ISSN 1815-4840
CHEMICAL TECHNOLOGY.
CONTROL AND MANAGEMENT
2018, №3 (81) pp.69-73
International scientific and technical journal
journal homepage: ijctcm.com
Since 2005

УДК 681.5

A.X.RASULEV

ALGORITHMS OF REGULAR SYNTHESIS OF ADAPTIVE OBSERVER FOR LINEAR STATIONARY SYSTEM

Чизиқли стационар тизимлар учун адаптив кузатувчини мунтазам синтезлаш алгоритмини шакллантириш масалалари кўриб чиқилган. Бошқариш объекти параметрлари ва ҳолат векторларини идентификациялашни амалга оширишга имкон берувчи мунтазамлаш алгоритмлар келтирилган. Асосий мунтазамлаш схемаси сифатида соддалаштирилган мунтазамлаштиришнинг ретроспектив ва итерацион ҳисоблаш алгоритмларидан фойдаланилган. Юқоридаги ифодалар бизга одатий жараённи шакллантиришда ноаниқ параметрларни ва чизиқли стационар тизим ҳолатини баҳолаш учун барқарор усулларни амалга ошириш имконини беради.

Таянч сўзлар: *чизиқли стационар тизим, адаптив кузатувчи, идентификация, баҳолаш, мунтазамлаш алгоритми.*

Рассматриваются вопросы формирования алгоритмов регулярного синтеза адаптивного наблюдателя для линейной стационарной системы. Приводятся регуляризованные алгоритмы, позволяющие осуществлять идентификацию параметров и вектора состояния управляемого объекта. В качестве базовой регулярной схемы используются ретроспективные и итерационные вычислительные алгоритмы упрощенной регуляризации. Приведенные выражения позволяют реализовать устойчивую процедуру оценивания неизвестных параметров и состояния линейной стационарной системы в процессе ее нормального функционирования.

Ключевые слова: *линейная стационарная система, адаптивный наблюдатель, идентификация, оценивание, регулярный алгоритм.*

The problems of formation of algorithms for regular synthesis of an adaptive observer for a linear stationary system are considered. Regularized algorithms are provided that allow identification of the parameters and state vector of the controlled object. Retrospective and iterative computational algorithms for simplified regularization are used as a basic regular scheme. The above expressions allow us to realize a stable procedure for estimating unknown parameters and the state of a linear stationary system in the course of its normal functioning.

Key words: *linear stationary system, adaptive observer, identification, estimation, regular algorithm.*

Математические модели, используемые в задачах анализа и синтеза сложных автоматических систем, являются лишь упрощенными описаниями реального объекта. Построение наблюдающих устройств в этих условиях связано с оцениванием параметров и состояния объекта в условиях его нормального функционирования. Асимптотические адаптивные наблюдатели предназначаются для восстановления неизмеряемых фазовых координат систем с неизвестными параметрами. Даже в случае стационарных систем оценка вектора состояния стремится к восстанавливаемому вектору лишь асимптотически [1-3]. Также известны работы [4-7], в которых конструируются адаптивные наблюдатели с повышенным быстродействием. Однако, несмотря на практическое повышение быстродействия такого наблюдателя, он все же остается асимптотическим. Более того, при синтезе адаптивных наблюдателей приходится рассматривать и решать плохо обусловленные системы уравнений. Это обстоятельство диктует необходимость применения устойчивых методов оценивания [8].

В работе приводятся алгоритмы регулярного синтеза адаптивного наблюдателя для линейной стационарной системы.

Рассмотрим стационарную систему следующего вида:

$$x_{k+1} = Ax_k + bu_k, \quad x(0) = x_0,$$
$$y_k = h^T x_k. \tag{1}$$

Здесь x_k – ($n \times 1$)-вектор состояния системы; u_k – скалярный вход; y_k – скалярный выход

$$A = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}, \; h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Постоянная матрица A размера $n \times n$ в первом столбце содержит неизвестные параметры, постоянный ($n \times 1$) -вектор b неизвестен, а h имеет размерность ($n \times 1$).

Вид A, b, h соответствует наблюдаемой канонической форме стационарных систем с одним входом и одним выходом. К нему с помощью выбора базиса в пространстве состояния может быть приведена любая вполне управляемая и вполне наблюдаемая стационарная система [9].

