



УДК 681.518.28

YU.G.SHIPULIN, B.G.ZAYNIDDINOV, Z.A.ZAYNIDDINOVA, I.R.JURAKULOV

**THE CHOICE OF THE OPTIMAL MODE OF DISCHARGE OF THE RESERVOIR WATER**

*Сув омборларида сувнинг ҳажмини оптимал бошқариш учун системани оптимал бошқариш коэффициентларини танлаш зарурдир. Бунинг учун "стандарт коэффициентлар" усулига асосланган оптимал бошқариш коэффициентларини ҳисоблаш усули таклиф этилган. Бу усул билан ҳисобланаётган оптимал бошқариш коэффициентлари ва бошқариш параметрларига қўйилган чегараларни назарга олиниши сув омборидан ҳаракатдаги сувнинг ҳажмини бошқариш жараёнининг оптималлигини таъминлаб беради.*

**Таянч сўзлар:** автоматик бошқариш тизими, оптимал бошқариш, сув омбори, оптимал бошқариш коэффициентлари, «стандарт коэффициентлар» усули.

*Для оптимального управления объемом воды водохранилищ необходимо вычисление оптимальных коэффициентов управления уровнем воды целью предложен метод расчета коэффициентов оптимального управления уровнем воды водохранилищ на основе метода «стандартных коэффициентов». Рассчитанные таким образом оптимальные коэффициенты системы и учет ограничений на параметры управления обеспечивают оптимальность переходного процесса регулирования объема воды водохранилищ.*

**Ключевые слова:** система автоматического управления, оптимальное управление, водохранилищ, коэффициенты оптимального управления, метод «стандартных коэффициентов».

*Optimal controlling volume in water reservoirs it is necessary computation the optimal coefficients of the system. For this purpose was proposed an method for calculating the coefficients of the optimal control water level in reservoirs on the basis of "standard coefficients." It provides the optimality of the process of the controlling water volume in a water chain of two reservoirs by taking into account optimum coefficients which calculated by this method and the restrictions on the parameters of the control.*

**Key words:** automatic control, optimal control, reservoirs, optimal control coefficients, the method of "standard coefficients".

В настоящее время все острее встает вопрос о недостатке водных и энергетических ресурсов в крупных населенных пунктах. Прежде всего это связано с тем, что используемые методики обеспечивают 66% надежность принятия решений, и это приводит к недопустимым экономическим и экологическим потерям. Комплексное решение задачи управления гидротехническими сооружениями было осуществлено при проектировании водохранилища имени Хисорак к 1977-1988 гг. Методики управления разработаны тогда же. В 1960-е годы проведено уточнение должностных инструкций на основе той же самой методики принятия решения (1981 г).

В качестве примера, иллюстрирующего недостатки устаревших методик, можно привести Хисоракское водохранилище на р. Шахрисабз в Кашкадарьинской области, заполненное в 1982 г. Его площадь составляет 170 км<sup>2</sup>. Это водохранилище используется для орошения земель Кашкадарьи.

В данной работе предлагается математическая модель оптимального управления, позволяющая значительно улучшить методику принятия решения при осуществлении управления уровнем воды в водохранилище. Прежде всего следует отметить, что основными задачами управления могут являться:

- обеспечение безопасности гидроузла и прилегающих территорий;
- обеспечение населенных пунктов водой;
- обводнение судоходных каналов.

При условии выполнения этих задач требуется максимизировать выработку электроэнергии за счет сброса воды из водохранилища через ГЭС. Общие постановки подобных задач можно найти в [1].

Многие водохранилища не имеют расходов на обеспечение судоходства и водоснабжения. В этом случае соответствующие функции в приведенном ниже решении следует полагать равными 0.

На изменение объема воды в водохранилище влияют три основных фактора:

- скорость притока воды;
- скорость естественного и технического расхода воды;
- скорость сброса воды через ГЭС.

