

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО МЕТОДА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСМЕЩИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Назирова Э.Ш.

В работе рассматривается математическая модель и численное решение краевые задачи совместное фильтрации не смешивающей жидкостей в пористой среде. Разработано математическое и программное обеспечение, в котором при численном моделировании подобных процессов в многосвязной области применены метод дифференциальной прогонки. Вычислительные эксперименты приведены при различных значениях параметров пласта и эксплуатационных скважин. Дано результаты работы разработанного программного обеспечения, где представлены результаты расчета основных показателей разработки месторождений. Результаты вычислительных экспериментов приводится в табличном и графическом виде в визуальной форме.

Ключевые слова: Математические модели, дифференциальных уравнений, программное обеспечение, метод дифференциальной прогонки.

Мақолада ғовак муҳитларда аралашмайдиған суюқликлар филтрация чегаравий масаласининг математик модели ва сонли ечими қаралган. Математик ва дастурий таъминоти ишлаб чиқилган, ҳамда ўхшаш жараёнларни сонли моделлаштиришда кўп алоқага эга муҳитлар учун дифференциал-айирмали усул қўлланилган. Нефть ва ишлаб чиқариш кудуқлари параметрларининг турли қийматлари учун ҳисоблаш тажрибалари ўтказилган. Ишлаб чиқилган дастурий таъминот орқали конлар ишлашининг асосий кўрсаткичларни ҳисоблаш натижалари тасвирланган. Ҳисоблаш тажрибалари натижалари жадрал ва график шаклда визуал ҳолда тақдим этилган.

Таянч иборалар: математик модел, дифференциал тенглама, дастурий таъминот, дифференциал-айирмалар усули.

The method of marginal waterflooding is used in the development of relatively small deposits. It consists in pumping water into the reservoir through injection wells located outside the external oil-bearing circuit at a distance of 100 m or more. The production wells are located within the oil-bearing contour parallel to the contour. As a result of the flooding, the inflow of water to the reservoir increases and the pressure and the oil reservoir is maintained at a high level.

Mathematical models of the processes of nonstationary joint filtration of two or more liquids are boundary value problems for systems of differential equations

of parabolic type with homogeneous and non-uniform boundary conditions, the analytical solution of which is difficult even in simple cases.

The paper deals with a mathematical model and numerical solution of joint problems of joint filtration of non-mixing fluids in a porous medium. Developed mathematical and software, in which the numerical simulation of similar processes in a multiply connected area applied the method of differential sweep. Computational experiments are given for different values of the parameters of the reservoir and production wells. Given the results of the developed software, which presents the results of the calculation of the main indicators of field development. The results of computational experiments are presented in tabular and graphical form in visual form.

Keywords: Mathematical models, differential equations, software, differential sweep method.

I. ВВЕДЕНИЕ

При проектировании разработки месторождений жидкостей в условиях водонапорного режима необходимо уметь прежде всего рассчитывать продвижение контурной или подошвенной воды в процессе разработки месторождения. Расчеты продвижения контурных или подошвенных вод в нефтегазовые залежи относятся к наиболее сложным задачам подземной газо-гидродинамики, задачам с подвижной границей раздела. Сложность расчетов по продвижению контурных или подошвенных вод в нефтегазовые залежи состоит в том, что количество поступающей воды зависит от перепада давления между водоносным пластом и давлением на границе нефтегазовой залежи. Вместе с тем падение пластового давления в залежи зависит от темпов отбора газа и от количества поступающей в нее воды. Аналитические методы не могут дать в настоящее время точного решения задач с подвижной границей раздела нефть-вода и газ-вода. В связи с этим были предложены различные приближенные методы расчета продвижения контурных или подошвенных вод в нефтегазовые залежи и изменения во времени среднего пластового давления [1].

Для повышения эффективности естественных режимов работы залежи применяются различные искусственные методы воздействия на нефтяные пласты и призабойную зону. Их можно разделить на три группы:

- методы поддержания пластового давления;
- методы, повышающие проницаемость пласта и призабойной зоны (соляно-кислотные обработки призабойной зоны пласта, гидроразрыв пласта и др.);
- методы повышения нефтеотдачи и газоотдачи пластов.

Искусственное поддержание пластового давления достигается методами законтурного, приконтурного и внутриконтурного заводнения пласта.