Задача состоит в том, чтобы по измерениям входа u_k и выхода y_k необходимо найти точные значения неизвестных параметров матриц A, b, координат $x_2(0),...,x_n(0)$ и одновременно точно восстановить полный вектор состояния x_k системы (1).

Для решения поставленной задачи представим систему (1) в следующей эквивалентной форме [4]:

$$x_{k+1} = Cx_k + y_k E\eta + u_k E\beta, \; x(0) = x_0. \tag{2}$$

Здесь C – известная, постоянная, асимптотически устойчивая ($n \times n$)- матрица с собственными значениями, отличающимися от собственных, значений матрицы A; E – единичная матрица размера ($n \times n$); $\eta = (c_1 - a_1,...,c_n - a_n)^T$, $\beta = [b_1, b_2,...,b_n]^T$ – векторы неизвестных параметров. Матрица C имеет вид, аналогичный виду A.

Решение уравнения (2) можно записать в виде

$$x_k = \Phi_k x(0) + R_k\eta + S_k\beta, \tag{3}$$

где переменные матрицы Φ_k, R_k, S_k удовлетворяют разностным уравнениям

$$\Phi_{k+1} = C\Phi_k, \; \Phi_0 = E;$$
$$R_{k+1} = CR_k + y_k E, \; R_0 = 0; \tag{4}$$
$$S_{k+1} = CS_k + u_k E, \; S_0 = 0.$$

Формула (3) представляет собой алгебраическое выражение, линейно -зависящее от неизвестных параметров x_0, η, β. Матрицы R_k, S_k являются решениями уравнений (4), в правую часть которых входят только измеряемые вход u_k и выход y_k исходной системы (1). Это означает, что все элементы матриц R_k, S_k в формуле (3) являются известными функциями времени. Известны также все элементы матрицы Φ_k. Левая же часть уравнения (3) содержит полный вектор состояния $x_k = [x_{1,k}, x_{2,k},...,x_{n,k}]^T$, в котором измеряется лишь первая координата $x_{1,k} = y_k$. Тогда можно записать [4,6]:

$$x_{1,k} - \varphi_{11k}x_{1,0} = \varphi_{1*,k}^T x_{*,0} + R_{1,k}^T\eta + S_{1,k}^T\beta, \tag{5}$$

где $x_{*,0} = [x_{2,0},...,x_{n,0}]^T$, $\varphi_{1*k}^T = [\varphi_{12,k},...,\varphi_{1n,k}]$, а $R_{1,k}^T = [R_{11,k},...,R_{1n,k}]$, $S_{1,k}^T = [S_{11,k},...,S_{1n,k}]$ – элементы первых строк матриц R_k, S_k.

Уравнение (5) перепишем в следующей форме:

$$q_k^T \gamma = \varepsilon_k , \tag{6}$$

где $q_k^T = [\varphi_{1*,k}^T, R_{1,k}^T, S_{1,k}^T]$ – $[1 \times (3n-1)]$ – вектор известных функций дискретного времени; $\gamma = [x_{2,0},...,x_{n,0}; \eta_1,...,\eta_n; \beta_1,...,\beta_n]$ – $[(3n-1) \times 1]$ – вектор неизвестных постоянных параметров; $\varepsilon_k = x_{1,k} - \varphi_{11,k} x_{1,0}$ – известное скалярное измерение.

Умножая обе части (6) слева на q_k получим систему уравнений

$$G_k \gamma = f_k , \quad G_k : H \to F , \tag{7}$$

где $G_k = q_k q_k^T$, $f_k = q_k \varepsilon_k$.

Для восстановления полного вектора состояния x_k системы (1) естественно воспользоваться выражением

$$\hat{x}_k = \Phi_k \hat{x}_0 + R_k \hat{\eta} + S_k \hat{\beta} , \tag{8}$$

где $\hat{x}_0$, $\hat{\eta}$ и $\hat{\beta}$ – оценки ранее неизвестных параметров x_0, η, β.

При отыскании решения уравнения (7) возникают трудности вычислительного характера, обусловленные тем обстоятельством, что система уравнений (7) при нахождении γ может быть плохо обусловленной. Это означает, что при решении уравнения (7) необходимо использовать методы регуляризации [8,10,11].

При решении уравнения (7) условия аппроксимации примем в виде $\left\| f - \bar{f} \right\| \le \delta$, где $\bar{f}$ – точное значение правой части уравнения (7).

