ISSN 1815-4840
CHEMICAL TECHNOLOGY.
CONTROL AND MANAGEMENT
2018, №3 (81) pp.74-77
International scientific and technical journal
journal homepage: ijctcm.com
Since 2005

УДК 62-501

Y.A.YUSUPOV

ALGORITHMS FOR ADAPTIVE IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF STOCHASTIC CONTROL OBJECTS

Стохастик бошқариш объекти параметрларини адаптив идентификациялаш алгоритмлари келтирилган. Умумлашган кичик квадратлар усули асосида регрессион модель параметрларини баҳолаш масалалари орқали бошқариш объектини идентификациялаш масаласини ҳисоблаш. Турғун рекуррент усуллар асосида объект параметрларини турғун баҳолаш алгоритмлари келтирилган. Келтирилган алгоритмлар объектга таъсир қилувчи шовқиннинг вақт давомида корреляциялаш шароитларида идентификацияланган объектнинг қидирилаётган параметрларини самарали ҳисоблаш имконини беради.
Таянч сўзлар: *стохастик бошқариш объекти, умумлашган кичик квадратлар усули, регрессион модель, рекуррент баҳолаш, адаптив идентификациялаш.*

Приводятся алгоритмы адаптивной идентификации параметров стохастических объектов управления. Задача идентификации управляемого объекта сведена к задаче оценивания параметров регрессионной модели на основе обобщенного метода наименьших квадратов. Приведены алгоритмы устойчивого оценивания параметров объекта на основе устойчивых рекуррентных процедур. Приведенные алгоритмы позволяют эффективно вычислять искомые параметры идентифицируемого объекта в условиях коррелированности во времени шумов, действующих на объект.
Ключевые слова: *стохастический объект управления, обобщенный метод наименьших квадратов, регрессионная модель, рекуррентное оценивание, адаптивная идентификация.*

Algorithms for adaptive identification of parameters of stochastic control objects are given. The task of identifying a managed object is reduced to the task of estimating the parameters of the regression model on the basis of the generalized least-squares method. Algorithms for the sustainable estimation of object parameters on the basis of stable recurrent procedures are presented. These algorithms allow us to effectively calculate the desired parameters of an identified object under the conditions of the time correlation of the noise acting on the object.
Key words: *stochastic control object, generalized least-squares method, regression model, recurrent estimation, adaptive identification.*

При построении систем управления сложными технологическими объектами весьма часто возникает необходимость решения задачи адаптивной идентификации на этапе обработки результатов эксперимента [1-6]. Это обусловлено тем, что адаптивная идентификация параметров объекта в реальном масштабе времени является составной частью контура управления системой. При этом характер изменения параметров отражает изменчивость внутренних и внешних факторов, определяющих условия функционирования динамической системы [2,4]. Обычно косвенную информацию о характере изменения этих переменных получают в результате наблюдений за динамической системой, либо в результате целенаправленного эксперимента, либо в режиме ее нормальной эксплуатации.

В большинстве практических случаев измеренные значения входных и выходных величин недостаточно точны, чтобы пользоваться детерминированными методами. Обычно на полезные входные сигналы объекта налагаются неизмеримые возмущающие сигналы, а выходные переменные измеряются с некоторой ошибкой. В этом случае уравнения состояния можно записать в виде

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k),$$
$$y(k) = Cx(k) + Du(k) + v(k), \tag{1}$$

где $x(k) \in R^n$ – вектор состояния; $u(k) \in R^m$ – вектор управления; $y(k) \in R^l$ – вектор выхода; $w(k)$ и $v(k)$ – случайные величины, о которых мы либо ничего не знаем, либо знаем только некоторые статистические свойства; A, B, C, D – матрицы соответствующих размерностей. В зависимости от априорной информации о случайных величинах $w(k)$ и $v(k)$ можно сформулировать задачу идентификации и предложить различные процедуры решения этой задачи.

Прежде чем перейти к непосредственному решению рассматриваемой задачи, следует отметить, что идентификацию динамических свойств управляемого объекта можно существенно облегчить, если при расчетах выбрать такую математическую модель объекта, которая позволяет описать его свойства наименьшим числом параметров. Кроме того, следует учесть, что при обработке результатов измерений входов и выходов объекта можно использовать только наблюдаемую и достижимую часть системы. Таким образом, описание уравнениями состояния не является наиболее удобным для решения поставленной задачи.