Баланс водохранилища с учетом этих величин записывается следующим образом:

$$V(t) = V(0) + \int_0^t q(s) ds - \int_0^t r(s) ds - \int_0^t \mu(s) ds = V(0) + Q(t) - R(t) - U(t),$$

где:  $V(t) \in (V^{\min}, V^{\max})$  – объем воды в водохранилище в момент времени  $t$ , ограниченный минимальным и максимальным допустимым объемом воды в водохранилища,  $U(t) = \int_0^t \mu(t) dt$  – расход воды через ГЭС за период, где  $u(t)$  – скорость расхода,  $Q(t) = \int_0^t q(t) dt \in (Q^{\min}(t), Q^{\max}(t))$  – приток воды из рек за период, имеющий некоторое вероятностное распределение в доверительном диапазоне,  $q(t)$  скорость притока воды,  $Q^{\min}(t), Q^{\max}(t)$  минимальный и максимальный прогнозируемый приток воды за период. Заметим, что во многих работах, (например, в [2]), для расчетов используется скорость притока воды. Прогноз притока строится на основе данных предыдущих лет  $\bar{q}(n, m)$ , где  $n$ -номер года, а  $m$ -номер дня, недели или месяца в году.

При этом для вычисления, например, максимального возможного значения за период берется сумма максимумов по годам для каждого дня. Однако, в силу того, что выполняется неравенство

$$\sum_j \min_i q(n_i, m_j) \leq \min_i \sum_j q(n_i, m_j) \leq \max_i \sum_j q(n_i, m_j) \leq \sum_j \max_i q(n_i, m_j)$$

использование величины суммарного прихода за период позволяет значительно улучшить точность прогноза, особенно во время весеннего паводка, за счет лучшего учета возможных сдвигов паводка по времени, поскольку колебания скорости притока воды в несколько раз превышают колебания общего притока воды за весенний период.

$R(t) = \int_0^t r(t) dt \in (R^{\min}(t), R^{\max}(t))$  – это расход воды на технические нужды и естественные потери воды за период, заданный в небольшом диапазоне,  $r(t)$  – скорость расхода,  $R^{\min}(t), R^{\max}(t)$  – минимальный и максимальный прогнозируемые расходы соответственно.

Расход на технические нужды - это расход на обводнение судоходных каналов, забор воды для населенных пунктов и предприятий, а также другие. Естественные потери определяются впитыванием, фильтрацией и испарением. Как правило, эти характеристики имеют не очень значительное случайное колебание по годам, поскольку либо не очень велики, например испарение, либо заранее определяются юридическими договорами, например, водоснабжение.

Желаемая глубина (заблаговременность) прогноза  $T$  для построения управления расходом воды через ГЭС составляет, в зависимости от типа водохранилища, от 1 до 3 лет. Заметим, что в данном случае построение точного прогноза невозможно, и для составления первичного приближенного прогноза на основании многолетней статистики строится доверительный интервал

требуемых значений. Затем на небольшом начальном временном интервале уточняется за счет имеющихся на текущей момент данных гидрометцентра и собственных данных.

При этих условиях задача оптимизации выработки электроэнергии сводится к задаче нахождения управления  $u(t)$ , позволяющего максимизировать интеграл:  $\int_0^T F(t)dt$  при ограничении управления  $0 < u^{\min}(t) < u(t) < u^{\max}(t)$ , где:  $u^{\min}, u^{\max}$  – минимальная и максимальная допустимая скорость расхода;  $F(t) \equiv F^*(u(t), V(t))$  – количество вырабатываемой энергии в единицу времени.

Функции  $u^{\min}$  и  $u^{\max}$  на большей части временного интервала являются константами, отражающими технические возможности плотины, однако могут меняться для осуществления работ по обслуживанию плотины или для обеспечения во время паводка безопасности населенных пунктов, находящихся ниже по течению. Сложность задачи во многом обуславливается тем, что часть времени  $u^{\max}(t)$  значительно меньше величины  $q(t) - r(t)$ , а часть времени  $u^{\min}$  значительно больше  $q(t) - r(t)$ . Первый из этих вариантов реализуется во время паводка, когда скорость притока воды в несколько раз может превышать возможную скорость расхода воды. Второй вариант может реализовываться летом, когда скорость притока воды значительно меньше расхода воды на технические нужды и величина  $q(t) - r(t)$  оказывается отрицательной. В случае ошибок это приводит либо к переполнению водохранилища, либо к нехватке воды для водоснабжения города и обеспечения судоходства. Важность учета этих факторов можно проиллюстрировать, например, ситуацией в г. Севастополь. Условие  $P(t) < 0.25 * R(t)$  для этого города означает наличие питьевой воды в кранах всего один час в день. В остальное время воду можно получить только на улице в специальных цистернах.

