ISSN 1815-4840
HEMICAL TECHNOLOGY.
CONTROL AND MANAGEMENT
6 (84) pp.46-49
International scientific and technical journal
journal homepage: ijctcm.com
Since 2005

62-501.12

O.O.ZARIPOV, O.P.SHUKUROVA

ESTIMATION OF THE COVARIATION MATRIX OF DISTURBANCES AT THE ENTRANCE OF THE CONTROLLED OBJECT ON THE BASIS OF ITERATIVE ALGORITHMS

Кетма-кет яқинлашишлар усуллари асосида бошқариш объектига кирувчи ғалаёнларнинг ковариацион матрицаларини баҳолашни турғун алгоритмларини шакллантириш ва қуриш саволлари кўрилган. Итератив алгоритмлар концепцияси асосида объектнинг киришидаги ғалаёнларни ковариацион матрицаларини турғун баҳолаш алгоритмлари келтирилган. Келтирилган мунтазам алгоритмлар адаптив фильтрларни синтезлаш концепцияси асосида объект шовқинининг ковариацион матрицасини турғун баҳосини ишлаб чиқишга имкон беради ва бу билан адаптив баҳолаш усулининг аниқлигини оширади.
Калит сўзлар: *бошқарилувчи объект, ғалаёнларни ковариацион матрицаси, баҳолашни итератив алгоритмлари.*

Рассматриваются вопросы формирования и построения устойчивых алгоритмов оценивания ковариационных матриц входных возмущений объекта управления на основе методов последовательных приближений. Приводятся алгоритмы устойчивого оценивания ковариационных матриц возмущений на входе объекта на основе концепций итеративных алгоритмов. Приведенные регулярные алгоритмы позволяют производить устойчивое оценивание ковариационной матрицы шума объекта на основе концепций синтеза адаптивных фильтров и тем самым повысить точность процедуры адаптивного оценивания.
Ключевые слова: *управляемый объект, ковариационной матрицы возмущений, итеративный алгоритм оценивания.*

The problems of formation and construction of stable algorithms for estimating the covariance matrices of input disturbances of the control object based on the methods of successive approximations are considered. Algorithms for the stable estimation of covariance matrices of perturbations at the input of an object are presented based on the concepts of iterative algorithms. The regular algorithms given above make it possible to produce a stable estimation of the covariance matrix of the object noise based on the concepts of the synthesis of adaptive filters and thereby increase the accuracy of the adaptive estimation procedure.
Keywords: *controlled object, covariance matrix of perturbations, iterative estimation algorithm.*

Решение многих практических задач в ряде технических областей - навигации и радиолокации, управлении технологическими объектами, проектирования технически оптимальных систем и др., приводит к применению систем фильтрации и управления с линейными стохастическими моделями. Теория таких систем хорошо разработана для условий, когда все свойства моделей полностью известны. Если же эти свойства не известны или подвержены резким, непредвиденным изменениям, приемлемое решение могут дать адаптивные системы, при этом адаптация включает как обнаружение, так и оценивание изменений в моделях с целью реоптимизации системы [1-8]. Эта задача особенно сложна в реальных условиях априорной неопределенности и непредвиденной изменчивости характеристик моделей, в наиболее общем случае включающих: собственные динамические свойства объекта, характеристики исполнительных органов, параметры внешних возмущений, законы или режимы функционирования измерительных средств, и параметры помех при измерениях. В этих условиях введение адаптации и контроля функционирования системы целесообразно по отношению к существенным модельным нарушениям, которые не могут рассматриваться как простые мешающие факторы и оценивание которых позволит значительно улучшить качество системы в целом.

Рассмотрим линейную непрерывную стохастическую динамическую систему, которую в дискретном времени можно описать уравнениями

$$x_{i+1} = A_i x_i + B_i u_i + \Gamma_i w_i , \tag{1}$$

$$z_i = H x_i + v_i , \tag{2}$$

где x_i – вектор состояния системы размерности *n*, u_i – вектор управления размерности *l;* z_i – вектор наблюдения размерности *m*, w_i и v_i – векторы шума объекта и помехи наблюдения размерности *q* и *p* соответственно, являющиеся последовательностью вида гауссовского белого шума с характеристиками $E[w_i]=0$, $E\left[w_i w_k^T\right] = Q_i \delta_{ik}$, $E[v_i]=0$, $E\left[v_i v_k^T\right] = R_i \delta_{ik}$, $E\left[w_i v_k^T\right] = 0$; *A, B, Г* и *H* – матрицы соответствующих размерностей. Данные последовательности также не зависят от случайного начального состояния системы x_0 с математическим ожиданием $\bar{x}_0$ и ковариацией P_0.

