ISSN 1815-4840
Himičeskaâ tehnologiâ. Kontrol' i upravlenie
CHEMICAL TECHNOLOGY. CONTROL AND MANAGEMENT
2020, №2 (92) pp.56-61
International scientific and technical journal
journal homepage: https://uzjournals.edu.uz/ijctcm/
Since 2005

UDC 519.71(575.1)

RESEARCH PROPERTIES OF SOLVING PROBLEMS OF PARAMETRIC OPTIMIZATION

Dilnoz Tulkunovna Muhamediyeva

Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies at Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi,
Address: Amir Temur street, 108, 100200, Tashkent city, Republic of Uzbekistan
E-mail: dilnoz134@rambler.ru, Phone:+998-95-195-47-52

Abstract: *A model of parametric optimization with fuzzy initial information is constructed. The conditions and areas of application of the main methods of the theory of fuzzy sets in studies of parametric optimization are determined. A connection is established between the stability of parametric optimization problems and fuzzy optimization problems. An algorithm for solving problems by the method of parametric programming is developed for fuzzy given initial information. The admissible region of the parametric programming problem and the value of its objective function at each point of this region depend on the parameter t. A description of the method for solving the parametric programming problem begins with a description of the reduction of the fuzzy medium to a clear medium and the method of finding the value of t for which there is an optimal fuzzy solution.*
Keywords: *fuzzy set, model, parametric optimization, algorithm, undominated alternative, stability criterion.*

Аннотация: *Норавшан дастлабки маълумотларга эга бўлган параметрик оптималлаштириш модели қурилган. Параметрли оптималлаштиришни ўрганишда норавшан тўпламлар назариясининг асосий усулларини қўллаш шартлари ва йўналишлари аниқланди. Параметрли оптималлаштириш муаммоларининг барқарорлиги ва норавшан оптималлаштириш муаммолари ўртасида алоқа ўрнатилди. Норавшан берилган дастлабки маълумотлар учун параметрик дастурлаш усули билан муаммоларни ечиш алгоритми ишлаб чиқилган. Параметрли дастурлаш масаласининг ечим соҳаси ва мақсад функциясининг ҳар бир нуқтасида қиймати t параметрига боғлиқ. Параметрли дастурлаш масаласини ечиш усулининг тавсифи норавшан муҳитни аниқ муҳитга тушириш тавсифи ва оптимал норавшан ечим мавжуд бўлган t қийматини аниқлашдан бошланади.*
Калит сўзлар: *норавшан тўплам, модель, параметрик оптималлаштириш, алгоритм, етакчи бўлмаган муқобил, турғунлик мезони.*

Аннотация: *Построена модель параметрической оптимизации при нечеткой исходной информации. Определены условия и области применения основных методов теории нечетких множеств в исследованиях параметрической оптимизации. Установлена связь между устойчивостью задач параметрической оптимизации и задач нечеткой оптимизации. Разработан алгоритм решения задач методом параметрического программирования при нечетко заданной исходной информации. Допустимая область задачи параметрического программирования и значение ее целевой функции в каждой точке этой области зависят от параметра t. Описание способа решения задачи параметрического программирования начато с описания приведения нечеткой среды к четкой среде и способа нахождения значения t, для которого существует оптимальное нечеткое решение.*
Ключевые слова: *нечеткое множество, модель, параметрическая оптимизация, алгоритм, недоминируемая альтернатива, критерий устойчивости.*

1. Введение

К настоящему времени особую актуальность приобретает построение моделей слабо формализуемых процессов, когда человеческие рассуждения не могут быть достаточно эффективно и строго описаны в рамках классической математики [1-3]. При описании и анализе таких сложно организованных систем используется, как правило, не количественно выраженная информация, а качественная, получаемая от лиц, чьи интересы затрагивает поведение системы, и решение проблем происходит на основе логики человеческих рассуждений. Моделирование слабо формализуемых процессов на основе методов нечеткой математики и с помощью средств вычислительной техники является важной проблемой, стоящей перед современной наукой. Основополагающим при анализе и моделировании слабо формализуемых процессов является выявление такой неопределенности, в условиях которых они реализуются [4-7].