Состояние водохранилища в каждый конкретный момент времени полностью описывается величиной  $V^0$  - текущем наполнении водохранилища. Однако, в силу вероятностного задания величины  $Q(t)$ , прогнозируемое состояние системы описывается вероятностью наличия объема воды  $V$  в момент времени  $t$   $P(V, t)$ , что значительно увеличивает количество возможных состояний системы для численных расчетов.

Для подобного класса задач может эффективно применяться метод динамического программирования [3] или методы дифференциальных игр [4]. Однако в виду большой ресурсоемкости такой задачи при численном решении на ЭВМ обычно принимают одно из перечисленных ниже упрощений.

Увеличение дискретности шага по объему  $\delta V$  линейно снижает сложность задачи, однако сильно ухудшает гибкость управления. В предельном случае  $\delta V = u_{\max} - u_{\min}$ , и имеется возможность либо полностью открыть, либо полностью закрыть все затворы.

Уменьшение глубины прогноза  $T$  квадратично снижает сложность задачи, однако, при этом существует возможность построения управления, удовлетворительного на прогнозируемое время, но приводящего к критической ситуации в конце прогнозируемого периода. Например, если использовать глубину прогноза 1 месяц, то рекомендуемой стратегией в декабре-феврале месяце будет максимальное наполнение водохранилища, что приведет к внештатным ситуациям во время начала паводка.

Увеличение дискретности по времени при составлении прогноза  $\delta t$  квадратично снижает сложность задачи, и гибкость управления, увеличивая, вместе с тем, риск возникновения внештатных ситуаций.

Наиболее распространенный способ уменьшения сложности данной задачи - переход от вероятностного прогноза к дискретному [5]. В этом случае вместо вероятностной характеристики

$Q$  используется ее математические ожидание или аналогичные дискретные характеристики. Это позволяет значительно упростить вычисления, однако приводит, во-первых, к неверным результатам в силу значительной нелинейности функции  $F^*(u(t), V(t))$  около траектории оптимального управления, во-вторых, к увеличению риска внештатных ситуаций, поскольку не учитывается вероятность и цена отклонений от ожидаемого объема притока воды.

И, наконец, наиболее эффективный способ, рассматриваемый в данной работе построение аналитического решения, близкого к оптимальному и позволяющего поддерживать наибольший уровень воды в водохранилище, при котором удастся избежать потерь на холостые сбросы.

Определим максимально допустимую траекторию для  $U(t)$ . Для этого определим следующие области:  $\Omega_1$  – область аварийных ситуаций;  $\Omega_2$  – область, недостижимую без гарантированного не пересечения области аварийных ситуаций;  $\Omega_3$  – область приводящую к аварийным ситуациям;  $\Omega_4$  – безопасную область.

Область аварийных ситуаций определяется как область, допускающая снижение уровня воды в водохранилище при реализации минимального варианта прихода воды и максимального варианта расхода воды:

$$\Omega_1 = \{(t, U) \mid V^{\min} > V^0 - U + Q^{\min}(t) - R^{\max}(t)\}$$

Достижимая область с учетом ограничения на управление  $u$  определяется как:

$$\Omega_2 = \{(t, U) \mid \forall \tau < t: (\tau, U - \int_{\tau}^t u^{\max}(x) dx) \notin \Omega_1\}$$

Аналогично:

$$\Omega_3 = \{(t, U) \mid \forall \tau > t: (\tau, U + \int_{\tau}^t u^{\min}(x) dx) \notin \Omega_1\}$$

Безопасная область определяется как  $\Omega_4 = \{(t, U) \mid (t, U) \notin \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3\}$ .

Максимально допустимая траектория  $U^{\max}(t)$  определяется как граница области  $\Omega_4$ :

$$U^{\max}(t) = \min_{\tau \in (0, T)} \begin{cases} V^0 - V^{\min} + Q^{\min}(\tau) - R^{\max}(\tau) + \int_{\tau}^t u^{\max}(x) dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{\min} + Q^{\min}(\tau) - R^{\max}(\tau) - \int_t^{\tau} u^{\min}(x) dx & t < \tau \end{cases}$$

