ISSN 1815-4840
CHEMICAL TECHNOLOGY.
CONTROL AND MANAGEMENT
2018, №3 (81) pp.47-51
International scientific and technical journal
journal homepage: ijctcm.com
Since 2005

УДК 62-50

X.Z.IGAMBERDIYEV, D.T.KADIROV

REGULARIZED ALGORITHMS OF ADAPTIVE ASSESSMENT OF STATE OF CONTROL OBJECTS WITH PARAMETRIC PERTURBATION ACCOUNT

Шартли гаусс фильтрлари назарияси асосида параметрик ғалаёнларни эътиборга олиб бошқариш объекти ҳолатини адаптив баҳолашнинг турғун алгоритмларини қуриш масалалари кўриб чиқилган. Мунтазамлашган Холецкий омиллаштириш усули ва ғалаёнли симметрик матрицани сохта мурожаатидан фойдаланиб, стохастик бошқариш объекти ҳолатини баҳолаш алгоритмлари келтирилган. Кўрилган алгоритмлар стохастик объект ҳолатини баҳолашда матрица муносабатларидаги амалларни барқарорлаш ҳамда ғалаёнлар остидаги объект параметрлари ва кузатувчиларининг ҳолат векторини ҳақиқий баҳосини топишда аниқликни ошириш имконини беради.

Таянч сўзлар: *бошқариш объекти ҳолати, адаптив баҳолаш, параметрик ғалаён, мунтазамлаштириш.*

Рассматриваются вопросы построения устойчивых алгоритмов адаптивного оценивания состояния объектов управления с учетом параметрических возмущений на основе теории условно-гауссовской фильтрации. Приводятся алгоритмы оценивания состояния стохастических управляемых объектов с использованиям регуляризованного метода Холецкого факторизации и псевдообращения возмущенных симметричных матриц. Приведенные алгоритмы позволяют стабилизировать процедуру обращения матриц при оценивании состояния стохастических объектов и тем самым повысить точность определения истинной оценки вектора состояния при возмущении параметров объекта и наблюдателя.

Ключевые слова: *состояние объектов управления, адаптивное оценивание, параметрические возмущения, регуляризация.*

The problems of constructing stable algorithms for adaptive estimation of the state of control objects with allowance for parametric perturbations based on the theory of conditional Gaussian filtration are considered. Algorithms for estimating the state of stochastic controllable objects using the regularized method of the Cholesky factorization and pseudo-inversion of perturbed symmetric matrices are given. These algorithms allow us to stabilize the procedure for inversion of matrices in estimating the state of stochastic objects and, thereby, to increase the accuracy of determining the true estimate of the state vector when the parameters of the object and the observer are perturbed.

Key words: *state of control objects, adaptive estimation, parametric perturbations, regularization.*

При решении разнообразных задач синтеза систем управления динамическими объектами возникает проблема оценивания вектора состояния управляемого объекта на основе фильтра калмановского типа [1-4]. Важность этой проблемы состоит в том, что формирование управляющих воздействий в соответствии с принципом достоверной эквивалентности производится именно на основе вектора состояния объекта.

Рассмотрим объект управления, описываемый следующими уравнениями состояния и наблюдения

$$x_i = A_{i/i-1}x_{i-1} + w_i, \quad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$y_i = H_i x_i + v_i, \tag{2}$$

где x_i – n-мерный вектор состояния объекта в дискретный момент времени i; $A_{i/i-1}$ – переходная матрица состояний размерностью $n \times n$; w_i – n-мерный вектора белых гауссовских шумов объекта с известной матрицей интенсивностей $Q_i\delta_{ij}$ и нулевым вектором математического ожидания; y_i –

m-мерный вектор измерений; H_i-матрица измерений размерностью $m \times n$; v_i – m-мерный вектор белых гауссовских помех измерений с нулевым вектором математического ожидания и матрицей интенсивностей $R_i \delta_{ij}$; δ_{ij} – дельта-функция Кронекера.

