

УДК 004.95

Маматов Н.С., Самижонов А.Н., Дадаханов М.Х., Рахмонов Э.Д.

Определение формулы контурных линий на изображениях

Аннотация. В статье рассматривается задача определения формул контурных линий на бинарном изображении. Для решения поставленной задачи предложены подход, метод и алгоритм определения коэффициентов линий на основе метода конечных разностей. На основе предложенного подхода также можно решать задачи аппроксимации, интерполяции и экстраполяции.

Ключевые слова: бинарное изображение, многочлен, конечная разность, пиксел, функция.

Введение. В настоящее время в различных сферах человеческой деятельности широко используются системы, работающие с изображениями. Например, сейсмология, военное дело, медицина, радиолокация, астрономия и другие. Основы этих систем составляют методы и алгоритмы анализа, обработки и распознавания изображений. Задача определения формул линий на изображениях является одним из важных проблем при создании систем обработки и распознавания изображений.

Обычно линии на изображениях имеют сложное графическое построение и на практике их не возможно выразить формулами. Но, с помощью умных алгоритмов большинство таких сложных линий можно разделить на линии, которых можно выразить математическими формулами. Этот процесс называется определение примитивов изображения. Например, прямая, отрезок, окружность, эллипс и т.п.

В основном при определении формул линий используются такие методы как интерполяция, аппроксимация и экстраполяция. Но данные методы невозможно использовать напрямую в компьютерной графике и обработке изображений. Так как, при вводе изображение через устройство могут быть шумы, размытия, различная толщина линий или дополнительные точки.

В статье учитывая дискретные свойства изображений кроме поиска точной математической формулы, также рассматривается поиск приближённых функций линий, которых нельзя выразить через формулы.

Обычно в реальном изображении линии имеют различную толщину. Это требует решения задачи предварительной обработки, то есть сведения изображения к определенным нормированным условиям. В данной работе считается, что линии бинаризованы и имеют толщину в 1 пиксель. Так как алгоритмы первичной обработки достаточно разработаны [1]. Поэтому этот этап в данной работе не рассматривается.

Решается задача определения основных признаков объекта на основе его контурных линий. Например, при идентификации личности на основе ушной раковины, на первом этапе выделяется область ушной раковины. На втором этапе выделяются контурные линии и признаки ушной раковины. А контурные линии предварительно приближены к кривым, которых можно оценить параметрами аналитической кривой. Эти параметры можно использовать при создании базы данных и специфичных индикаторов объекта, также могут быть использованы как самостоятельные индикаторы характерных особенностей изображения, так и в качестве промежуточного элемента для выделения более сложных признаков.

В настоящее время активно проводятся работы по распознаванию линий на изображении. Например, преобразование Радона – это известное интегральное преобразование, сопоставляющее функции f в исходном пространстве функции на множестве плоскостей, задаваемую интегралами от f вдоль этих плоскостей [1].

Известны многочисленные варианты интегральных преобразований, являющиеся модификациями или обобщениями данного подхода [2, 3, 4]. Распространенным способом поиска параметрических кривых на изображениях является преобразование Хафа [5]. Его суть в том, что из множества точек изображения выбираются подмножества точек, по которым вычисляются параметры кривой, проходящей через эти точки. С каждой точкой параметрического пространства связан счетчик, показывающий для скольких подмножеств, был вычислен этот набор параметров. Параметры с максимальным значением счетчика определяют кривые, найденные на изображении. Число подмножеств, которое необходимо перебрать экспоненциально возрастает с числом параметров кривой, что приводит к большому количеству вычислений. В связи с этим разработано множество приближенных способов вычисления преобразования Хафа, основанных на переборе не всех подмножеств точек, а только некоторой их части [6-8]. В [9] предложен алгоритм вычисления преобразования Радона через двумерное преобразование Фурье. В работе [10] был предложен алгоритм вычисления преобразования Радона через двумерное преобразование Хартли. Требования к памяти в два раза меньше, чем в [9]. Преимущество преобразования Хартли перед Фурье в том, что первое является действительным, и требует для своего вычисления меньшего объема памяти и, как следствие обработки меньшего числа данных, меньшего времени вычисления. В работах [11,12] приведён алгоритм вычисления интегралов от изображения вдоль прямых линий. Это может быть использовано для вычисления преобразования Радона изображения.

Несмотря на существование различных методов распознавания линий, они направлены на распознавание линий одного подкласса. А в других случаях используются интерполяция и аппроксимация. Во многих случаях линии на изображении являются графиками некоторых функций. В таких случаях требуется разработать новые методы и алгоритмы определения формул линий.

Далее рассматривается задача нахождения формул на основе графиков функций прямой, параболы, кубической параболы и многочленов n -го порядка.

Допустим, дано бинарное изображение с размером $N \times M$ и пусть линии на нем локализованы. Берем одну из локализованных линий (рис. 1) и составляем нижеприведенную таблицу.

