и закон управления, обеспечивающий выполнение (7) при $v_k \equiv 0$, будет иметь вид

$$B_0 u_k = f_k , \tag{8}$$

или

$$u_k = B_0^+ f_k = C_* \upsilon_k ,$$

где B_0^+ – псевдообратная матрица, $f_k = -C_0 \upsilon_k$.

Система (8) в общем случае может быть несовместной. Пусть u_k – нормальное псевдорешение этой системы линейных алгебраических уравнений для $f_k = \bar{f}_k \in R^m$, т. е. такой элемент из множества $Z_0 \equiv \{u_k \in R^n : \|\bar{B}_0 u_k - \bar{f}_k\| - \inf\}$, для которого $\|\bar{u}_k\| = \inf\{\|u_k\| : u_k \in Z_0\}$ [13-15]. Известно, что нормальное псевдорешение задачи (8) единственно и может быть найдено по точным данным $(\bar{B}_0, \bar{f})$ следующим образом: $\bar{u}_k = \bar{B}_0{}^+ \bar{f}_k$, где $\bar{B}_0{}^+$ – псевдообратная для $\bar{B}_0$ матрица [15-18]. Однако задача о вычислении $\bar{B}_0{}^+$ является в общем случае неустойчивой по отношению к возмущениям матрицы. Поэтому если считать, что вместо точных данных $(\bar{B}_0, \bar{f}_k)$ задачи (8) известны их приближения $(B_{0,h}, f_{k,\delta})$, удовлетворяющие условиям: $B_{0,h} \in \mathrm{U}$, $\|B_{0,h} - \bar{B}_0\| \le h$, $f_{k,\delta} \in R^m$, $\|f_{k,\delta} - \bar{f}_k\| \le \delta$, где h и δ – заданные точности приближенных данных, то элемент $u_{k,h\delta} \equiv B_{0,h}^+ f_{k,\delta}$, вообще говоря, не будет сходиться к $\bar{u}_k$ при $h, \delta \to 0$.

Для решения уравнения (8) будем использовать метод минимальной псевдообратной матрицы [14,15], который заключается в решении экстремальной задачи: найти матрицу $\widetilde{B}_{0,h} \in \mathrm{U}$ такую, что

$$\left\|\tilde{B}_{0,h}^{+}\right\|_{*} = \inf\left\{\left\|B_0^{+}\right\|_{*} : B_0 \in \mathrm{U}, \quad \left\|B_0 - B_{0,h}\right\| \le h\right\}, \tag{9}$$

и в построении затем элемента $u_{k,\eta} \equiv \tilde{B}_{0,h}^{+} f_{k,\delta}$, принимаемого в качестве приближения к $\bar{u}_k$. Здесь $\|\cdot\|_*$ – евклидова норма в пространстве матриц U^* размерности $n \times m$.

Введем сингулярные разложения матриц $\bar{B}_0$ и $B_{0,h}$ [16-18]: $\bar{B}_0 = \bar{U}\,\bar{R}\,\bar{V}^T$, $B_{0,h} = U_h R_h V_h^{\,T}$, где $\bar{U}$, U_h и V_h, $\bar{V}_h$ – ортогональные матрицы размерности $m \times m$ и $n \times n$ соответственно, $\bar{R} = diag(\bar{\rho}_1,...,\bar{\rho}_M) \in \mathrm{U}$, $R_h = diag(\tilde{\rho}_1,...,\tilde{\rho}_M) \in \mathrm{U}$ – прямоугольные диагональные матрицы, содержащие сингулярные числа $\bar{\rho}_k, \tilde{\rho}_k \ge 0$ $(k = 1,..., M \equiv \min(m,n))$ матриц $\bar{B}_0$ и $B_{0,h}$, упорядоченные по невозрастанию. В [17] отмечено, что для любой матрицы B_0, имеющей сингулярное разложение $B_0 = URV^T \in \mathrm{U}$, $R = diag(\rho_1,...,\rho_M)$, справедливы соотношения:

$$\sum_{k=1}^{M}(\rho_k - \bar{\rho}_k)^2 \le \left\|B_0 - \bar{B}_0\right\|^2,$$

$$\left\|B_0^{\,+}\right\|_*^2 = \sum_{k=1}^{M}\Theta(\rho_k^2) = \sum_{k=1}^{r(B_0)}\rho_k^{-2}; \quad r(B_0) \equiv rang\, B_0 .$$

где $\Theta(\rho) \equiv \{\rho^{-1}$ при $\rho \ne 0$; 0 при $\rho = 0\}$.