Математический анализ реального явления, процесса или системы начинается с построения соответствующей математической модели. Построение математической модели сводится к переводу имеющейся априорной количественной информации и словесного описания предмета анализа на язык математических символов и соотношений. Практическая ценность результатов последующего математического анализа в значительной степени зависит от того, насколько правильно использована исходная информация о предмете исследования при моделировании, т.е. какова степень адекватности модели. В связи с этим основными проблемами разработки моделей слабо формализуемых процессов являются [8-9]:

- на стадии ее проектирования - задача сбора, формализации и обработки информации, получаемой от экспертов, которая носит неколичественный, неполный, лингвистический характер (что в совокупности принято называть нечеткой исходной информацией) и представляется в форме логически взаимосвязанных лингвистических выражений, т.е. в логико-лингвистической форме;

- при разработке системы моделей - с одной стороны, чрезвычайная сложность и еще недостаточная изученность тех процессов, в которых значительное место занимает человек с его собственными знаниями, опытом, интуицией, а с другой стороны, стремление использовать только методы классической математики. Классической в том смысле, что в ее концептуальной основе лежит бинарная логика, в которой центральная роль отведена только точным, хорошо определенным человеческим рассуждениям. Однако методы классической математики не всегда позволяют адекватно описывать реальные явления и процессы, т.к. значительная часть информации, необходимая для математического описания объекта не может быть выражены в виде количественных соотношений. Все это создает существенные, а порой непреодолимые трудности моделирования.

Основными проблемами решения задач параметрической оптимизации при нечеткой исходной информации являются [10-16]:

- разработка вычислительных алгоритмов и нахождение нечеткого аналитического решения;
- применение интервальной и нечеткой арифметики, позволяющей оперировать в процессе решения задач оптимизации с областями допустимых и нечетких решений (с изменяющейся степенью допустимости решения).

Параметрическая модель с S независимыми параметрами $t_1,\dots, t_s$ или S параметрическая задача в матричном виде записывается следующим образом:

$$z = (\bar{a}_0' + t'\bar{b}) + \bar{e}t \to \min ,$$
$$(\bar{a} + \bar{c}t)x \subset K , \qquad (1)$$
$$t \in E_s .$$

Здесь: K={y| $y \in R^n, y \le a_{.0} + dt$ } – заданное выпуклое подмножества пространства R^n .

Задача (1) сводится к задаче параметрического программирования:

$$z = (a_0 + t'b)x + e't \to \min ,$$
$$(a + ct)x \le a_{.0} + dt , \qquad (2)$$
$$t \in E_s$$

в которой значения коэффициентов *a, b, c, d, e* описаны в форме нечетких подмножеств, т.е. заданы функции принадлежности $\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}), \mu_{ij}^k(a_{ij}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl})$ и $\xi_{il}^k(d_{il})$ соответствующих множеств, где i=1,…,m; j=1,…,n; l=1,…,s. В силу нечеткости описания параметров $a_0^{'}$ и b оценка любой альтернативы $x(t) \in X$ (т.е. значение функции z(t)) представляет собой нечеткое подмножество числовой оси.

2. Методы исследования и полученные результаты

Пусть a^0, c^0, d^0 – некоторые конкретные числовые значения соответствующих параметров в ограничениях $\psi(t) = (a + ct)x - (a_{.0} + dt) \le 0$, степени их принадлежности заданным нечетким множествам равны соответственно $\mu_{ij}^k(a_{ij}^0), \nu_{ijl}^k(c_{ijl}^0)$ и $\xi_{il}^k(d_{il}^0)$. Обозначим μ^0 минимальное из этих чисел.

Если некоторая альтернатива $\tilde{x} \in X$ удовлетворяет неравенствам

$$\psi(t) = (a^0 + c^0 t)\tilde{x} - (a_{.0}^0 + d^0 t) \le 0,$$

то естественно считать, что эта альтернатива принадлежит множеству допустимых альтернатив μ^0, т.е. считать, что $\mu_t(\tilde{x}) \ge \mu^0$. Этим, собственно говоря, уже и определяется нечеткое множество допустимых альтернатив. Для удобства записи его функции принадлежности введем обозначения:

$$\nu(t) = \min_{i,j,l}(\mu_{ij}^k(a_{ij}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl}), \xi_{il}^k(d_{il})),$$

в которых получаем

$$\mu_t(x) = \sup \nu(t) \cdot$$

Каждой альтернативе функция μ_t ставит в соответствие степень допустимости этой альтернативы с учетом исходной нечеткой информации о параметрах ограничений.