Аналогично задаются минимально допустимая траектория, минимально допустимая траектория без холостых сбросов и минимально допустимая траектория без холостых сбросов при среднем приходе и расходе:

$$U^{\min}(t) = \max_{\tau \in (0, T)} \begin{cases} V^0 - V^{\max} + Q^{\max}(\tau) - R^{\min}(\tau) + \int_{\tau}^t u^{\min}(x) dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{\max} + Q^{\max}(\tau) - R^{\min}(\tau) - \int_t^{\tau} u^{\max}(x) dx & t < \tau \end{cases},$$

$$U^{\text{tex}}(t) = \max_{\tau \in (0, T)} \begin{cases} V^0 - V^{\max} + Q^{\max}(\tau) - R^{\min}(\tau) + \int_{\tau}^t u^{\min}(x) dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{\max} + Q^{\max}(\tau) - R^{\min}(\tau) - \int_t^{\tau} u^{\text{tex}}(x) dx & t < \tau \end{cases},$$

$$U^{\text{sr}}(t) = \max_{\tau \in (0, T)} \begin{cases} V^0 - V^{\max} + \bar{Q}(\tau) - \bar{R}(\tau) + \int_{\tau}^t u^{\min}(x) dx & t \geq \tau \\ V^0 - V^{\max} + \bar{Q}(\tau) - \bar{R}(\tau) - \int_t^{\tau} u^{\text{tex}}(x) dx & t < \tau \end{cases},$$

где:  $\bar{Q}, \bar{R}$  - математическое ожидания соответствующих величин,  $u^{\text{tex}}(x)$  - максимальный полезный сброс воды через турбины. При расчете величины  $u^{\text{tex}}$  учитывается как количество воды, которое физически способно пройти через турбины без холостых сбросов, так и потребности в электроэнергии на текущий момент. Например, на некоторых электростанциях нагрузка на

электросеть значительно снижается в ночное время. С учетом введенных обозначений ограничение на управление гарантированно позволяющее избежать аварийных ситуаций запишется в следующем виде:

$$U^{min}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t). \quad (1)$$

Кроме того, в силу ограничений на управление, получим:

$$\int_0^t \mu^{min}(x) dx \leq U(t) \leq \int_0^t \mu^{max}(x) dx. \quad (2)$$

Для максимизации выработки электроэнергии следует избегать холостых сбросов воды. Ограничения на управление, не приводящее к холостым сбросам воды при соблюдении условия безаварийности аналогичны (1) и (2) и имеют вид:

$$U^{tex}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t), \quad (3)$$

$$\int_0^t \mu^{min}(x) dx \leq U(t) \leq \int_0^t \mu^{tex}(x) dx.$$

Ограничения на управление, не приводящее к холостым сбросам воды при соблюдении условия безаварийности для среднего прихода и расхода  $Q - R = \bar{Q} - \bar{R}$  имеют вид:

$$U^{sr}(t) \leq U(t) \leq U^{max}(t), \quad (4)$$

$$\int_0^t \mu^{min}(x) dx \leq U(t) \leq \int_0^t \mu^{tex}(x) dx.$$

В силу приведенных выше ограничений (3), (4) аналитическое выражение для траектории, позволяющей избежать холостых сбросов для наиболее вероятных прихода и расхода воды на технические нужды при условии отсутствия критических ситуаций имеет вид:

$$U^{**}(t) = \min(U^{sr}(t), U^{max}(t), \int_0^t \mu^{tex}(x) dx), \quad (5)$$

а аналитическое выражение для траектории, позволяющей избежать холостых сбросов при условии отсутствия критических ситуаций имеет вид:

$$U^*(t) = \min(U^{tex}(t), U^{max}(t), \int_0^t \mu^{tex}(x) dx). \quad (6)$$

В силу того, что функция выработки электроэнергии плавно растет с ростом уровня воды в водохранилище и резко падает при наличии холостых сбросов, выгодно сохранять максимальный уровень наполнения водохранилища, позволяющий гарантированно избегать критических ситуаций и с большой вероятностью, избежать холостые сбросы. Оптимальная траектория будет располагаться между траекториями  $U^*$  и  $U^{**}$ , причем ближе к траектории  $U^*$  – в силу больших потерь от наличия холостых сбросов.