Для оценивания вектора состояния объекта (1), (2) при точном знании параметров объекта, матриц Q_i и R_i обычно используется классической фильтр Калмана [1,2]:

$$\left.\begin{aligned} \hat{x}_{i+1} &= A_{i+1/i}\hat{x}_i + K_{i+1}\left(y_{i+1} - H_{i+1}A_{i+1/i}\hat{x}_i\right), \quad \hat{x}_0 = M\left(x_0\right); \\ K_{i+1} &= P_{i+1/i}H_{i+1}^T(H_{i+1}P_{i+1/i}H_{i+1}^T + R_{i+1})^{-1}; \\ P_{i+1/i} &= A_{i+1/i}P_iA_{i+1/i}^T + Q_{i+1}; \\ P_{i+1} &= \left(I - K_{i+1}H_{i+1}\right)P_{i+1/i}, \;\; P_0 = M\left\{\left(x_0 - \hat{x}_0\right)\left(x_0 - \hat{x}_0\right)^T\right\}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

обеспечивающий минимум среднеквадратической ошибки фильтрации.

Возмущения параметров объекта и наблюдателя вектора состояния, неизбежные при функционировании реальных систем, приводят к принципиальной невозможности обеспечения оптимальной оценки состояния линейной системы фильтром (3). До настоящего времени были предприняты многочисленные попытки решения этой проблемы путем определения допустимых границ возмущения калмановской оценки или численным моделированием процесса оценивания вектора состояния конкретного объекта [3-7]. Такие подходы не позволяют решить главной задачи возмущенной фильтрации – оптимального в среднеквадратическом текущего оценивания ошибок калмановского фильтра, обусловленных его параметрическими возмущениями. В настоящее время рассмотрены варианты определения лишь верхней границы возмущения калмановской оценки, обусловленной «неопределенностью априорной неопределенности» [5-7]. Таким образом, решение задачи фильтрации параметрических возмущений фильтра Калмана, т.е., оптимального текущего оценивания ошибок калмановской фильтрации из-за погрешностей в определении параметров фильтра и его начальных условий, представляет интерес как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. В дальнейшем при решении поставленной задачи используется математический аппарат исследования возмущений многомерных линейных систем, предложенный в [7].

Используя уравнение ошибки, представленное в [5], запишем уравнения для ошибки возмущенного фильтра (3) и случайной составляющей $\delta P_i^{(v)}$, функционально связанной с указанными шумами:

$$\delta\hat{x}_{i+1} = L_0\delta\hat{x}_i + L_1\delta A_{i+1}^{(v)} + L_2\delta H_{i+1}^{(v)} + L_3\delta Q_{i+1}^{(v)} + L_4\delta R_{i+1}^{(v)} + L_5\delta P_i^{(v)}. \tag{4}$$

$$\delta P_{i+1}^{(v)} = N_0\delta P_i^{(v)} + N_1\delta A_{i+1}^{(v)} + N_2\delta H_{i+1}^{(v)} + N_3\delta Q_{i+1}^{(v)} + N_4\delta R_{i+1}^{(v)}, \tag{5}$$

где $\delta P_0^{(v)}$ - вектор ошибок определения элементов матрицы априорной ковариации; алгоритмы определения матриц $L_0 - L_5$, $N_0 - N_4$, в выражениях (4) и (5) приводятся в [8].

Истинная оценка x_{i+1}^0 вектора состояния объекта в текущий момент времени может быть определена как

$$x_{i+1}^0 = \hat{x}_{i+1} - \delta\hat{x}_{i+1},$$

где $\delta\hat{x}_i$ – возмущения вектора состояния объекта.

Уравнение (4) позволяет сформировать стохастическое уравнение истинной оценки в следующем виде:

$$x_{i+1}^0 = L_0x_i^0 + K_{i+1}y_{i+1} - L_1\delta A_{i+1}^{(v)} - L_2\delta H_{i+1}^{(v)} - L_3\delta Q_{i+1}^{(v)} - L_4\delta R_{i+1}^{(v)} - L_5\delta P_i^{(v)}, \quad x_0^0 = \hat{x}_0 - \delta\hat{x}_0 \tag{6}$$

Исходя из изложенного, определим далее задачу возмущенной фильтрации как задачу текущей оценки векторов (4) – (6), используя в качестве сигнала наблюдателя за оцениваемым расширенным вектором возмущенную калмановскую оценку $\hat{x}_i$.