Обратимся теперь к заданной нечетко «минимизируемой» функции z(t) и представим ее в виде нечеткой функции цели вида $\varphi : X \times R^1 \to [0,1]$. Рассуждения здесь во многом аналогичны предыдущим.

Пусть $a_0^{0'}, b^0$ - некоторые конкретные числовые значения параметров функции $z(t) = (a_0^{'} + t^{'}b)x + e^{'}t$, степени их принадлежности заданным нечетким множествам равны соответственно $\mu_o^k(a_{0j}^0), \eta_{jl}^k(b_{jl}^0)$. Пусть φ^0 - минимальное из этих чисел. Пусть, наконец, $\tilde{x} \in X$ - некоторая альтернатива, а число

$$r^0 = (a_0^{0'} + t^{'}b^0)\tilde{x} + e^{'}t$$

представляет собой соответствующее альтернативе $\tilde{x}$ и значениям параметров $a_0^{0'}, b^0$ значение функции $z(t) = (a_0^{'} + t^{'}b)x + e^{'}t$.

Окончательно получаем, что исходная задача с нечетко описанными параметрами формулируется в форме следующей общей задачи нечеткого математического программирования: «минимизировать» нечеткую функцию цели

$$\varphi(x, r(t)) = \sup(\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}))$$

на нечетком множестве допустимых альтернатив вида

$$\mu_t(x) = \sup \nu(t).$$

Рассмотрим сначала более простую задачу с нечеткой функцией цели

$$\varphi(x, r(t)) = \sup(\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}))$$

и обычным (четко описанным) множеством допустимых альтернатив, заданным неравенствами

$$\psi(t) = (a + ct)x - (a_{.0} + dt) \le 0$$

с точно известными значениями параметров.

Будем полагать, что все исходные нечеткие множества $\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl})$ таковы, что $\sup\limits_{a_{0j}\in R^1} \mu_o^k(a_{0j}) \ge \alpha$ и $\sup\limits_{b_{jl}\in R^1} \eta_{jl}^k(b_{jl}) \ge \alpha$. В [2] показано, что в этом случае функция $\varphi(x, r(t)) = \sup(\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}))$ при любом $x \in X$ обладает свойством

$$\sup_{r(t)\in R^1} \varphi(x, r(t)) \ge \alpha .$$

Поэтому для нахождения альтернатив, степень недоминируемости которых не меньше α, в рассматриваемом случае достаточно решить следующую задачу математического программирования:

$$r(t) \to \max ,$$
$$\varphi(x, r(t)) \ge \alpha ,$$
$$\psi(t) = (a + ct)x - (a_{.0} + dt) \le 0 ,$$
$$r(t) \in R^1, \quad x \in X .$$

Если альтернатива $t_0 \in T$ есть решение задачи $z_{sц}(t) \to \max$ на множестве уровня α, то, грубо говоря, мы считаем, что число α есть степень принадлежности альтернативы t_0 нечеткому множеству решений исходной задачи нечеткого параметрического программирования. Перебрав таким образом всевозможные значения α, получим функцию принадлежности нечеткого решения.

Перейдем к более подробному описанию и анализу этого подхода. Будем обозначать C_α множества уровня α нечеткого множества допустимых альтернатив μ_c. Таким образом,

$$C_\alpha = \{t \mid t \in T, \mu_c(t) \ge \alpha\} .$$

Для любого $\alpha \ge 0$ такого, что $C \ne \varnothing$, введем множество

$$N(\alpha) = \{t \mid t \in T, \hat{z}_{sц}(t) = \sup_{t^1\in C_\alpha} \hat{z}_{sц}(t^1)\} ,$$

представляющие собой множество решений обычной задачи максимизации функции $\hat{z}_{sц}$ на множестве тех альтернатив, которые со степенью не менее α считаются допустимыми в исходной задаче нечеткого параметрического программирования.

Для построения функции принадлежности нечеткого множества решений необходимо каждой альтернативе $t \in T$ приписать степень принадлежности этому множеству. Сделаем это следующим образом. Степенью принадлежности альтернативы t_0 нечеткому множеству решений будем считать максимальное (точнее, верхнюю грань) из чисел α, для которых $t_0 \in N(\alpha)$.