Для оценивания вектора состояния x_i динамической системы (1), (2) обычно используются традиционные уравнения фильтра Калмана вида

$$\hat{x}_{i+1|i} = A\hat{x}_{i|i} + Bu_i , \tag{3}$$

$$\hat{z}_i = H\hat{x}_{i|i-1} , \tag{4}$$

$$y_i = z_i - \hat{z}_i = z_i - H\hat{x}_{i|i-1} , \tag{5}$$

$$\hat{x}_{i|i} = \hat{x}_{i|i-1} + K_i (z_i - \hat{z}_i) = \hat{x}_{i|i-1} + K_i z_i , \tag{6}$$

где $\hat{x}_{i|i-1}$ – оценка вектора состояний, $\hat{x}_{i|i}$ – исправленная оценка вектора состояний, $\hat{z}$ – оценка измерения, y – невязка, *K* – коэффициент калмановской фильтрации.

Для реализации фильтра Калмана требуется априорная информация о математической модели объекта, о статистике входных и измерительных шумов. Неточность информации об априорных данных может послужить причиной расходимости.

Один из возможных путей создания адаптивных алгоритмов фильтрации заключается в использовании корреляционных свойств обновляемой последовательности с целью построения оценок ковариационных матриц входных *Q* и измерительных *R* шумов. Этот алгоритм пригоден для стационарных объектов и стационарных входных и измерительных шумов.

Известен целый ряд методов, позволяющих производить оценивание или идентификацию элементов этих ковариационных матриц [8,9]. Значительная часть алгоритмов идентификации матриц ковариаций шумов Q_i и R_i может быть основана на методах анализа обновляющей последова-тельности или невязки измерений $v_i = z_i - H_i \hat{x}_{i|i-1}$ в фильтре Калмана [9].

Для субоптимального фильтра обновляемый процесс представляет собой небелый гауссов процесс со следующими корреляционными свойствами:

$$C_0 = M\left(v_i v_i^T\right) = HP' H^T + R , \tag{7}$$

$$C_k = M\left(v_i v_{i-k}^T\right) = H\left[A(I - KH)\right]^{k-1} A\left[P' H^T - KC_0\right],$$

где $P' = A(I - KH)P'(I - KH)^T A^T + AKRK^T A^T + \Gamma Q \Gamma^T$ – априорная ковариационная матрица ошибок оценивания субоптимального фильтра Калмана.

Оценки величин ковариационных матриц C_k можно получить, используя эргодические свойства стационарной обновляемой последовательности:

$$\hat{C}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=k}^{N} v_i v_{i-k}^T . \tag{8}$$

Оценка матрицы измерительного шума строится на основе использования уравнения (7), т.е.

$$\hat{R} = \hat{C}_0 - H\left(P' H^T\right). \tag{9}$$

Ограничимся в дальнейшем случаем, когда число неизвестных элементов матрицы Q меньше или равно $n \times m$. Тогда можно написать:

$$\sum_{j=0}^{k-1} HA^j \Gamma Q \Gamma^T \left(A^{j-k}\right)^T H^T = \left(P' H^T\right)^T \left(A^{-k}\right)^T H^T - HA^k \left(P' H^T\right)^T - \sum_{j=0}^{k-1} HA^j \hat{V} \left(A^{j-k}\right)^T H^T, \quad k = 1,2,\ldots,n, \qquad (10)$$

где $\hat{V} = A\left[-K\left(P' H^T\right)^T - \left(P' H^T\right)K^T + K\hat{C}_0 K^T\right] A^T$.

Перепишем систему уравнений (10) в виде

$$f(q) = 0, \qquad (11)$$

где $q = \{ q_1, q_2, \ldots, q_{n+m} \}$ – вектор, составленный из элементов ковариационной матрицы Q.