Метод законтурного заводнения применяют при разработке сравнительно небольших по размерам залежей. Он заключается в закачке воды в пласт через нагнетательные скважины, размещаемые за внешним контуром нефтеносности на расстоянии 100 м и более. Эксплуатационные скважины располагаются внутри контура нефтеносности параллельно контуру.

В результате заводнения приток воды к пласту увеличивается и давление нефтяной залежи поддерживается на высоком уровне.

Математические модели процессов нестационарной совместной фильтрации двух и более жидкостей представляет собой краевые задачи для систем дифференциальных уравнений параболического типа с однородными и неоднородными граничными условиями, аналитическое решение которых затруднено даже в простейших случаях.

Процесс вытеснения водогазовой смесью с учетом образования микропузырьков за счет использования пенообразующих свойств нефти был рассмотрен в работе Кутрунова В.Н., Падина Е.А. Исследователями проведено сравнение эффективности различных технологий закачки водогазовой смеси и получено оптимальное соотношение воды и газа в смеси, которое позволяет достичь максимального вытеснения нефти в сравнении со стандартными методами.

В работе [4] приведенное прогнозирование движения водонефтяного контакта имеет большое значение в теории заводнения: знание о характере совместного течения нефти и вытесняющей ее воды в недрах пласта позволяет оптимизировать систему его разработки. Простейшим представлением о совместной фильтрации является модель "разноцветных" жидкостей, полагающая нефть и воду физически неразличимыми. В настоящей работе рассматривается более сложная теория "поршневого" вытеснения, учитывающая различия в вязкостях жидкостей. Нефтеносный пласт полагается однородным и бесконечным, фиксированной толщины, покрытым двоякопериодической решеткой с добывающими и нагнетательными скважинами в ячейках.

В статье [5] представлены постановки задач о плоском радиальном притоке газа к скважине и о температуре пласта. Построены разностные схемы дифференциальных уравнений и начальных и граничных условий, соответствующих этим дифференциальным уравнениям. Полученные разностные алгебраические уравнения решены методом прогонки. По результатам решения задачи неизотермической фильтрации газа в нескольких постановках выполнен анализ полученных решений для давления и температуры пласта, осуществлено сравнение расчетных значений характеристик процесса фильтрации газа (температуры и давления) с их замеренными значениями для газовой скважины одного из месторождений Западной Сибири. Показано, что после 10 часов работы скважины давление на забое практически стабилизируется, а температура продолжает снижаться и после 100 суток ее работы. За 100 суток работы скважины температура на

забое скважины уменьшается на 4 °С, при этом за первые сутки она уменьшается на 2 °С, и в последующие 99 суток ее уменьшение составило 2 °С.

В настоящей работе рассматривается численное решение краевой задачи совместной фильтрации несмешивающихся жидкостей в пористой среде. Разработано математическое и программное обеспечение, в котором при численном моделировании применены метод дифференциальной прогонки.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Численное моделирование возможно осуществить с помощью методов сквозного счета, что требует разработки новых высокоэффективных вычислительных алгоритмов и программ.

Процесс совместной фильтрации двух и более несмешивающихся жидкостей в пористой среде является весьма сложным и характеризуется следующими особенностями:

- коэффициенты уравнения зависят от времени и от пространственных координат;
- значения давления на границе раздела двух фаз заранее неизвестно;
- положение границы раздела двух фаз определяется в процессе решения.

Добыча нефти происходит в сложнейших условиях, эффективность эксплуатации месторождения зависит от степени адекватности принимаемых решений по проектированию и управлению. Адекватность принимаемых решений зависит от степени взаимного соответствия математических моделей, вычислительных алгоритмов и программно-инструментальных средств для анализа и прогнозирования технологических показателей разработки нефтегазовых месторождений современным требованиям [2,3].