Принимая во внимание, что в уравнении (7) матричный оператор G является самосопряженным и положительным для регуляризации решения уравнения (7) будем использовать метод М.М.Лаврентьева [10,11].

Метод М.М.Лаврентьева приводит к уравнению вида:

$$\alpha\gamma + G\gamma = f , \tag{9}$$

где $\alpha > 0$ – параметр регуляризации.

Семейство операторов R_α, определяемое формулой

$$R_\alpha = \theta_\alpha(G) = (\alpha + G)^{-1}, \tag{10}$$

порождает ограниченную аппроксимацию [11] для задачи (7), если выполняется соотношение $\lim\limits_{\alpha \to 0} \left\| R_\alpha G \gamma - \gamma_{(1)} \right\| = 0$, $\gamma \perp \ker G$.

Решение уравнения (9) можно выразить в форме

$$\gamma_{(\alpha)} = (\alpha I + G)^{-1} f = \theta_\alpha(G) f ,$$

где

$$\theta_\alpha(\lambda) = (\alpha + \lambda)^{-1}$$

- порождающая система функций, $0 \le \lambda < \infty$ – спектральный параметр, I – тождественный оператор.

Для (9) можно написать $\langle (\alpha I + G)\gamma, \gamma \rangle \ge \alpha \left\| \gamma \right\|^2 \quad \forall \gamma \in H$, поэтому оператор $\alpha I + G$ обратим,

$\left\|(\alpha I+G)^{-1}\right\| \le \alpha^{-1}$, где $\langle \cdot,\cdot \rangle$ означает скалярное произведение. Задача (9), таким образом, корректна, и некорректная задача (7) вкладывается в семейство корректных как предельный случай при $\alpha \to 0$.

Итерированный вариант метода М.М.Лаврентьева можно представить в виде:

$$\alpha\gamma_{(r,\alpha)} + G\gamma_{(r,\alpha)} = \alpha\gamma_{(r-1,\alpha)} + f\ ,\ (r=1,\ ...,\upsilon), \tag{11}$$

где r – номер итерации.

Приближение $\gamma_{(\upsilon,\alpha)}$, найденное по (11), представимо в виде

$$\gamma_{(\upsilon,\alpha)} = (I - G\theta_{\upsilon,\alpha}(G))\gamma_{(0)} + \theta_{\upsilon,\alpha}(G) f\ ,$$

где оператор $\theta_{\upsilon,\alpha}(G)$ построен по функции [11,12]:

$$\theta_{\upsilon,\alpha}(\lambda) = \frac{1}{\lambda}\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\lambda}\right)^{\upsilon}\right],\ 0 \le \lambda < \infty .$$

Система функций $\theta_{\upsilon,\alpha}(\lambda)$ является порождающей функций для итерированного варианта (11) указанного метода.

На основании [12] можно показать, что в рассматриваемом случае скорость сходимости аппроксимаций (10) на множествах L вида

$$L = G^{\rho}(\mathrm{S}),\ \rho > 0,$$

дается формулой

$$\varphi(\alpha,\rho) = \operatorname{vrai}\sup_{\lambda\in \mathrm{s}(G)}\left|(\theta_{\alpha}(\lambda)\lambda - 1)\lambda^{\rho}\right|,$$

где S – единичная сфера с центром в нуле в пространстве H.

Следуя [11,12], можно также показать, что итерационные аппроксимации (11) порождают регуляризующий алгоритм, если выбирать $\alpha(\delta)$ в соответствии с соотношением вида

$$\lim_{\delta\to 0} \delta/\alpha(\delta) = 0 .$$

При этом правило останова $r(\delta)$, обеспечивающее регуляризирующее свойство итерационного процесса, должно быть таково, чтобы

$$\lim_{\delta\to 0} r(\delta)\delta = 0 .$$

При решении уравнения (7) можно также использовать концепции псевдообрашения [10,13-15]. В случае, если $G_k\gamma \ne f_k$, т.е. мера несовместности $\mu_{G_k} = \inf_{u\in D}\|G_k\gamma - f_k\|_F > 0$, $\gamma \in D : \|G_k\gamma - f_k\| = \mu_{G_k}$, решения этого уравнения не сходятся при $\alpha \to 0$ к псевдорешению $\gamma = G_k^{+} f_k$.