Определим понятие устойчивости для рассматриваемого круга задач [3]. Пусть r оптимальное значение целевого функционала (результат решения) задачи, содержащее нечеткие параметры $\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}), \mu_{ij}^k(a_{ij}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl})$ и $\xi_{il}^k(d_{il})$, r^ε - результат решения этой задачи с параметрами $\mu_o^k(a_{0j}^\varepsilon), \eta_{jl}^k(b_{ji}^\varepsilon), \mu_{ij}^k(a_{ij}^\varepsilon), \nu_{ijl}^k(c_{ijl}^\varepsilon)$ и $\xi_{il}^k(d_{ij}^\varepsilon)$ – такими, что

$$\max_j d(a_{0j}, a_{0j}^\varepsilon) \le \varepsilon , \ \max_{i,j} d(b_{ji}, b_{ji}^\varepsilon) \le \varepsilon ,$$

$$\max_{i,j} d(a_{ij}, a_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon, \ \max_{i,j,l} d(c_{ijl}, c_{ijl}^{\varepsilon}) \le \varepsilon, \ \max_{i,j} d(d_{ij}, d_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon,$$

где $\varepsilon \in E^1, \varepsilon > 0$, r^{ε} достигается на множестве $X_0^{\varepsilon} \subseteq X$.

Задача нечеткой параметрической оптимизации является устойчивой по решению, если

$$(\forall \delta > 0)(\exists \varepsilon_0 > 0)(\forall \varepsilon > 0) \ \max_{j} d(a_{0j}, a_{0j}^{\varepsilon}) \le \varepsilon \le \varepsilon_0, \ \max_{i,j} d(b_{ji}, b_{ji}^{\varepsilon}) \le \varepsilon \le \varepsilon_0,$$

$$\max_{i,j} d(a_{ij}, a_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon \le \varepsilon_0, \ \max_{i,j,l} d(c_{ijl}, c_{ijl}^{\varepsilon}) \le \varepsilon \le \varepsilon_0, \ \max_{i,j} d(d_{ij}, d_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon \le \varepsilon_0 \Rightarrow$$

$$\Delta(X_o^{\varepsilon}, X_0) \le \delta.$$

Пусть

$$D_{\eta}(\alpha_i) = \{x \in X \big| \pi\{\psi_i(x,t\} = 0\} \ge \alpha_i + \eta\},$$

где $\psi(x,t) = (a + ct)x - (a_{.0} + dt)$.

Пусть r оптимальное значение целевого функционала (результат решения) задачи, содержащие нечеткие параметры $\mu_o^k(a_{0j}), \eta_{jl}^k(b_{jl}), \mu_{ij}^k(a_{ij}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl})$ и $\xi_{il}^k(d_{il})$, r^{ε} - результат решения этой задачи с параметрами $\mu_o^k(a_{0j}^{\varepsilon}), \eta_{jl}^k(b_{ji}^{\varepsilon}), \mu_{ij}^k(a_{ij}^{\varepsilon}), \nu_{ijl}^k(c_{ijl}^{\varepsilon})$ и $\xi_{il}^k(d_{ij}^{\varepsilon})$ – такими, что

$$\max_{j} d(a_{0j}, a_{0j}^{\varepsilon}) \le \varepsilon, \qquad \max_{i,j} d(b_{ji}, b_{ji}^{\varepsilon}) \le \varepsilon,$$

$$\max_{i,j} d(a_{ij}, a_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon, \qquad \max_{i,j,l} d(c_{ijl}, c_{ijl}^{\varepsilon}) \le \varepsilon,$$

$$\max_{i,j} d(d_{ij}, d_{ij}^{\varepsilon}) \le \varepsilon,$$

где $\varepsilon \in E^1, \varepsilon > 0$, r^{ε} достигается на множестве $X_0^{\varepsilon} \subseteq X$.

Если существует $\eta > 0$ такое, что $D_{\eta}(\alpha) \ne \varnothing$, то задача устойчива по решению.