Будем рассматривать случай, что пространство H является гильбертовым. Рассмотрим следующий итерационный процесс в гильбертовом пространстве [10-15]:

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n f(x_n), \qquad (12)$$
$$\alpha_n = \alpha'_n / \alpha_n, \ \| f(x_n)\| + \delta \ge \alpha_n \ge \| f(x_n)\| + \gamma, \ n = 1,2,\ldots,$$

где $\delta \ge \gamma > 0$, $\{\alpha'_n\}_{n=1}^{\infty}$ – последовательность положительных чисел такая, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha'_n$ расходится, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (\alpha'_n)^2$ сходится.

Для решения уравнения (11) целесообразно использовать итерационные методы. Следуя [11,12], можно показать, что начатый с любой точки $x_1 \in H$, итерационный процесс (12) сходится к решению уравнения (11).

Пусть $f(x_0) = 0$. Взяв $x_1 \in H$, для последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, определяемой итерационным процессом (12), имеем

$$\|x_{n+1} - x_0\|^2 = \|x_n - x_0 - \alpha_n [f(x_n) - f(x_0)]\|^2 =$$
$$= \|x_n - x_0\|^2 - 2\alpha_n \operatorname{Re}(f(x_n) - f(x_0), x_n - x_0) + \alpha_n^2 \|f(x_n)\|^2 \le$$
$$\le \|x_n - x_0\|^2 - 2\alpha_n m(\|x_n - x_0\|) + \alpha_n^2 \|f(x_n)\|^2, \ n = 1, 2, \ldots$$

где

$$\operatorname{Re}(f(x) - f(y), x - y) \ge m(\|x - y\|), \text{ для всех } x, \ y \in H; \quad m(0) = 0, \ m(t) > 0, \ t > 0 \qquad (13)$$

Отсюда следует, что

$$\|x_{n+k} - x_0\|^2 \le \|x_n - x_0\|^2 - 2\sum_{i=n}^{n+k-1} \alpha_i m(\|x_i - x_0\|) + \sum_{i=n}^{n+k-1} \alpha_i^2 \|f(x_i)\|^2, \ n = 1, 2, \ldots; \ k \ge 1. \qquad (14)$$

Из равенств (14) и выбора последовательности $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ в (12) следует, что $\|x_{n+1} - x_0\|^2 < \|x_1 - x_0\|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha'_i)^2$ $(n = 1, 2, \ldots..)$, что влечет ограниченность последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ [11-13]. Далее из неравенств (14), используя неравенства для последовательности $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ и ограниченность отображения f, имеем

$$b\sum_{i=1}^{n} \alpha'_i m(\|x_i - x_0\|) \le \|x_1 - x_0\|^2 - \|x_{n+1} - x_0\|^2 + \sum_{i=1}^{n} (\alpha'_i)^2 \ (n = 1, 2, \ldots\ldots), \qquad (15)$$

где постоянная $b > 0$ не зависит от n. Из ограниченности правых частей неравенств (15) константой, не зависящей от n, следует, что из последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ можно выделить подпоследовательность $\{x_{n_k}\}_{n=1}^{\infty}$, сходящуюся к x_0.

Для любого числа $\varepsilon > 0$ существует номер n_k такой, что $\|x_{n_k} - x_0\|^2 < \frac{1}{2}\varepsilon^2$ и $\sum_{i=n_k}^{\infty} (\alpha'_i)^2 < \frac{1}{2}\varepsilon^2$.

Тогда

$$\left\|x_{n_k+m}-x_0\right\|^2 \le \left\|x_{n_k}-x_0\right\|^2 + \sum_{i=n_k}^{n_k+m-1}(\alpha_i')^2 < \varepsilon^2 ,$$

$\left\|x_{n_k+m}-x_0\right\| < \varepsilon$ для любого $m > 0$. Отсюда следует, что последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ сходится к x_0.