Известны методы [2,7], когда задача идентификации управляемого объекта была сведена к задаче оценивания параметров регрессионной модели. Аналогичную процедуру можно также применить для получения оценок параметров модели состояния управляемого объекта.

В общем случае регрессионная модель может быть представлена выражением

$$y(k) = f(k, y_{(0)}^{(k-1)}, u_{(0)}^{(k)}, v_{(0)}^{(k-1)}) + e(k),$$

где $y_0^{(k-1)}$ обозначает последовательность $y(0), y(1), ..., y(k-1)$, $f(k)$ – условное среднее, определяемое выражением [7]

$$f(k) = \xi\left(y(k)\middle| y_{(0)}^{(k-1)}, u_{(0)}^{(k)}, v_{(0)}^{(k-1)}\right) = \int y(k)\, p\left(y(k)\middle| y_{(0)}^{(k-1)}, u_{(0)}^{(k)}, v_{(0)}^{(k-1)}\right) dy(k),$$

в котором $e(k)$ – случайная компонента в преобразовании выходного вектора $y(k)$, выраженного функцией регрессии $f(k)$ на предыстории входных и выходных сигналов.

Ко входным переменным относятся управляющие переменные, т.е. компоненты вектора *u*, и независимые входные переменные, например, возмущающие переменные, которые являются компонентами вектора *v*. Для ясности и простоты последующего изложения входную переменную *v* можно опустить без потери общности решения.

Тогда можно написать

$$y^T(k) = z^T(k)\Theta + e^T(k), \tag{2}$$

где компоненты векторов $y^T(k)$ и $e^T(k)$ соответствует отдельным выходным переменным $y_i(k),\ i = 1,2,..., p$, объекта со многими входами и многими выходами.

Будем полагать, что случайная величина $e(k)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\xi[e(k)] = 0,$$
$$\xi[e(k)u^T(k-\kappa)] = 0 \text{ при } \kappa = 0,1,2,...,k,$$
$$\xi[e(k)y^T(k-\kappa)] = 0 \text{ при } \kappa = 1,2,...,k,$$
$$\xi[e(k)e^T(k-\kappa)] = 0 \text{ при } \kappa = 1,2,...,k,$$
$$\xi[e(k)e^T(k)] = R.$$

Положив теперь в уравнении (2) $k = 1,2,..., K$, где $K \geq \nu$, можно получить следующую систему линейных уравнений [4,7]:

$$Y = Z\Theta + E_e, \tag{3}$$

где

$$Y = \begin{bmatrix} y_1(1) & y_2(1) & \dots & y_p(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(K) & y_2(K) & \dots & y_p(K) \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} u_1(1-N) & \cdots & u_r(1-N) & y_1(1-N) & \cdots & y_p(1-N) & \cdots & u_1(1) & \cdots & u_r(1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_1(K-N) & \cdots & u_r(K-N) & y_1(K-N) & \cdots & y_p(K-N) & \cdots & u_1(K) & \cdots & u_r(K) \end{bmatrix}.$$

Размерности матриц Y, Z, Θ и E_e равны соответственно $(K, p), (K, v), (v, p)$ и (K, p) где $v = N(p+r)+r$. При r входах и p выходах матрица Θ^T имеет блоки $P_i, i = 0,1,..., N$, и $Q_j, j = 1,2,..., N$, размерности $(p;r)$ и $(p;p)$ соответственно. Тогда размерность матрицы Θ^T равна $(p;v)$, где $v = N(p+r)+r$.

Запишем уравнение (3) в покомпонентной записи

$$Y_j = Z\Theta_j + E_j^{\,e}, \tag{4}$$

где Y_j и Θ_j - j – ые векторы матриц Y и Θ, j=1,2,…p.