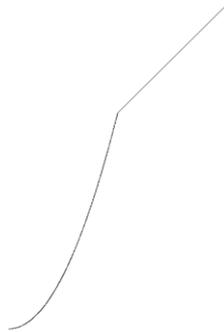


Рис 1. Парабола и прямая.

Таблица 1.

Исходные данные

x_0	x_1	\dots	x_N
y_0	y_1	\dots	y_N

С помощью Табл.1 можно построить максимум многочлен n -порядка, то есть $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.

Построение многочлена сводится к определению коэффициентов a_i . Эти коэффициенты определяются на основе конечных разностей.

Формулы линий определяется в следующих этапах.

Этап 1. Определение прямой. На этом этапе вычисляются конечные разности первого порядка, и продолжается таблица 1 (табл. 2).

Конечные разности первого порядка вычисляются следующей формулой:

$$\Delta^1 y_i = \frac{(y_i - y_0)}{i}, i = \overline{1, N};$$

здесь y_i – значения функции при соответствующим x_i .

Таблица 2.

Исходные данные и конечные разности первого порядка.

x_0	x_1	x_2	\dots	x_N
y_0	y_1	y_2	\dots	y_N
0	$\Delta^1 y_1$	$\Delta^1 y_2$	\dots	$\Delta^1 y_n$

Далее определяется ряд выполняющие условие $\Delta_{ij} = |\Delta^1 y_i - \Delta^1 y_j| \leq \varepsilon, i = \overline{1, N-1}, j = \overline{i+1, N}$. Точки, соответствующие определённому ряду, составляют прямую. Коэффициенты прямой определяются следующим образом:

$$a_0 = y_0, a_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta^1 y_i$$

Этап 2. Определение параболы второго порядка. При этом вычисляются конечные разности второго порядка, и продолжается таблица 2 (табл. 3). Конечные разности второго порядка вычисляются следующей формулой:

$$\Delta^2 y_i = \frac{(\Delta^1 y_{i+1} - \Delta^1 y_1)}{i}, i = \overline{1, N-1};$$

Таблица 3.

Исходные данные и конечные разности первого и второго порядка.

x_0	x_1	x_2	x_3	\dots	x_N
y_0	y_1	y_2	y_3	\dots	y_N
0	$\Delta^1 y_1$	$\Delta^1 y_2$	$\Delta^1 y_3$	\dots	$\Delta^1 y_N$

0	0	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^2 y_2$	\dots	$\Delta^2 y_{N-1}$
---	---	----------------	----------------	---------	--------------------

Далее определяется ряд выполняющие условие $\Delta_{ij} = |\Delta^2 y_i - \Delta^2 y_j| \leq \varepsilon, i = \overline{1, N-1}, j = \overline{i+1, N}$. Точки, соответствующие определённому ряду, составляют параболу второго порядка. Коэффициенты параболы второго порядка определяются следующим образом:

$$a_0 = y_0, a_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta^1 y_i, a_2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \Delta^2 y_i$$

Этап 3. Определение кубической параболы. При этом вычисляются конечные разности третьего порядка, и продолжается таблица 3.

Этап k. Определение алгебраического многочлена k-порядка. При этом вычисляются конечные разности k-порядка, и продолжается таблица аналогично предыдущему этапу.

Конечные разности высших порядков вычисляются следующей формулой:

$$\Delta^k y_i = \frac{(\Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_1)}{i}, i = \overline{1, N-k};$$

Таблица 4.

Исходные данные и конечные разности k-порядка.

x_0	x_1	x_2	\dots	x_k	\dots	x_N
y_0	y_1	y_2	\dots	y_k	\dots	y_N
0	$\Delta^1 y_1$	$\Delta^1 y_2$	\dots	$\Delta^1 y_k$	\dots	$\Delta^1 y_N$
0	0	$\Delta^2 y_1$	\dots	$\Delta^2 y_k$	\dots	$\Delta^2 y_{N-1}$
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
0	0	0	\dots	$\Delta^k y_1$	\dots	$\Delta^k y_{N-k+1}$

Далее определяется ряд выполняющие условие $\Delta_{ij} = |\Delta^k y_i - \Delta^k y_j| \leq \varepsilon, i = \overline{1, N-k-1}, j = \overline{i+1, N-k}$. Точки, соответствующие определённому ряду, составляет многочлен k-порядка. Коэффициенты определяются следующим образом:

$$a_0 = y_0, a_k = \frac{1}{N-k+1} \sum_{i=1}^{N-k+1} \Delta^k y_i$$

Результаты вычислительных экспериментов

Оценка эффективности описанного алгоритма проводилась на различных изображениях: идеальные графики, искаженные и ручные изображения. Векторизация осуществлялась на основе детектора границ Канны с последующей обработкой и локализацией графиков. Для вычисления эффективности алгоритма использовалась формуле:

$$E = \frac{R}{N} \cdot 100\%$$

где R – верно найденные формулы линий, N – общее количество локализованных линий на изображении.