Следуя [16,17], можно показать, что задача (2) имеет решение вида $\hat{B}_{0,h} = U_h \hat{R}_h V_h^T$, где U_h и V_h определяются из сингулярного разложения матрицы $B_{0,h}$, а $\hat{R}_h = diag(\hat{\rho}_1,...,\hat{\rho}_M) \in \mathrm{U}$, причем числа $\hat{\rho}_k (k = 1,..., M)$ являются решением следующей экстремальной задачи: найти такие $\hat{\rho}_1,...,\hat{\rho}_M \ge 0$, что

$$\sum_{k=1}^{M}\Theta(\hat{\rho}_k^2) = \inf\left\{\sum_{k=1}^{M}\Theta(\rho_k^2) : \sum_{k=1}^{M}(\rho_k - \tilde{\rho}_k)^2 \le h^2; \rho_1,...,\rho_M \ge 0\right\} \tag{10}$$

На основе решения задачи (10) может быть получено и приближение $u_{k,\eta}$ к $\bar{u}_k : u_{k,\eta} = V_h \hat{R}_h^{+} U_h^T f_{k,\delta}$, $\hat{R}_h^{+} = diag\left[\Theta(\hat{\rho}_1),...,\Theta(\hat{\rho}_M)\right] \in \mathrm{U}^*$.

Будем считать, что существует некоторое управление u_* такое, что при $u_k = u_*$ всегда выполнено условие $\|y_{k+1}\| \le d_*,\ d > 0$, т.е. существует некоторое аварийное управление u_*, которым пользуются, если контролируемые параметры выходят за допустимые пределы [3,11].

Учитывая тот факт, что матрица C_* неизвестна, определим структуру управляющего устройства следующей формулой:

$$u_k = u_*,\ \text{если}\ \|y_k\| > \delta_1; \quad u_k = C_k \upsilon_k,\ \text{если}\ \|y_k\| \le \delta_1,$$

где C_k – матрица настраиваемых параметров.

Структуру управляющего устройства в этом случае выберем в виде:

$$u_k = \tilde{C}_k \tilde{\upsilon}_k,\ \text{если}\ \|y_k\| \le \delta_1,\ \ u_k = u_*,\ \text{если}\ \|y_k\| > \delta_1,$$

где $\tilde{C}_k$ – матрица настраиваемых параметров.

Для построения алгоритма адаптации будем пользоваться методикой [12]. Во-первых, проверим выполнение усиленных целевых условий $\eta_{k+i} \le \rho^2\varepsilon,\ 0 < \rho < 1$ при $C_k = C_*$.

Разложим матрицу K на сомножители: $K = (B_0^{+})^T H B_0^{+}$, где $H = H^T > 0$, тогда при $v_k \equiv 0$, получим:

$$(-B_0B_0^+A_0\upsilon_k - f_k)^T(B_0^+)^T HB_0^+(B_0B_0^+f_k - f_k) =$$
$$= (B_0^+f_k - B_0^+f_k)^T H(B_0^+f_k - B_0^+f_k) \le \rho^2\varepsilon.$$

В силу сделанных предположений вектор υ_k ограничен, поэтому, очевидно, будет выполнено условие:

$$\gamma\|C_*\| \le q_* < q, \ \ \gamma > 0\,.$$

Тогда, пользуясь методом рекуррентных целевых неравенств, можно построить следующую процедуру настройки матрицы C_k [3,7,12]:

$$C_{k+l} = C_{k+l-1}, \text{ если } \eta_{k+l} \le \varepsilon\ , \ \|C_{k+l-1}\upsilon_{k+l}\| \le \varphi;$$
$$C_{k+l} = q_*C_{k+l-1} / \|\upsilon_{k+l}\|\|C_{k+l-1}\|, \text{ если } \eta_{k+l} \le \varepsilon, \|C_{k+l-1}\upsilon_{k+l}\| > q\,.$$

Приведенные вычислительные схемы позволяют синтезировать устойчивые алгоритмы адаптивного управления объектами с запаздыванием в управлении и обеспечивают высокое качество процессов управления.