При разработке нефтяных месторождений в условиях водонапорного режима наблюдается продвижение контурных или подошвенных вод. В математическом отношении такие процессы формулируются как задачи с подвижной границей раздела и представляют собой краевые задачи для систем дифференциальных уравнений с частными производными с однородными и неоднородными граничными условиями.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_p}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_p}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} \right) = \alpha \beta_H \frac{\partial p_1}{\partial t} & (x, y) \in G_1 \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_p}{\mu_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_p}{\mu_2} \frac{\partial p_2}{\partial y} \right) = (1 - \alpha_0) \beta_B \frac{\partial p_2}{\partial t} & (x, y) \in G_2 \end{cases} \quad (1)$$

Система уравнений (1) интегрируется при следующих начальных, граничных и внутренних условиях:

$$p_1 = p_2 = \bar{p}(x, y), \quad t = 0, \quad (x, y) \in G_1 + G_2 \quad (2)$$

$$cq_i(t) = \oint_{s_i} \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial n_1} ds, \quad (x, y) \in s_i, \quad i = \overline{1, Q} \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial n_3} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_2 \quad (4)$$

$$p_1(x, y) = p_2(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1 \quad (5)$$

$$\frac{k_p}{\mu_1} \frac{\partial p_1}{\partial n_2} = \frac{k_p}{\mu_2} \frac{\partial p_2}{\partial n_2}, \quad (x, y) \in \Gamma_1 \quad (6)$$

$$\frac{\partial l(x, y, t)}{\partial t} = - \frac{k_p}{\mu_2 m(a - a_0)} \frac{\partial p_2(x, y, t)}{\partial n_2}; \quad (7)$$

$$l(0) = \delta(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1$$

Здесь:

p_1, p_2 - давление в области нефтеносности и водоносности;

k_p - коэффициент проницаемости пласта;

μ_1, μ_2 - коэффициенты динамической вязкости нефти и воды;

β_n, β_v - коэффициенты упругости пласта в области нефти и воды;

$$\beta_n = m\beta_{нжс} + \beta_c; \quad \beta_v = m\beta_{вжс} + \beta_c.$$

m - коэффициент пористости пласта;

$\beta_{нжс}, \beta_{вжс}$ - коэффициенты сжимаемости нефти и воды;

β_c - сжимаемость пласта;

Γ_1 - контур подвижной границы раздела нефть-вода;

Γ_2 - внешний контур водоносного пласта;

s_i - контур i -й скважины;

q_i - дебит i -й нефтяной скважины;

n_2 - внутренняя нормаль к границе раздела;

l - вектор скорости, направленный по внутренней нормали;

c_l - коэффициент приведения к размерности;

a - коэффициенты нефтенасыщенности;

$\alpha_{ост}$ - коэффициент остаточной нефтенасыщенности;

n_1, n_2, n_3 - нормали соответственно к контурам S, Γ_1, Γ_2 .

О безразмеривания переменных в (3.2.1-3.2.7) осуществляется по формулам:

$$x = L_x x^*; \quad y = L_y y^*; \quad k_p = k_x k_p^*; \quad p_1 = p_1^* p_x; \quad p_2 = p_2^* p_x;$$

$$t = \frac{\beta_n a \mu_1 L_x L_y}{k_x} \tau; \quad q^* = \frac{q \mu_1}{\pi k_x p_x h_x}; \quad R^* = \frac{(a - a_0) \beta_v}{a \beta_n}.$$

Где:

- p_x - некоторые характерные значения давления;
- k_x - некоторые характерные значения проницаемости пласта;

- L_x, L_y -характерная длина пласта.

Система (1) с соответствующими краевыми условиями (2-7) решается с применением продольно-поперечной схемы для дифференциально-разностной задачи методом дифференциальной прогонки [2].

Область фильтрации G_1UG_2 покрывается сеточной областью $\Omega_{\delta\delta}$, образованной регулярной сеткой координатных линий:

$$\Omega_{h_{xy}} = \{x_i = ih_{xy}, y_i = ih_{xy}, i = \overline{1, N_j}, j = \overline{1, M_i}\},$$

где N_j - число узлов на прямой y_j ;

M_i -число узлов на прямой x_i ;

h_{xy} -шаг сетки.

