

УДК 517.93, 623.556.3

## МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МУЛЬТИРОТОРНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Варламова Л.П., Тажиев Ж.А.*

В работе предложено использование математической модели гексакоптера при построении системы управления. Беспилотный летательный аппарат рассматривается как объект управления, для которого необходимо решить задачу управления двигателями.

**Ключевые слова:** математическая, система управления, мультикоптер, математическая модель.

The use of the hexacopter mathematical model in the construction of a control system is proposed in this paper. An unmanned aerial vehicle is considered as a control object, for which it is necessary to solve the adaptation task when constructing a route.

The aim of the research in this paper is to optimize the control of the UAV when moving to the target based on the mathematical model of a multi-rotor aircraft. This is due to the peculiarities of the movement of the multi-rotor UAV under various disturbing influences.

Multicopter (hexacopter) is described in sufficient detail in the literature. The position and orientation of the hexacopter in the earth's coordinate system are determined by the three coordinates  $x$ ,  $y$ ,  $z$  and the three Euler angles. The positive directions of all turns correspond to counterclockwise rotation, along the axis of rotation to the origin.

Based on the satellite navigation sensor data at the first stage, the initial and of course the state of the object are initiated, which will correspond to the required maneuver. The UAV route in the analytical form of the solution to the problem of finding the optimal speed control is based on the Pontryagin maximum principle. An alternative could be the extensive reversal method based on the Euler theorem on the final rotation of a rigid body having a fixed point.

**Key words:** control system, multicopter, mathematical model.

Ushbu maqolada nazorat qilish tizimini qurishda hexakopter matematik modelini qo'llash tavsiya etilgan. Uchuvchisiz havo vositasi yo'nalishni qurishda moslashtirilgan vazifani hal qilish zarur bo'lgan nazorat obyekti sifatida qaraladi.

**Tayanch iboralar:** boshqaruv tizimi, multikopter, matematik model.

## I. ВВЕДЕНИЕ

При нынешнем уровне развития техники беспилотные летательные аппараты (БПЛА) заняли свою нишу в соответствии с решаемыми задачами. Поскольку потребность в автономной технике возрастает, то и круг решаемых гражданских и военных задач расширяется благодаря интенсивному развитию сферы применимости БПЛА. БПЛА, как полноценная система управления, требует определенного подхода, с учетом привязки к системе координат, выявления динамических свойств и решения четко поставленных заданий.

Для применения БПЛА необходима оценка движения БПЛА и решение задачи управления полётом при различных скоростях ветра при движении до заданной цели. При этом возможны варианты привязки системы координат БПЛА к земной системе координат.

В работе рассматриваются вопросы выбора оптимального управления БПЛА в условиях наличия ветра при движении до цели.

## II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### Цель исследования

Целью исследования в данной работе является оптимизация управления БПЛА при движении до цели на базе математической модели мультироторного летательного аппарата. Это обусловлено особенностями движения мультироторного БПЛА при различных возмущающих воздействиях.

Мультикоптер (гексакоптер) достаточно подробно рассмотрен в литературе [1-3]. Положение и ориентация гексакоптера в земной системе координат определяются тремя координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и тремя углами Эйлера. Положительные направления всех поворотов соответствуют вращению против часовой стрелки, вдоль осей вращения в начало координат.

Опираясь на данные датчиков спутниковой навигации на первом этапе производится инициация начального и конечно состояний объекта, которые и будут соответствовать необходимому маневру. Маршрут БПЛА в аналитическом виде решения задачи нахождения оптимального по быстродействию управления, строится на принципе максимума Понтрягина [3]. Альтернативой может служить метод экстенсивного разворота, опирающегося на теорему Эйлера о конечном повороте твердого тела, имеющего неподвижную точку [4].