В (4) $E_j^{\,e}$ - K – мерный вектор измерительного шума с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $var\{E_j^{\,e}\}=I_k$. Более общий случай ($var\{E_j^{\,e}\}=R$) приводится к данному стандартным преобразованием [7,8]:

$$Y_j^* = TY_j,\ Z^* = TZ,\ E_j^{e*} = TE_j^e,$$

где $T = R^{1/2}$.

Как известно [2,8], в случае модели наблюдения (4) МНК-оценка имеет вид

$$\tilde{\Theta}_j = Z^+ Y_j,$$

где Z^+ - матрица, псевдообратная к матрице Z. Если столбцы матрицы Z линейно независимы (т.е. ядро этой матрицы тривиально: $N(Z)=\{0\}$), то оценка $\tilde{\Theta}_j$ минимизирует квадратичную форму $\left\|Y_j - Z\Theta_j\right\|^2$, если же столбцы Z линейно зависимы, то $\tilde{\Theta}_j$ - оценка с минимальной нормой среди всех оценок, минимизирующих эту форму. Ковариационная матрица оценки $\tilde{\Theta}_j$

$$\tilde{P} = \mathrm{var}\{\tilde{\Theta}_j\} = (Z^T Z)^+.$$

Если столбцы Z линейно независимы, то

$$Z^+ = (Z^T Z)^{-1} Z^T,\ \tilde{P} = (Z^T Z)^{-1}.$$

Обычно для промышленных процессов характерна коррелированность во времени шумов, действующих на объект. В этих условиях несправедливо утверждение о некоррелированности шума и регрессоров, то есть наблюдаемых координат. Коррелированность шума при использовании МНК вызывает смещение оценок параметров, увеличение дисперсии этих оценок. Для получения несмещенных оценок можно использовать обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК) [8,9]:

$$\hat{\Theta}_j = F^{-1} Z^T R^{-1} Y_j, \tag{5}$$

где $F = Z^T R^{-1} Z$.

Оценка (5) существует не всегда. Для ее справедливости необходимо, чтобы существовали матрицы R^{-1} и F^{-1}. В случае, когда существует матрица R^{-1}, а матрица F^{-1} не существует, обобщением (5) является формула

$$\hat{\Theta}_j = F^+ Z^T R^{-1} Y_j,$$

где F^+ – псевдообратная к F матрица [10].

Следуя [2,9], можно показать, что оптимальная в среднеквадратичном оценка вектора Θ_j при вырожденности матрицы R равна

$\hat{\Theta}_j = \overline{\Theta}_j + MZ_2^{T(1)}(Z_2^{(1)}MZ_2^{T(1)})^{-1}(Y_{j,2}^{(1)} - Z_2^{(1)}\overline{\Theta}_j)$, $\overline{\Theta}_j = MZ^T R^+ Y_j$, $Z^{(1)} = (Z_1^{T(1)}, Z_2^{T(1)})^T$, $Y_j^{(1)} = V^T Y_j = (Y_{j,1}^{T(1)}, Y_{j,2}^{T(1)})^T$,
где $M = (Z^T R^+ Z)^{-1}$, V – ортогональная матрица, приводящая R к диагональному виду с первыми p_k диагональными элементами, отличными от нуля; p_k – ранг матрицы R.

Одним из подходов, позволяющим упростить вычисление оценок $\hat{\Theta}_j$ по (5), является использование следующей рекуррентной процедуры нахождения оценок ОМНК [9,11]. Для ковариационной матрицы измерений оценки параметров Θ_j на (i+1)-м шаге рекуррентной процедуры находятся по формуле

$$\hat{\Theta}_{j,i+1} = \hat{\Theta}_{j,i} + F_i^{-1} L_{i+1}^* (g_{i+1}^* - \hat{\Theta}_{j,i}^T L_{i+1}^*). \tag{6}$$

Здесь

$$\begin{gathered} L_{i+1}^* = (L_{i+1} - Z_i R_i^{-1} s_{i+1})\beta_{i+1}^{-1/2},\ (L_i = L(k_i)); \\ g_{i+1}^* = (g_{i+1} - s_{i+1}^T R_i^{-1} Y_{j,i})\beta_{i+1}^{-1/2}; \\ \beta_{i+1} = s_{i+1,i+1} - s_{i+1}^T R_i^{-1} s_{i+1}, \end{gathered} \tag{7}$$

где $s_{i+1} = (s_{i+1,1},\ s_{i+1,2},...,\ s_{i+1,i})^T$ - i-мерный вектор ковариаций измерения в точке s_{i+1} с измерениями в $k_1, k_2, ..., k_i$; $s_{i+1,i+1}$ - значение дисперсии в точке k_{i+1}.