Воспользуемся алгоритмической идеей неявной схемы переменных направлений (продольно-поперечная схема) для получения дифференциально-разностной задачи. Переход от слоя k к слою $k + 1$ совершается в два этапа с шагом 0.5τ . Тогда решение (1) при $\tau = \tau_{k+1} = (k + 1)\Delta\tau$ находится последовательным решением системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{1ij} \frac{\partial p_{1j}^{(k+0.5)}(x)}{\partial x} \right) - \frac{1}{0.5\tau} p_{1j}^{(k+0.5)}(x) = -\frac{p_{1j}^{(k)}(x)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{1ij} p_{1ij}^{(k)}] \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{1ij} \frac{\partial p_{1i}^{(k+1)}(y)}{\partial y} \right) - \frac{1}{0.5\tau} p_{1i}^{(k+1)}(y) = -\frac{p_{1i}^{(k+0.5)}(y)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{1ij} p_{1ij}^{(k+0.5)}] \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{2ij} \frac{\partial p_{2j}^{(k+0.5)}(x)}{\partial x} \right) - \frac{R^*}{0.5\tau} p_{2j}^{(k+0.5)}(x) = -\frac{p_{2j}^{(k)}(x)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{2ij} p_{2ij}^{(k)}] \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{2ij} \frac{\partial p_{2i}^{(k+1)}(y)}{\partial y} \right) - \frac{R^*}{0.5\tau} p_{2i}^{(k+1)}(y) = -\frac{p_{2i}^{(k+0.5)}(y)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{2ij} p_{2ij}^{(k+0.5)}]. \end{cases} \quad (8)$$

Где:

$$k_1 = \frac{k_p}{\mu_1}; \quad k_2 = \frac{k_p}{\mu_2};$$

$$\Lambda [k_{1ij} p_{1ij}^{(k)}] = \frac{k_{1i-0.5,j} p_{i-1,j}^{(k)} - (k_{1i-0.5,j} + k_{1i+0.5,j}) p_{ij}^{(k)} + k_{1i+0.5,j} p_{i+1,j}^{(k)}}{h_{xy}^2},$$

$$\begin{aligned} \Lambda [k_{1ij} p_{1ij}^{(k+0.5)}] &= \\ &= \frac{k_{1i,j-0.5} p_{ij-1}^{(k+0.5)} - (k_{1i,j-0.5} + k_{1i,j+0.5}) p_{ij}^{(k+0.5)} + k_{1i,j+0.5} p_{i,j+1}^{(k+0.5)}}{h_{xy}^2}, \end{aligned}$$

$p_{i,j}^{(0)}$ - значения давления на k -м слое;

$p_{i,j}^{(1)}$ - значения давления на $k + 0.5$ - м слое.

Полученная система дифференциально-разностных уравнений (8) решается методом дифференциальной прогонки вдоль каждой из прямых x_i с начальными условиями, известными при $\tau = \tau_k$, а затем вдоль каждой из прямых y_j , где в качестве начального условия берутся только что найденные значения, соответствующие $k+0.5$ -м слою.

Согласно, по методу дифференциальной прогонки решения первого и второго дифференциально-разностных уравнений (8) на $k+0.5$ и $k+1$ временном слое с краевыми условиями (2)-(7) определяются следующими формулами:

$$p_{1j}^{(k+0.5)}(x) = \frac{\gamma_j(x)u_j(x) - \alpha_j(x)w_j(x)}{\alpha_j(x)v_j(x) - \beta_j(x)u_j(x)}, \quad (9)$$

$$\frac{dp_{1j}^{(k+0.5)}(x)}{dx} = \frac{1}{k_{1j}(x)} \frac{v_j(x)\gamma_j(x) - w_j(x)\beta_j(x)}{[\alpha_j(x)v_j(x) - \beta_j(x)u_j(x)]} \quad (10)$$

$$p_{1j}^{(k+1)}(y) = \frac{\gamma_j(y)u_j(y) - \alpha_j(y)w_j(y)}{\alpha_j(y)v_j(y) - \beta_j(y)u_j(y)}, \quad (11)$$

$$\frac{dp_{1j}^{(k+1)}(y)}{dy} = \frac{1}{k_{1j}(x)} \frac{v_j(y)\gamma_j(y) - w_j(y)\beta_j(y)}{[\alpha_j(y)v_j(y) - \beta_j(y)u_j(y)]} \quad (12)$$