Дальнейший поиск оптимальной траектории может быть продолжен методами динамического программирования или вариационным методом в существенно более узком классе решений  $U^{sr}(t) < U(t) < U^{tex}(t)$  после уточнения вида функции  $F$ , зависящей от конкретного гидроузла. Например линейная аппроксимация функции  $F(t)$  вида  $F(t) = C_1 * (u(t) - h(t)) * (V(t) - C_2)$ , где  $C_1, C_2$  – произвольные константы, являющиеся характеристиками гидроузла, а  $h(t)$  – размер холостых сбросов в момент времени  $t$ . Кроме того, необходимо выдвижение гипотезы о вероятностном распределении функций  $P$  и  $Q$ .

На практике, ввиду отсутствия точных данных, часто в качестве решения с достаточной степенью точности можно взять траекторию  $U^*$ .

Соответствующее управление, позволяющее избежать холостые сбросы, гарантируя отсутствие критических ситуаций, имеет вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} u^{min} & U(t) > U^*(t), \\ \frac{\partial U^*(t)}{\partial t} & U(t) = U^*(t), \\ u^{tex} & U^{min}(t) < U(t), \quad U(t) < U^*(t), \\ u^{max} & U(t) < U^{min}(t), \end{cases} \quad (7)$$

где  $U(t)$  - текущий сброс воды.

Заметим, что для точки  $t = 0$  формула (7) имеет вид:

$$u^*(t) = \frac{\partial U^*(t)}{\partial t}.$$

Для использования на ЭВМ приведенные выше формулы требуется записать в дискретном виде. Значимые ограничения для суммарного расхода воды определяются по рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} U_N^{min} &= V_0 - V^{max} + Q_N^{max} - R_N^{min}, \\ U_N^{max} &= V_0 - V^{min} + Q_N^{min} - R_N^{max}, \\ U_i^{min} &= \max(V_0 - V^{max} + Q_i^{max} - R_i^{min}, U_{i+1}^{min} - u^{max}), \\ U_i^{max} &= \min(V_0 - V^{min} + Q_i^{min} - R_i^{max}, U_{i+1}^{max} - u^{min}), \end{aligned}$$

Максимальное же наполнение, позволяющее избежать холостых сбросов, так же по рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} U_N^{tex} &= V_0 - V^{max} + Q_N^{max} - R_N^{min} \\ U_i^{tex} &= \max(V_0 - V^{max} + Q_i^{max} - R_i^{min}, U_{i+1}^{tex} - u^{tex}) \end{aligned}$$

Таким образом, в работе получены выражение для траектории, траектория (6) и управление (7), позволяющие избежать холостых сбросов воды, гарантируя отсутствие внештатных ситуаций. При этом учитывается вероятностный характер притока и расхода воды водохранилища. Кроме того, приведенные в работе результаты позволяют значительно уменьшить сложность вычислений при нахождении более оптимального плана управления выработкой электроэнергии ГЭС.

**References:**

1. Kozicy'n A.S. Vodohozyaystvenny'e raschety'. Gidrometeoizdat, L., 2016.
2. Men'shikov I.S. Metody' optimal'nogo upravleniya i differencial'ny'h igr v zadachah upravleniya kaskadom vodohranilisch'. VC AN, M., 1983
3. Belen'kiy V.Z. Optimal'noe upravlenie: princip maksimuma i dinamicheskoe programmirovaniye. Rossiyskaya e`konomicheskaya shkola, M., 2001
4. Ermolov A.N. K matematicheskoy teorii upravleniya kaskadom vodohranilisch', VC AN, M., 1983.
5. Agasandyan G.A. O principah postroeniya dispetcherskih pravil upravleniya rejimom raboty' Voljsko-Kamskogo kaskada vodohranilisch'. VC AN, M., 1983.

*Юрий Геннадиевич Шипулин – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы обработки информации и управления» Таиш ГТУ.*

*Тел: (+99890) 328-16-43(м.);*

*Зайниддинов Бобиржон Гофирович – ассистент кафедры «Мехатроника и робототехника» Таиш ГТУ.*

*Тел: (+99894) 638-43-21(м.). E-mail: bobur638@mail.ru;*

*Зайниддинова Зебинисо Акмаловна – магистрант кафедры «Системы обработки информации и управления» Таиш ГТУ.*

*Тел: (+99890) 966-28-27(м.). E-mail: zebiniso@mail.ru;*

*Журакулов Имомали Рузикулугли – студент кафедры «Системы обработки информации и управления» Таиш ГТУ.*

*Тел: (+99899) 859-69-77(м.). E-mail: imotali@mail.ru;*