Для описания движения БПЛА используем математическую модель рассматриваемого физического объекта в пространстве (рис.1), которая

имеет следующий вид:

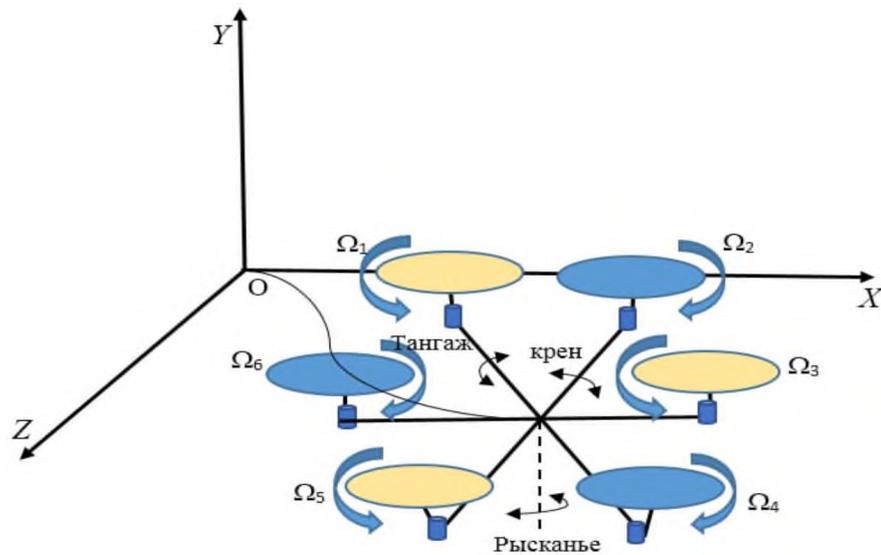


Рис.1 Модель гексакоптера в пространстве

Поскольку управляющая сила прикладывается в подвижной системе координат, то уравнение движения гексакоптера будет записываться по отношению к системе координат, связанной с Землей в виде [4].

$$\left\{ \begin{array}{l} x = (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} \\ y = -g + (\cos \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} \\ z = (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \cos \theta) \frac{U_1}{m} \\ \theta = \frac{I_y - I_z}{I_x} \varphi \psi - \frac{U_2}{I_x} \\ \psi = \frac{I_z - I_x}{I_y} \varphi \theta - \frac{U_3}{I_y} \\ \varphi = \frac{I_x - I_y}{I_z} \theta \psi - \frac{U_4}{I_z} \end{array} \right. ,$$

где  $x, y, z$  – декартовы координаты гексакоптера;  $\theta, \psi, \varphi$  - углы Эйлера ( $\theta$  - угол тангажа,  $\psi$  - угол крена,  $\varphi$  - угол рысканья);  $I_x, I_y, I_z$  – диагональные элементы тензора инерции гексакоптера;  $m$ - масса гексакоптера;  $g$ - ускорение свободного падения;  $U=(U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6)$ - виртуальные силы управления, связанные с управляющими силами двигателя.

$$U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 + \Omega_5^2 + \Omega_6^2),$$

$$U_2 = b(-c_1 \Omega_1^2 + c_2 \Omega_3^2 + c_3 \Omega_5^2),$$

$$U_3 = b(-c_4 \Omega_2^2 + c_5 \Omega_4^2 + c_6 \Omega_6^2),$$

$$\begin{aligned}
 U_4 &= b(-c_7\Omega_1^2 + c_8\Omega_3^2 + c_9\Omega_5^2), \\
 U_5 &= b(-c_{10}\Omega_4^2 + c_{11}\Omega_5^2 + c_{12}\Omega_6^2), \\
 U_6 &= d(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 + \Omega_5^2 + \Omega_6^2),
 \end{aligned}$$

$\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4, \Omega_5, \Omega_6)$  - скорости вращения двигателей (тяга винта пропорциональна квадрату его угловой скорости);  $b, d$  - некоторые физические константы, полученные экспериментально;  $c_i$  - плечо силы,  $i = \overline{1,12}$ .

Кроме того, для составления полной модели необходимо учесть ряд параметров  $\mathbb{x}$ , при которых система переходит в другое состояние: скорость движения БПЛА, угол наклона траектории, угол курса, высоту и т.д.