Из выражений (7) видно, что для вычисления L_{i+1}^*, g_{i+1}^* и β_{i+1} необходимо предварительно вычислить вектор $\eta_{i+1} = R_i^{-1} s_{i+1}$. В случае ленточной матрицы R_i^{-1} вектор η_{i+1} имеет вид

$$\eta_{i+1} = (0,0,...,0,\gamma_i)^T. \tag{8}$$

С учетом (8) выражения (7) принимают простой вид:

$$\begin{gathered} L_{i+1}^* = (L_{i+1} - L_i\gamma_i)\beta_{i+1}^{-1/2}; \\ g_{i+1}^* = (g_{i+1} - g_i\gamma_i)\beta_{i+1}^{-1/2}; \\ \beta_{i+1} = s_{i+1,i+1} - s_{i+1,i}\gamma_i. \end{gathered}$$

Приведенные алгоритмы позволяют эффективно вычислять искомые параметры идентифицируемого объекта в условиях коррелированности во времени шумов, действующих на объект.

References:

1. Antonov V., Terehov V., Tyukin I. Adaptivnoe upravlenie v tehnicheskih sistemah. Izd-vo Sankt-Peterburgskogo universiteta, 2001. - 244 s.
2. L'yung L. Identifikaciya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya: Per. s angl//Pod. red. YA.Z.Cy'pkina. -M.: Nauka. 1991. -432 s.
3. Egupov N.D., Pupkov K.A. Metody' klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya. Uchebnik v 5 tomah. - M.: Izdatel'stvo MGTU im.N.E`.Baumana, 2004.
4. SHteynberg SH.E. Identifikaciya v sistemah upravleniya. -M.: E`nergoatomizdat, 1987. - 80 s.
5. Igamberdiev H.Z., YUsupbekov A.N., Zaripov O.O. Regulyarny'e metody' ocenivaniya i upravleniya dinamicheskimi ob`ektami v usloviyah neopredelennosti. - T.: TashGTU, 2012. - 320 s.
6. Karabutov <http://www.ozon.ru/context/detail/id/2788088/> N.N. Adaptivnaya identifikaciya sistem. Informacionny'y sintez. -M.: KomKniga <http://www.ozon.ru/context/detail/id/2300539/>, 2006. - 384 s.
7. Streyc V. Metod prostranstva sostoyaniy v teorii diskretny'h lineyny'h sistem upravleniya. - M.: Nauka, 1985. -296 s.
8. Malyutin YU.M., E`kalo A.V. Primenenie E`VM dlya resheniya zadach identifikacii ob`ektov. -L.: Izd. Leningr. un-ta, 1988. -256 s.
9. Nguen T.L., Hoang H.SH. Ob optimal'noy fil'tracii pri korrelirovanny'h shumah i vy'rojdenny'h korrelyacionny'h matricah // Avtomat. i telemeh., 1982, vy'pusk 5, <http://www.mathnet.ru/php/contents.phtml?wshow=issue&jrnid=at&year=1982&volume=&issue=5&series=0&option_lang=rus> stranicy' 107-116.
10. Gantmaher F.R. Teoriya matric. M.: Nauka, 1988.
11. Brimkulov U.N. Osobennosti ispol'zovaniya obobsch'ennogo metoda naimen'shih kvadratov v zadachah identifikacii markovskih sluchayny'h processov // Avtomat. i telemeh., 1991, vy'pusk 1, <http://www.mathnet.ru/php/contents.phtml?wshow=issue&jrnid=at&year=1991&volume=&issue=1&series=0&option_lang=rus> stranicy' 69-78.

Юсупов Ёдгор Акбарович – ст. преп. кафедры «Естественные дисциплины» Ферганского Филиала ТУИТ, tatuffdek@rambler.ru.