Достаточно показать, что

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \Delta(D^{\varepsilon}(\alpha), D(\alpha)) = 0.$$

По определению

$$\left| a_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \underline{a}_{0j}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon, \qquad \left| a_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \overline{a}_{0j}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon,$$

$$\left| b_{ji}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \underline{b}_{ji}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon, \qquad \left| b_{ji}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \overline{b}_{ji}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon,$$

$$\left| a_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \underline{a}_{ij}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon, \qquad \left| a_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \overline{a}_{ij}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon,$$

$$\left| c_{ijl}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \underline{a}_{ijl}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon, \qquad \left| c_{ijl}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \overline{c}_{ijl}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon$$

$$\left| d_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \underline{d}_{ij}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon, \qquad \left| d_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) - \overline{d}_{ij}(\alpha_i) \right| \le \varepsilon.$$

Если

$$a_{0j}(\alpha_i) \le \underline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{0j}(\alpha_i),$$

$$b_{ji}(\alpha_i) \le \underline{b}_{ji}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{b}_{ji}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{b}_{ji}(\alpha_i),$$

$$a_{ij}(\alpha_i) \le \underline{a}_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{ij}(\alpha_i),$$

$$c_{ijl}(\alpha_i) \le \underline{c}_{ijl}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{c}_{ijl}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{c}_{ijl}(\alpha_i),$$

$$d_{ij}(\alpha_i) \le \underline{d}_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{d}_{ij}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{d}_{ij}(\alpha_i),$$

то

$$D(\alpha) \supseteq D^{\varepsilon}(\alpha).$$

При $\overline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) > \overline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i)$ получаем $\overline{a}_{0j}(\alpha_i) < \overline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{0j}(\alpha_i) + \varepsilon$ и $\overline{a}_{0j}(\alpha_i) + \varepsilon \le \overline{a}_{0j}(\alpha_i - \eta)$. Отсюда $\underline{a}_{0j}(\alpha_i - \eta) \le \underline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{0j}^{\varepsilon}(\alpha_i) \le \overline{a}_{0j}(\alpha_i - \eta)$.

Подобным образом можно показать, что

$$\underline{b}_{ji}(\alpha_i-\eta)\le\underline{b}^{\varepsilon}_{ji}(\alpha_i)\le\overline{b}^{\varepsilon}_{ji}(\alpha_i)\le\overline{b}_{ji}(\alpha_i-\eta),\ \ \underline{a}_{ij}(\alpha_i-\eta)\le\underline{a}^{\varepsilon}_{ij}(\alpha_i)\le\overline{a}^{\varepsilon}_{ij}(\alpha_i)\le\overline{a}_{ij}(\alpha_i-\eta),$$

$$\underline{c}_{ijl}(\alpha_i-\eta)\le\underline{c}^{\varepsilon}_{ijl}(\alpha_i)\le\overline{c}^{\varepsilon}_{ijl}(\alpha_i)\le\overline{c}_{ijl}(\alpha_i-\eta),\ \ \underline{d}_{ij}(\alpha_i-\eta)\le\underline{d}^{\varepsilon}_{ij}(\alpha_i)\le\overline{d}^{\varepsilon}_{ij}(\alpha_i)\le\overline{d}_{ij}(\alpha_i-\eta).$$

Из полученных неравенств непосредственно следует, что $D^{\varepsilon}(\alpha)\subseteq D_{-\eta}(\alpha)$.

Пусть $\{\varepsilon_k\}\underset{k\to\infty}{\to}0$, $\{\eta_k\}\underset{k\to\infty}{\to}0$. Тогда $D_{-\eta_k}(\alpha)\supseteq D^{\varepsilon_k}(\alpha)\supseteq D_{\eta_k}(\alpha)$. Так как $D_{-\eta_k}(\alpha)$ и $D_{\eta_k}(\alpha)$ стремятся при $k\to\infty$ к $D(\alpha)$, то $D^{\varepsilon_k}(\alpha)\underset{k\to\infty}{\to}D(\alpha)$.

Это утверждение устанавливает факт неустойчивости в общем случае задач, использующих систему модальных ограничений.

Заключение. Одной из основных задач настоящего исследования являлась попытка разработки и реализации моделей слабо–формализуемых процессов при нечеткой исходной информации, выраженных в форме логически обоснованных лингвистических высказываний. Разработаны методы построения моделей параметрической оптимизации при нечеткой исходной информации. Определены условия и области применения основных методов теории нечетких множеств в исследованиях параметрической оптимизации. Осуществлена фазификация неустойчивой задачи параметрического программирования устойчивым по решению нечетким аналогом. Разработан алгоритм решения задач методом параметрического программирования при нечетко заданной исходной информации.