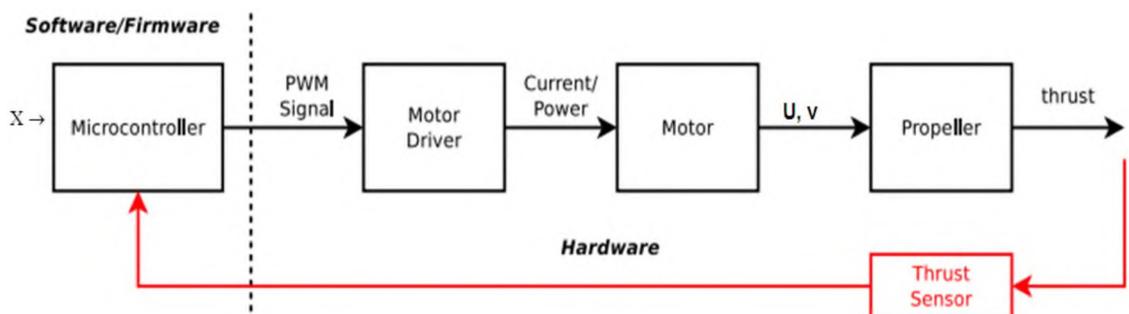
$$\dot{\mathbb{x}} = A(x) + \sum_{i=1}^m B_i(x)u_i,$$

где  $\mathbb{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$  - вектор состояния системы,  $U = (u_1, \dots, u_m)^T$  - вектор управляющих воздействий, связанный с управляющими силами двигателя размерности  $m$ .

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{V} &= (n_x - \sin \vartheta)g \\
 \dot{\vartheta} &= \frac{(n_y - \cos \psi - \cos \vartheta)g}{V} \\
 \dot{\alpha} &= \frac{(n_y - \cos \psi - \cos \vartheta)g}{V \cos \vartheta} \\
 \dot{H} &= V \sin \vartheta \\
 \dot{L} &= V \cos \vartheta \cos \alpha \\
 \dot{Z} &= -V \cos \vartheta \sin \alpha
 \end{aligned} \right.$$

$V$  - скорость движения БПЛА,  $\vartheta$  - угол наклона траектории,  $\alpha$  - угол курса,  $\psi$  - угол крена,  $H$  - высота полета,  $L$  - продольная дальность полета,  $Z$  - боковая дальность. Продольная дальность, высота и боковая дальность представляют собой координаты положения центра масс БПЛА в декартовой системе координат.

Модель системы управления мультикоптера, составленная с помощью пакета Matlab представлена на рис.2.



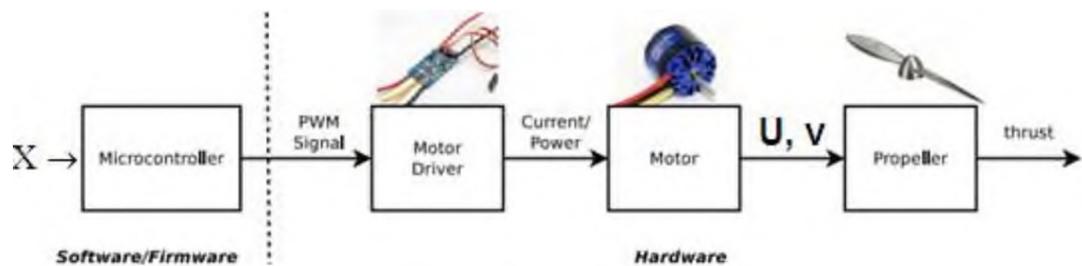


Рис.2. Модель системы управления мультикоптера

На выходе системы будем иметь различные значения тяги двигателей (thrust), которые пропорциональны квадрату угловой скорости  $\Omega_{\text{ш}}$ . На систему в целом оказывает воздействие  $Q$ , где  $v$  - изменение силы ветра.

Ставится задача обеспечения движения гексакоптера по до цели при постоянной дальности полета  $L$ , возмущений  $Q$  – скорости и силы ветра, и ошибок измерения вектора состояния  $X$ . Применим следующие допущения [5]:

- гексакоптер рассматривается как абсолютно твердое тело, имеющее 6 степеней свободы;
- гексакоптер имеет вертикальную плоскость симметрии;
- аппарат может совершать 3 линейных и 3 угловых вращательных перемещения;
- моменты инерции гексакоптера постоянны.