Уравнение расширенного оцениваемого вектора в этом случае имеет вид

$$Z_{i+1} = G_L \cdot Z_i + G_N \cdot \left[\left(\delta A_{i+1}^{(v)}\right)^T \,\vdots\, \left(\delta H_{i+1}^{(v)}\right)^T \,\vdots\, \left(\delta Q_{i+1}^{(v)}\right)^T \,\vdots\, \left(\delta R_{i+1}^{(v)}\right)^T \right]^T + G_c ,$$

где

$$Z_i = \begin{bmatrix} x_i^0 \\ \delta\hat{x}_i \\ \delta P_i^{(v)} \end{bmatrix}; \quad G_L = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & -L_5 \\ 0 & L_0 & L_5 \\ 0 & 0 & N_0 \end{bmatrix}; \quad G_N = \begin{bmatrix} -G \\ G \\ G_1 \end{bmatrix}; \quad G_c = \begin{bmatrix} K_{i+1} y_{i+1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$G = \left[L_1 \,\vdots\, L_2 \,\vdots\, L_3 \,\vdots\, L_4 \right], \quad G_1 = \left[N_1 \,\vdots\, N_2 \,\vdots\, N_3 \,\vdots\, N_4 \right].$$

Учитывая, что уравнение выходного сигнала калмановского измерителя можно представить как

$$y_i = H_i\left(\hat{x}_i + \Delta_i\right) + v_i ,$$

где Δ_i – вектор ошибок оптимальной оценки вектора состояния невозмущенной системы объект-наблюдатель, уравнение наблюдения можно записать следующим образом [8]:

$$\hat{x}_{i+1} = A_{i+1/i}\left(x_i^0 + \delta\hat{x}_i\right) + K_{i+1}\left(H_{i+1} A_{i+1/i} \Delta_i + H_{i+1} w_{i+1} + v_{i+1}\right).$$

Функциональный характер данного уравнения позволяет получить уравнения искомого фильтра в форме условно-гауссовского фильтра непосредственно из доказательства основной теоремы условно-гауссовской фильтрации. Считая выполненными допущения, положенные в основу теории условно-гауссовской фильтрации [9-11], на основе [8] можно записать следующий алгоритм оценивания стохастического объекта при наличии параметрических возмущений:

$$\hat{Z}_{i+1} = G_c + G_L \hat{Z}_i + \left(G_L J_i A_c^T\right) F^+ \left(\hat{x}_{i+1} - A_c \hat{Z}_i\right), \tag{7}$$

$$J_{i+1} = G_L J_i G_L^T + G_N D_\xi G_N^T - G_L J_i A_c^T F^+ A_c J_i G_L^T , \tag{8}$$

$$\hat{Z}_0 = M(Z_0) = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad J_0 = \begin{bmatrix} D_{\delta x} & D_{\delta x} & 0 \\ D_{\delta x} & D_{\delta x} & \\ \multicolumn{2}{c}{0} & D_{\delta P} \end{bmatrix},$$

$$F = E_p + A_c J_i A_c^T , \tag{9}$$

где

$$D_\xi = \begin{bmatrix} D_{A_{i+1}} & & & 0 \\ & D_{H_{i+1}} & & \\ & & D_{Q_{i+1}} & \\ 0 & & & D_{R_{i+1}} \end{bmatrix} \cdot \delta_{(i+1,\, j+1)};$$

$$A_c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes A_{i+1/i} ;$$

$$E_p = \left[K_{i+1} H_{i+1} A_{i+1/i} \,\vdots\, K_{i+1} H_{i+1} \,\vdots\, K_{i+1} \right] \begin{bmatrix} P_{i/i-1} & & 0 \\ & Q_{i+1} & \\ 0 & & R_{i+1} \end{bmatrix} \left[K_{i+1} H_{i+1} A_{i+1/i} \,\vdots\, K_{i+1} H_{i+1} \,\vdots\, K_{i+1} \right]^T ,$$

где $D_{\delta x}$ – ковариационная матрица ошибок определения вектора начальной оценки; $D_{\delta P}$ – ковариационная матрица ошибок определения матрицы априорных ковариаций P_0; $D_{A_{i+1}} \delta_{(i+1,\, j+1)}$, $D_{H_{i+1}} \delta_{(i+1,\, j+1)}$, $D_{Q_{i+1}} \delta_{(i+1,\, j+1)}$ и $D_{R_{i+1}} \delta_{(i+1,\, j+1)}$ – соответствующие матрицы интенсивностей; $\otimes$ – символ кронекерова произведения.

Матрица F вида (9), псевдообратная которой F^{+} используется в (7) и (8) для оценивания Z и J, является симметричной плохообусловленной знаконеопределенной матрицей. С целью стабилизации искомого решения и придания большей численной устойчивости процедуре псевдообращения в (7), (8), необходимо использовать регулярные методы [12-16]. При реализации (7) и (8) будем использовать регуляризованный метод Холецкого факторизации симметричных матриц [17].