На первом эксперименте были взяты 1000 графиков линейных и многочленов разного порядка, сгенерированные программой. Все графики были приведены к нулевой абсциссе, один пиксель был взят как единичный отрезок. При этом алгоритм дал результат 100%.

Во втором эксперименте были взяты 100 ручные изображения, приближенные к линейному и многочленов разного порядка. При этом ошибка совпадения пикселей изображения с найденным графиком функции составил не более 15%.

Заключение

В статье решена задача определения формул линий на бинарном изображении. Для решения поставленной задачи предложены подход, метод и алгоритм определения коэффициентов линий с помощью конечной разности. Здесь формулы линий локализованных графиков определены на основе предложенного усовершенствованного метода Ньютона. На основе предложенного метода также можно решать задачи аппроксимации, интерполяции и экстраполяции. Предложенный алгоритм основан на конечные разности, в существующих методах рассматривается разность между соседними точками. В настоящем методе строится приближенная функция по исходной точке и в ней может некоторые равные исходные значения y . В интерполяционном методе Лагранжа каждый член интерполяции зависит от всей узлы. Если ввести новый узел, то необходимо построить заново интерполяционный многочлен. Это проблема решается на основе интерполяционного метода Ньютона. Предлагаемый метод основан на метод Ньютона, поэтому точность интерполяции оценивается как в методе Ньютона.

Использованные литературы

- [1] Couprie M. Note on fifteen 2D parallel thinning algorithms // IGM2006–01. Universite de Marnela-Vallee, 2006.
- [2] Toft P. The Radon Transform // Ph. D. Thesis. 1996.
- [3] Hough P. V. C. Method and means for recognizing complex patterns // US Patent 3,069,654.
- [4] Котляр В. В., Ковалев А. А. Кольцевое преобразование Радона // Компьютерная оптика. 2003. №25. С. 126–133.
- [5] Princen J.P., Illingworth, J. and Kittler, J.V., “A Formal Definition of the Hough Transform: Properties and Relationships”, Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol.1, num.1, pp.153-168, 1992.
- [6] N. Kiryati, Y. Eldar and A.M. Bruckstein, “A Probabilistic Hough Transform”, Pattern Recognition vol.24, pp. 303-316, 1991
- [7] L. Xu, E.Oja and P. Kultanen, “A New Curve Detection Method: Randomized Hough Transform (RHT)”, Pattern Recognition Letters, vol. 11, no. 5, 1990, pp. 331-338
- [8] H. Kalvianen and P. Hirvonen, “Connective Randomized Hough Transform (CRHT)”, Proceedings of the 9th Scandinavian Conference on Image Analysis, Uppsala, Sweden, June 1995, vol. 2, pp. 1029-1036
- [9] Cheyne Gaw Ho, Rupert C. D. Young, Chris D. Bradfield, Chris R. Chatwin, “A Fast Hough Transform for the Parametrisation of Straight Lines using Fourier Methods”, Real-Time Imaging, vol.6, num.2, pp.113-127, 2000
- [10] Volegov D.B., Gusev V.V., Yurin D.V. “Straight Line Detection on Images via Hartley Transform. Fast Hough Transform, In Conference Proceedings. 16-th International Conference on Computer Graphics and Application GraphiCon'2006, July 1 - 5, 2006, Novosibirsk, Akademgorodok, Russia.
- [11] D.L. Donoho and X. Huo, “Beamlets and multiscale image analysis”, <http://www-stat.stanford.edu/donoho/Reports/>
<http://citeseer.ist.psu.edu/donoho01beamlets.html>
- [12] David Donoho and Xiaoming Huo, “Applications of Beamlets to Detection and Extraction of Lines, Curves and Objects in Very Noisy Images”, <http://citeseer.ist.psu.edu/446366.html>

Маматов Нарзилло Солиджонович – техника фанлари доктори, Мухаммад ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялари университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий-инновацион маркази етакчи илмий ходими.
Тел.: (+99897) 403-56-22
Факс: (0371) 237 62 48
E-mail: m_narzullo@mail.ru

Самижонов Абдурашид Нарзулло ўгли – Н.Э.Бауман номидаги Москва давлат техника университети талабаси.

Тел.: (+99893) 506-24-57
E-mail: an_samijonov@mail.ru

Дадаханов Мусохон Хошихонович – Наманган давлат университети, “Ахборот математика” кафедраси мудири

Рахмонов Эркин Давлатжонович – Тошкент фармацевтика институти, Фармация факультети декан ўринбосари.

Тел.: (+99899) 8300103

N.S.Mamatov, A.N.Samijonov, M.Kh.Dadakhonov, E.D.Rahmonov

Determination of the formula of contour lines on images

Annotation. The article discusses the problem of determining the formulas of contour lines in a binary image. To solve this problem, an approach, method and algorithm for determining the line coefficients based on the finite difference method are proposed. Based on the proposed approach, it is also possible to solve the problems of approximation, interpolation, and extrapolation.

Keywords: binary image, polynomial, finite difference, pixel, function.