Движение мультикоптера осуществляется за время полета  $t_{\text{п}}$ , где  $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{конь}}$  где  $t_{\text{нач}}$  - момент начала движения (процесса управления);  $t_{\text{конь}}$  - момент окончания полета (процесса управления).

Входными параметрами системы являются текущие координаты БПЛА -  $x, y, z$ , углы  $\theta$  - тангажа,  $\psi$  - крена,  $\varphi$  - рысканья,  $\vartheta$  - наклона траектории, координаты цели, которую нужно достичь и угол нужной ориентации -  $\alpha$ .

$$X \supset \{x, y, z, V, H, L, Z, \theta, \psi, \varphi, \alpha, \vartheta\}$$

$$Y = f(X, U, Q), \text{ для линейной системы вида [6,7]}$$

$$\dot{p} = A(t)p + B(t)u, t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{конь}}$$

$$p[t_{\text{нач}}] = p_*, p[t_{\text{кон}}] = p^*,$$

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = F(t, p, u), t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{конь}}$$

$\dot{p}$ -шестимерный вектор,  $u$ - управление.

Поскольку для стабилизации движения гексакоптера необходимо управление шестью двигателями, схема модели будет иметь вид представленный на рис. 3

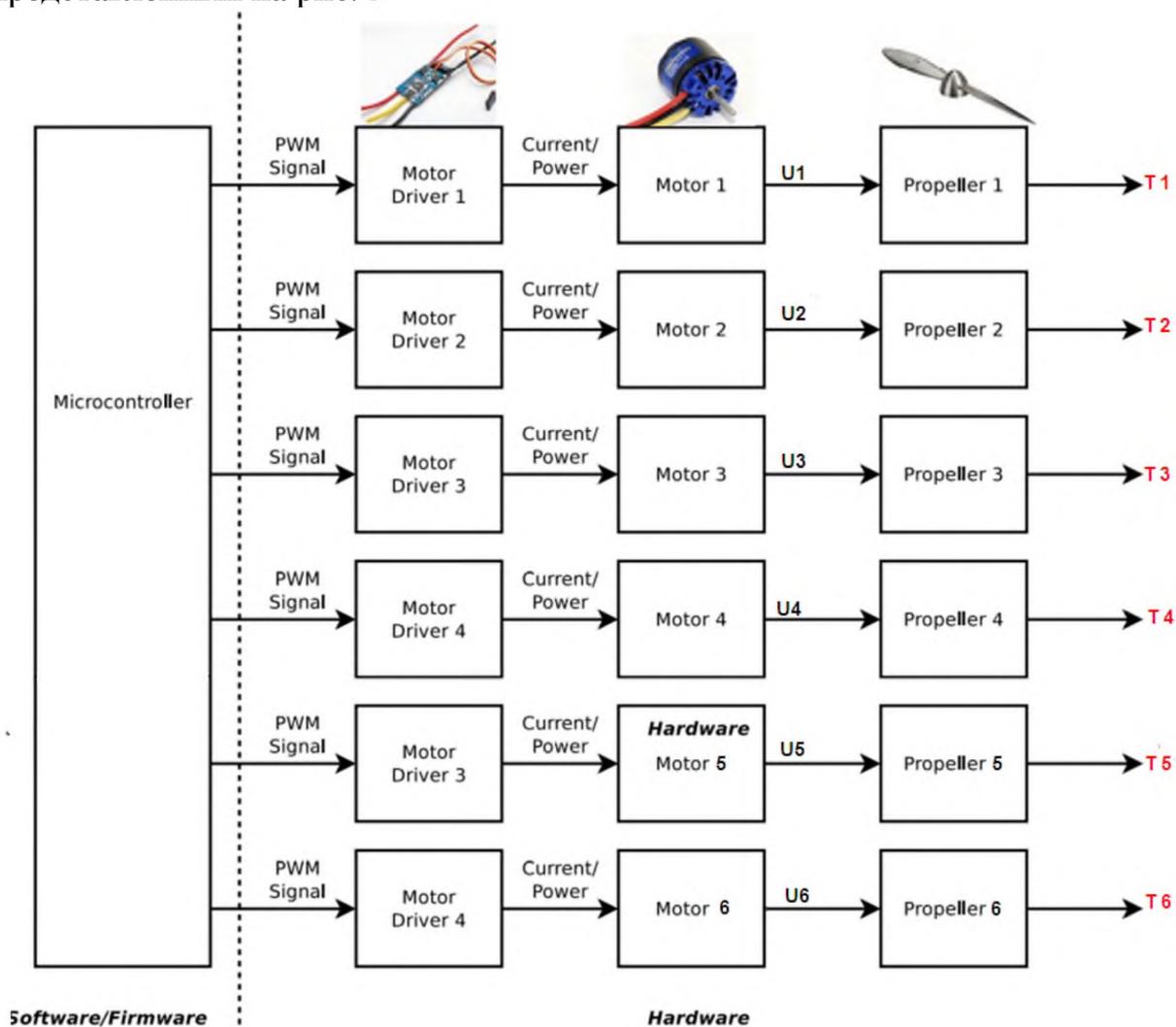


Рис. 3. Структурная схема модели гексакоптера

Для стабилизации движения гексакоптера в модели системы управления используем микроконтроллер (рис.3), управляющий двигателями Motor 1÷Motor 6. Перемещения вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  осуществляются с помощью управляющих сигналов  $U_1$ ÷ $U_6$ , поступающих на пропеллеры. Таким образом, выравнивание гексакоптера производится в соответствии с углами  $\varphi$  и  $\vartheta$ - рысканья и наклона траектории, а также  $\alpha$  - углом курса. Подъем и спуск гексакоптера связан с тягами винтов и массой БПЛА.

В реальных условиях эксплуатации мультироторных беспилотных летательных аппаратов возможны ситуации, когда во время движения или во

время посадки возникает внезапный порыв ветра. Необходимо учитывать подобные ситуации. Поскольку сферы применения БПЛА становятся все шире с каждым годом, задача моделирования будет усложняться.

На сегодняшний день в Республике Узбекистан БПЛА применяются в геокадастровых работах, при исследовании сельскохозяйственных земель и фото-видеосъемках.