На основе симметричной матрицы F порядка n с элементами f_{ij} строится последовательность матриц

$$F^{(k)} = \left[\begin{array}{c|c} F_1^{(k)} & F_2^{(k)} \\ \hline 0 & F_3^{(k)} \end{array}\right], \ k = 0,1,..., \tag{10}$$

где $F_1^{(k)}$ – верхнетреугольная матрица размера $k \times k$, $F_2^{(k)}$ – прямоугольная матрица, $F_3^{(k)}$ – симметричная матрица порядка $n-k$, 0 – нулевая матрица.

Для этого у клетки $F_3^{(k)}$ определяется ведущий элемент путем сравнения максимальных ее элементов, стоящих на диагонали и вне диагонали:

$$\left|f_{\zeta\zeta}\right| = \max_{k<i\le n}\left|f_{ii}^{(k)}\right|, \ \left|f_{\tau s}^{(k)}\right| = \max_{k<i\le n, i<j\le n}\left|f_{ij}^{(k)}\right|.$$

Если $\left|f_{\zeta\zeta}^{(k)}\right| \ge \left|f_{\tau s}^{(k)}\right|$ и $\left|f_{\zeta\zeta}^{(k)}\right| > \varepsilon$, то у матрицы $F^{(k)}$ меняются местами ζ-е строка и столбец с $(k+1)$-ми строкой и столбцом соответственно.

После перестановок определяется матрица $F^{(k+1)}$, которая отличается от полученной после перестановок $F^{(k)}$ только элементами клетки

$$F_3^{(k)} = \left[\begin{array}{c|c} f_{k+1,k+1}^{(k)} & d^{(k)} \\ \hline (d^{(k)})^T & W_k \end{array}\right], \tag{11}$$

принимающей вид

$$\left[\begin{array}{c|c} \left|f_{k+1,k+1}^{(k)}\right|^{1/2} & \alpha^{(k)} \\ \hline 0 & F_3^{(k+1)} \end{array}\right], \tag{12}$$

где $\alpha^{(k)} = \left|f_{k+1,k+1}^{(k)}\right|^{-1/2} d^{(k)} \mathrm{sign} f_{k+1,k+1}^{(k)}$, $F_3^{(k+1)} = W_3^{(k)} - (f_{k+1,k+1}^{(k)})^{-1}(d^{(k)})^T d^{(k)}$. Затем делается переход к следующему шагу факторизации.

Если $\left|f_{\zeta\zeta}^{(k)}\right| < \left|f_{\tau s}^{(k)}\right|$ и $\left|f_{\tau s}^{(k)}\right| > \varepsilon$, то вводится ортогональное преобразование

$$B_k = (b_{ii})_{i,j=1}^{n}, \tag{13}$$

элементы которого совпадают с единичной матрицей, за исключением четырех элементов, определяемых следующим образом: $b_{\tau\tau} = -b_{ss} = b_{\tau s} = b_{s\tau} = 2^{-1/2}$. Вычисляется матрица

$$\hat{F}^{(k)} = B_k F^{(k)} B_k,$$

у которой затем τ-й столбец и s-я строка переставляются с $(k+1)$-м столбцом и $(k+2)$-й строкой так, чтобы полученный $(k+1)$-й диагональный элемент был наибольшим. Далее делается пересчет в соответствии с (11), (12) элементов клетки $\hat{F}_3^{(k)}$ и осуществляется переход к следующему шагу факторизации, при этом за $F^{(k+1)}$ принимается полученная $\hat{F}^{(k+1)}$.

Как только $\left|f_{\tau s}^{(k)}\right| \le \varepsilon$ и $\left|a_{\zeta\tau}^{(k)}\right| \le \varepsilon$ процесс факторизации прекращается и неортогональная факторизация матрицы F определяется в виде

$$F_\varepsilon = \hat{U}_\varepsilon^T \hat{I} \hat{U}_\varepsilon, \;\; \hat{U}_\varepsilon = U_k B_{(k)},$$

где верхнетрапецеидальная матрица $U_k = (F_1^{(k)} \vdots F_2^{(k)})$ составляется из клеток $F_1^{(k)}$ и $F_2^{(k)}$ полученной матрицы (10); $B_{(k)} = B_k ... B_1$, где $B_i = I$, если преобразование (13) не проводилось; $\hat{I}$ – диагональная матрица с k-м диагональным элементом, определяемым как $\hat{i}_k = \operatorname{sign} f_{kk}^{(k-1)}$.