В этом случае целесообразно использовать следующее соотношение

$$\gamma_{\alpha} = \gamma_{\alpha} + \alpha\frac{dv_{\alpha}}{d\alpha},$$

где $\frac{dv_{\alpha}}{d\alpha}$ – производная элемента v_{α} как функции параметра α. Тогда можно написать [10]:

$$\gamma_{\alpha} = (\alpha I + G_k)^{-2} G_k f_k = (\alpha I + G_k)^{-1} G_k v_{\alpha},$$

т.е. γ_{α} является решением регуляризованного специальным образом уравнения

$$(\alpha I + G_k)^2 \gamma_\alpha = G_k f_k .$$

Принимая во внимание, что в данном случае псевдорешение γ_{f_k} удовлетворяет в обычном смысле уравнению $G_k^2 \gamma_{f_k} = G_k f_k$, будем иметь

$$\gamma_\alpha = (\alpha I + G_k)^{-2} G_k^2 \gamma_{f_k} \quad \text{и} \quad \gamma_{f_k} - \gamma_\alpha = \alpha(\alpha I + 2G_k)(\alpha I + G_k)^{-2} \gamma_{f_k} .$$

Тогда, следуя [9,10], можно показать справедливость следующего предельного соотношения

$$\lim_{\alpha \to 0} \left\| \gamma_{f_k} - \gamma_\alpha \right\|_H = 0 ,$$

т.е. рассмотренный метод является регуляризирующим.

Приведенные выражения позволяют реализовать устойчивую процедуру оценивания неизвестных параметров и состояния линейной стационарной системы на основе упрощённой регуляризации.

References:

1. Miroshnik I.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Lineyny'e sistemy'. SPb.: Piter, 2005, 336 s.
2. Korovin S.K., Fomichev V.V. Nablyudateli sostoyaniya dlya lineyny'h sistem s neopredelennost'yu. -M.: Fizmatlit, 2007. -224 s.
3. Krasnova S.A., Utkin V.A. Kaskadny'y sintez nablyudateley sostoyaniya dinamicheskih sistem. -M.: Nauka, 2006. -272 s.
4. Prokopov B.I. O postroenii adaptivny'h nablyudateley // AiT, 1981, №5. -S. 95-100.
5. Sotirov L.N. Optimal'noe singulyarnoe adaptivnoe nablyudenie stacionarny'h diskretny'h sistem s ocenkoy nachal'nogo vektora sostoyaniya // AiT, 1997, №9. -S. 110-118.
6. Grigor'ev V.V., Juravle'va N.V., Luk'yanova G.V., Sergeev K.A. Sintez sistem avtomaticheskogo upravleniya metodom modal'nogo upravleniya. S-Pb: SPbGU ITMO, 2007. -108 s.
7. Metody' robastnogo, neyro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya: Uchebnik / Pod red. N.D. Egupova. - M.: Izd-vo MGTU im. N.E`. Baumana, 2001. - 744 s, il.
8. Tihonov A.N., Arsenin V.YA. Metody' resheniya nekorrektny'h zadach, M.: Nauka, 1986. -288 s.
9. Streyc V. Metod prostranstva sostoyaniy v teorii diskretny'h lineyny'h sistem upravleniya. - M.: Nauka, 1985. -296 s.
10. Morozov V.A. Regulyarny'e metody' resheniya nekorrektno postavlenny'h zadach, M.: Nauka, 1987.
11. Vaynikko G.M., Veretennikov A.YU. Iteracionny'e procedury' v nekorrektny'h zadachah. M.: Nauka, 1986.
12. Bakushinskiy A.B., Goncharskiy A.V. Iterativny'e metody' resheniya nekorrektny'h zadach. M.: Nauka, 1989.-128 c.
13. Gantmaher F.R. Teoriya matric. - 4-e izd. -M.: Nauka. Fiz.-mat. lit., 1988. - 552 s.
14. Horn R., Djonson CH. Matrichny'y analiz: Per. s angl. -M.: Mir., 1989. -655s.
15. Jdanov A.I. Vvedenie v metody' resheniya nekorrektny'h zadach: -Izd. Samarskogo gos. ae`rokosmicheskogo un-ta, 2006. -87 s.

Расулев Алиакбар Хамидуллаевич – соискатель кафедры «Системы обработки информации и управление», Тел.: (90) 370-34-67, E-mail.: akb-81@mail.ru.