References:

1. Zadeh L. Fuzzy logic, Neural networks, and Soft Computing // Communications of the ACM. Vol. 37, No. 3, March, 1994.
2. Zade L.A. Ponyatie lingvisticheskoy peremennoy i ego primenenie k prinyatiyu priblijenny'h resheniy. - M.: Mir, 1976. -165 s.
3. Zabrodin, V.YU. O kriteriyah estestvennoy klassifikacii. - NTI, ser.2, 1981, №8.
4. Vityaev E.E. Klassifikaciya kak vy'delenie grupp ob`ektov, udovletvoryayusch'ih razny'm mnojestvam soglasovanny'h zakonomernostey. // Analiz raznotipny'h danny'h (Vy'chislitel'ny'e sistemy' - 99), Novosibirsk, 1983, –s. 44-50.
5. SHtovba S.D. "Vvedenie v teoriyu nechetkih mnojestv i nechetkuyu logiku". http//www.matlab.exponenta.ru.
6. Aliev R.A., Aliev R.A. Teoriya intellektual'ny'h sistem i ee primenenie / Baku: CHashy'ogly', 2001. – 720s.
7. Rotshteyn A.P. Intellektual'ny'e tehnologii identifikacii: nechetkaya logika, geneticheskie algoritmy', neyronny'e seti. UNIVERSUM-Vinnica. 1999. - 320 s.
8. Rutkovskaya D., Pilin'skiy M., Rutkovskiy L. Neyronny'e seti, geneticheskie algoritmy' i nechetkie sistemy'; [per. s pol'sk. I.D. Rudinskogo]. M.: Goryachaya liniya - Telekom, 2006.
9. Katasev A.S., Ahatova CH.F. Neyronechetkaya model' formirovaniya baz znaniy e`kspertny'h sistem s geneticheskim algoritmom obucheniya // Problemy' upravleniya i modelirovaniya v slojny'h sistemah: tr. XII Mejdunar. konf. Samar. nauch. centr RAN, 2010. –S. 615-621.
10. Bekmuratov T.F., Mukhamedieva D.T. Decision-making problem in poorly formalized processes // Proc. of the 5th World conf. on intelligent systems for industrial automation, b - Quadrat Verlag. Tashkent (Uzbekistan), Novemder 25−27, 2008. –pp. 214−218.
11. Bekmuratov T.F., Mukhamedieva D.T. A training algorithm of fuzzy inference system // International scientific and technical journal “Chemical technology. Control and management., № 3-4” and “Journal of Korea multmedia society” South Korea, Seoul – Uzbekistan, Tashkent. – 2015. – pp.108-114.
12. Bekmuratov T.F., Muhamediyeva D.T., Primova X.A., Niyozmatova N.A. Assessment of weakly formalized process based on the fuzzy integral. // Proceedings of eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in system Analysis, Decision ICSCCW-2015, Antalya, Turkey, 2015, – pp.391-397.
13. Muhamedieva D.T., Primova H.A., Niezmatova N.A. Podhody' k ispol'zovaniyu Z-ocenivaniya neopredelennosti v sistemah nechetkogo vy'voda // Problemy' vy'chislitel'noy i prikladnoy matematiki. – Tashkent. 2015. №2(2). –S. 85-90.
14. Bekmuratov T.F., Muhamedieva D.T. E`ksperimental'ny'e issledovaniya shodimosti geneticheskih algoritmov k global'nomu optimumu // DAN RUz. – Tashkent, 2015, vy'p.5. –S. 14-18.
15. Muhamedieva D.T. Reshenie zadach mnogokriterial'noy optimizacii pri nalichii neopredelennosti nestaticheskogo haraktera // Aktual'ny'e problemy' sovremennoy nauki. №2. -Moskva. 2013. -S.237-239.
16. Muhamedieva D.T. Algoritm klasterizacii pravil sistem nechetkogo vy'voda // Estestvenny'e i tehnicheskie nauki. №2. –Moskva. 2013. – S. 248-252.