В случае, если симметричная матрица F порядка n имеет ранг $r \le n$ и параметр регуляризации взят $\varepsilon = 0$ [16-18], то в регуляризованном методе Холецкого, будет сделано ровно r шагов факторизации и

$$F_\varepsilon = F, \;\; F^+ = B_{(r)} U_r^+ \hat{I} (U_r^+)^T B_{(r)}^T. \tag{14}$$

Если дополнительно F – неотрицательно-определенная матрица, то ведущим элементом является диагональный элемент, $\hat{I}$ является единичной матрицей и тем самым

$$F_\varepsilon = U_r^T U_r = F, \;\; F_\varepsilon^+ = U_r^+ (U_r^+)^T. \tag{15}$$

Приведенные алгоритмы позволяют стабилизировать процедуру обращения матриц при оценивании состояния стохастических объектов и тем самым повысить точность определения истинной оценки вектора состояния при возмущении параметров объекта и наблюдателя.

References:

1. Ogarkov M.A. Metody' statisticheskogo ocenivaniya parametrov sluchayny'h processov. -M.: E`nergoatomizdat, 1990. -208 s.
2. Pervachev S.V., Perov A.I. Adaptivnaya fil'traciya soobsch'eniy. -M.: Radio i svyaz', 1991. -160 s.
3. Sinicy'n I.N. Fil'try' Kalmana i Pugacheva. Izd-vo: Logos, 2006. -640s.
4. Igamberdiev H.Z., YUsupbekov A.N., Zaripov O.O. Regulyarny'e metody' ocenivaniya i upravleniya dinamicheskimi ob`ektami v usloviyah neopredelennosti. - T.: TashGTU, 2012. - 320 s.
5. CHernov A.A., YAstrebov V.D. Vozmusch'eniya processa kalmanovskoy fil'tracii // Kosm. issledovaniya. -1984. -T. 22, №4. -S. 537-542.
6. Fil'traciya i stohasticheskoe upravlenie v dinamicheskih sistemah. / Pod red. K. T. Leondesa Per. s angl., - M.: Mir, 1980. - 407 s.
7. CHernov A.A., YAstrebov V.D. Metod ocenki vozmusch'eniy v algoritmah resheniya navigacionny'h zadach // Kosm. issledovaniya. -1984. -T. 22, №3. -S. 361-368.
8. Sokolov S.V. O fil'tracii parametricheskih vozmusch'eniy pri lineynom ocenivanii stohasticheskogo ob`ekta // Izvestiya vuzov. - Priborostroenie, 1991. -s.3-10.
9. Lipcer R.SH., SHiryaev A.N. Statistika sluchayny'h processov. -M.: Nauka, 1974.
10. YArly'kov M.S., Mironov M.A. Markovskaya teoriya ocenivaniya sluchayny'h processov. -M.: Radio i svyaz', 1993. - 464s.
11. Bulinskiy A.V., SHiryaev A.N. Teoriya sluchayny'h processov. -M.: Fizmatlit, 2003. - 362 s.
12. Gantmaher F.R. Teoriya matric. -M.: Nauka, 1988. - 552 s.
13. Demmel' Dj. Vy'chislitel'naya lineynaya algebra. Teoriya i prilojeniya: Per. s angl. -M.: Mir, 2001 -430 s.
14. Golub Dj., Van Louch CH. Matrichny'e vy'chisleniya: Per. s angl. -M.: Mir, 1999. -548 s.
15. Voevodin V.V., Kuznecov YU.A. Matricy' i vy'chisleniya. 1984. -318 s.
16. Louson CH., Henson R. CHislennoe reshenie zadach metoda naimen'shih kvadratov / Per. s angl. -M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986. -232 s.
17. Meleshko V.I. O regulyarizovanny'h neortogonal'ny'h faktorizaciyah i psevdoobrasch'eniyah vozmusch'enny'h matric, J. vy'chisl. matem. i matem. fiz., 1986, tom 26, nomer 4, -S. 485-498.
18. Verjbickiy V.M. Vy'chislitel'naya lineynaya algebra. -M.: Vy'ssh. shk., 2009. -351 s.

Игамбердиев Хусан Закирович – академик АН РУз, доктор технических наук, профессор кафедры «Системы обработки информации и управления» ТашГТУ;
Кодиров Дилмурод Тухтасунович – младший научный сотрудник Ташкентского государственного технического университета,
Тел.: (94) 605-36-22, E-mail.: dilmurod1579@mail.ru