References:

1. Gromov YU.YU. i dr. Sistemy' avtomaticheskogo upravleniya s zapazdy'vaniem. -Tambov.: Izdatel'stvo TGTU, 2007.
2. Al'sevich V.V. Optimizaciya dinamicheskih sistem s zapazdy'vaniyami. - Mn.: BGU, 2000. - 198 s.
3. Furtat I.B. Adaptivnoe upravlenie dinamicheskimi ob`ektami s zapazdy'vaniem v uslovii parametricheskoy neopredelennosti. LAP LAMBERT Academic, 2012. -120 c.
4. Cy'kunov A.M. Adaptivnoe i robastnoe upravlenie dinamicheskimi ob`ektami po vy'hodu. Fiziko-matematicheskaya literatura. 2009. -268s.
5. Kondrat'ev V.V. Cifrovoe upravlenie mnogosvyazny'mi ob`ektami s zapazdy'vaniyami. Nijniy Novgorod NGTU 2013. - 200s.
6. Ruban A. I. Adaptivny'e sistemy' upravleniya s identifikaciey. Infra-M. 2018. -140 s.
7. Cy'kunov A.M., Parsheva E., Furtat I. Adaptivnoe i robastnoe upravlenie. LAP Lambert Academic Publishing. 2011. -328 c.
8. Furtat I.B., Cy'kunov A.M. Adaptivnoe upravlenie ob`ektami s zapazdy'vaniem po vy'hodu // Izvestiya vuzov. Priborostroenie. - 2005, №7. - S.15-19.
9. Eremin E.L., Telichenko D.A. Algoritmy' adaptivny'h sistem upravleniya s e`talonny'm upreditelem dlya ob`ektov s zapazdy'vaniyami// Adaptivny'e i robastny'e sistemy', 2005. №2(10), -S. 137-161.
10. Krushel' E. G., Stepanchenko I. V. Informacionnoe zapazdy'vanie v cifrovy'h sistemah upravleniya: Monografiya // VolgGTU. - Volgograd, 2004. - 124 s.
11. Cy'kunov A.M. Adaptivnoe upravlenie ob`ektami s posledeystviem M.: Nauka, 1984.
12. Fomin V.N., Fradkov A.L., YAkubovich V.A. Adaptivnoe upravlenie dinamicheskimi ob`ektami. -M.: Nauka, 1981. - 448 s.
13. Tihonov A.N., Arsenin V.YA. Metody' resheniya nekorrektny'h zadach. -M.: Nauka, 1986. - 285 s.
14. Leonov A.S. K voprosu o tochnosti metoda minimal'noy psevdoobratnoy matricy', Matem. zametki, 1991, tom 49, № 4, -S. 81-87.
15. Leonov A.S. Reshenie nekorrektno postavlenny'h zadach: Ocherk teorii, prakticheskie algoritmy' i demonstracii v MATLAB. -M.: Librokom, 2013. -336 s.
16. Louson CH., Henson R. CHislennoe reshenie zadach metoda naimen'shih kvadratov / Per. s angl. -M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986. -232 s.
17. Jdanov A.I. Vvedenie v metody' resheniya nekorrektny'h zadach: -Izd. Samarskogo gos. ae`rokosmicheskogo un-ta, 2006. - 87 s.
18. Horn R., Djonson CH. Matrichny'y analiz: Per. s angl. -M.: Mir., 1989. -655 s.

Игамбердиев Хусан Закирович – профессор кафедры «Системы обработки информации и управление» ТашГТУ, доктор технических наук, профессор, академик
Тел.: 246-03-45, E-mail: ihz.tstu@gmail.com;
Каримов Даврон Рахматович – соискатель кафедры «Системы обработки информации и управление» ТашГТУ;
Тел.: (97) 330-05-08.