Пусть $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ есть ортонормированный базис в H. Обозначив через P_n проектор H на H_n - подпространство, натянутое на $\varphi_1,.......\varphi_n$, для $x \in H$ имеем [12]:

$$P_n x = \sum_{i=1}^{n}(x,\varphi_i)\varphi_i .$$

Пусть выполнены условия (13) и решение уравнения (11) существует, а также для решения x_0 уравнения (11) имеем $\|P_n x_0 - x_0\|^2 \le C/n^{\beta}$ $(n = 1, 2, ...)$ с постоянными $C, \beta > 0$, не зависящими от n. [11-13]

Тогда для любых чисел δ и γ таких, что $\delta \ge \gamma > 0$, и последовательности $\alpha_n' = 1/n^{\alpha}$ $(n = 1, 2, ...)$ с α таким, что $1/2 < \alpha < 1$ и $\alpha + \beta > 1$, итерационный процесс

$$x_{n+1} = x_n - \alpha_n P_{n+1} f(x_n) \tag{16}$$

сходится к x_0.

В случае, если отображение f является локально липшицевым в каждой точке $x \in H$, тогда итерационный процесс (16) ($b_n + \delta \ge a_n \ge b_n + \gamma$, $b_n = \max(\|x_n\|, \|P_{n+1} f(x_n)\|)$), начатый с любой точки $x_1 \in H_1$, сходится к решению уравнения (11).

Приведенные регулярные алгоритмы позволяют производить устойчивое оценивание ковариационной матрицы шума объекта на основе концепций синтеза адаптивных фильтров и тем самым повысить точность процедуры адаптивного оценивания.

References:

1. Antonov V., Terehov V., Tyukin I. Adaptivnoe upravlenie v tehnicheskih sistemah. Uchebnoe posobie. Izd-vo: Izd-vo Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2001. - 244 s.
2. Fomin V.N., Fradkov A.L., YAkubovich V.A. Adaptivnoe upravleniya dinamicheskimi ob`ektami. M., 1981. -448s.
3. Saly'ga V.I., Karabutov N.N. Identifikaciya i upravlenie processami v chernoy metallurgii. - M.: Metallurgiya, 1986. -192 s.
4. Avtomatizirovannoe upravlenie tehnologicheskimi processami / pod red. YAkovleva V.B. - L.: Izd-vo Leningradskogo universiteta, 1988. - 224 s.
5. Fil'traciya i stohasticheskoe upravlenie v dinamicheskih sistemah. / Pod red. K. T. Leondesa Per. s angl., - M.: Mir, 1980. - 407 s.
6. Antonov V., Terehov V., Tyukin I. Adaptivnoe upravlenie v tehnicheskih sistemah. Uchebnoe posobie. Izd-vo: Izd-vo Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2001. - 244 s.
7. Ogarkov M.A. Metody' statisticheskogo ocenivaniya parametrov sluchayny'h processov. -M.: E`nergoatomizdat, 1990. -208 s.
8. Kuzovkov N.T., Saly'chev O.S. Inercial'naya i optimal'naya fil'traciya. - M.: Mashinostroenie, 1982. - 216 s.
9. Sinicy'n I.N. Fil'try' Kalmana i Pugacheva. Izd-vo: Logos, 2006. - 640s.
10. Tihonov A.N., Leonov A.S., YAgola A.G. Nelineyny'e nekorrektny'e zadachi, M.: Nauka, 1995. -308 s.
11. Bakushinskiy A.B., Goncharskiy A.V. Iterativny'e metody' resheniya nekorrektny'h zadach. M.: Nauka, 1989. - 128 c.
12. Fonarev A.A., O reshenii nelineyny'h uravneniy s monotonny'mi otobrajeniyami v gil'bertovom prostranstve, Differenc. uravneniya, 1981, tom 17, nomer 2, 366-372
13. Bakushinskiy A.B., Kokurin M.YU. Algoritmy' iterativnoy regulyarizacii dlya monotonny'h variacionny'h neravenstv // JVMiMF, Tom 39, №4, 1999. - S.553-560.
14. Vaynikko G.M., Veretennikov A.YU. Iteracionny'e procedury' v nekorrektny'h zadachah. M.: Nauka, 1986.
15. Verlan' A.F., Sizikov V.S. Integral'ny'e uravneniya: metody', algoritmy', programmy'. Kiev: Naukova dumka, 1986. - 542 s.

Зарипов Орипжон Олимович – доктор технических наук, доцент, проректор по учебное работе ТашГТУ;
Шукурова Ойсара Пўлатовна – старший преподаватель, Каршинский государственный университет, г. Карши.