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведена модель шестироторного беспилотного летательного аппарата, построенная с помощью математического пакета Matlab.

Гексакоптер имея 6 степеней свободы, во время движения подвергается влиянию ветра, что может привести к отклонению от траектории движения. Для этой цели микроконтроллером вырабатывается управляющее воздействие для каждого двигателя в соответствии с изменением углов: наклона, рысканья и траектории.

Для дальнейшего исследования необходимо рассмотреть выбор траектории при временных ограничениях и влиянии различных факторов, связанных с ограничениями максимальной тяги. Поскольку в БПЛА для движения и маневров используется специальная аккумуляторная батарея с ограниченным запасом энергии, то рассмотрение задачи движения до цели по строго заданной траектории в условиях ограничений является важной и актуальной.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Маргун А.А., Зименко К.А., Базылев Д.Н., Бобцов А.А., Кремлев А.С., Ибраев Д.Д., Чех М. Система управления беспилотным летательным аппаратом, оснащенный робототехническим манипулятором. Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics 2014, № 6 (94), стр.54-62.

[2] Chettibi T., Haddad M. Dynamic modelling of a quadrotor aerial robot // Journees D'etudes Nationales de Mecanique. Batna, Algerie, 2007. p. 22–27.

[3] Гриценко П.А., Кремлев А.С., Шмигельский Г.М. Управление движением квадрокоптера по заранее заданной траектории // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 4 (86). с. 22–25.

[4] Солнечный Э.М. Исследование задачи построения слабо инвариантной системы управления летательным аппаратом // АиТ. 1993 №1.

С.50-61.

[5] Ширвель П.И., Чигарев А.В., Конон И.И. Механико-математическое моделирование динамики полета мультикоптерного летательного аппарата //Вестник БНТУ, Минск. 2016 № 6. С. 105-116.

[6] Красовский А.Н., О.А.Суслова О математической модели управляемого движения дрона-квадрокоптера //Аграрный вестник Урала. 2016 №04(146). С.55-59.

[7] L.P.Varlamova, J.A.Tajiev Model of the control system of the un-beiled flying vehicle//WCIS-2018, P 324-326.