где, коэффициенты левой и правой прогонки $\alpha_j(x)$, $\beta_j(x)$, $\gamma_j(x)$ и $u_j(x)$, $v_j(x)$, $w_j(x)$ находятся как решения следующей задачи Коши:

$$\begin{cases} k_{1j}(x) \frac{du_j(x)}{dx} = v_j(x), & u_j(0) = 1 \\ \frac{dv_j(x)}{dx} = R_{1j}u_j(x), & v_j(0) = 0 \\ \frac{dw_j(x)}{dx} = Q_{1j}u_j(x), & w_j(0) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} k_{1j}(x) \frac{d\alpha_j(x)}{dx} = \beta_j(x), & \alpha_j(1) = 1 \\ \frac{d\beta_j(x)}{dx} = R_{1j}\alpha_j(x), & \beta_j(1) = 0 \\ \frac{d\gamma_j(x)}{dx} = Q_{1j}\alpha_j(x), & \gamma_j(1) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1i}(y) \frac{du_i(y)}{dy} = v_i(y), \quad u_i(0) = 1 \\ \frac{dv_i(y)}{dy} = R_{1i}u_i(y), \quad v_i(0) = 0 \\ \frac{dw_i(y)}{dy} = Q_{1i}u_i(y), \quad w_i(0) = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1i}(y) \frac{d\alpha_i(y)}{dy} = \beta_i(y), \quad \alpha_i(1) = 1 \\ \frac{d\beta_i(y)}{dy} = R_{1i}\alpha_i(y), \quad \beta_i(1) = 0 \\ \frac{d\gamma_i(y)}{dy} = Q_{1i}\alpha_i(y), \quad \gamma_i(1) = 0 \end{array} \right. \quad (16)$$

Здесь:

$$Q_{1j} = -\frac{p_{1j}^{(k)}(x)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{1ij}p_{1ij}^{(k)}],$$

$$Q_{1i} = -\frac{p_{1i}^{(k+0.5)}(y)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{1ij}p_{1ij}^{(k+0.5)}],$$

$$R_{1j} = \frac{1}{0.5\tau}, \quad R_{1i} = \frac{1}{0.5\tau}.$$

Для решения задачи Коши (13), (14), (15) и (16) начальные условия определяются из граничных условий (4).

Решения третьего и четвертого дифференциально-разностного уравнений (8) на $k+0.5$ и $k+1$ временном слое с краевыми условиями (2)-(7) определяются аналогично. При этом, также решается Задача Коши (13) – (16) для третьего и четвертого уравнения, с учетом

$$Q_{2j} = -\frac{p_{2j}^{(k)}(x)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{2ij}p_{2ij}^{(k)}],$$

$$Q_{2i} = -\frac{p_{2i}^{(k+0.5)}(y)}{0.5\tau} - \Lambda [k_{2ij}p_{2ij}^{(k+0.5)}],$$

$$R_{2j} = \frac{R^*}{0.5\tau}, \quad R_{2i} = \frac{R^*}{0.5\tau}.$$

Положения границы раздела нефть-вода определяется по формуле

$$l_{i,j} = \hat{l}_{i,j} - \frac{\tau k_{i,j}}{m\mu_1} \left[\frac{dp_1}{dx} \cos \bar{\alpha} + \frac{dp_1}{dy} \cos \bar{\beta} \right]$$

где

$l_{i,j}$ – вектор скорости направлений по внутренней нормали на границе раздела $l_{i,j}^{(0)} = \hat{l}_{i,j} = l(x, y, t_0)$;

$\bar{\alpha}$ – угол между нормалью и осью ox ;

$\bar{\beta}$ – угол между нормалью и осью oy : $\bar{\beta} = \frac{3}{2}\pi + \bar{\alpha}$.

При уточнении положения границы раздела первое приближение берётся из предыдущего временного слоя.

На границе области фильтрации может выполняться одно из условий: первого рода; второго рода и смешанно.

Если на границе области фильтрации известны значения давлений, т. е. задано первое краевое условие, тогда начальные условия задачи Коши принимают следующий вид соответственно на левой и правой части границы: $u_1=0, v_1=-1, w_1=P_2; \alpha_n=0, \beta_n=-1, \gamma_n=P_2$

Если на границе области фильтрации задан поток, т. е. задано второе краевое условие, тогда начальные условия задачи Коши принимают следующий вид соответственно на левой и правой части границы:

$$u_1=1, v_1=0, w_1=f_\Gamma; \alpha_m=0, \beta_m=0, \gamma_m=f_\Gamma$$

f_Γ – известная функция. Если $f_\Gamma=0$, то граница непроницаема.

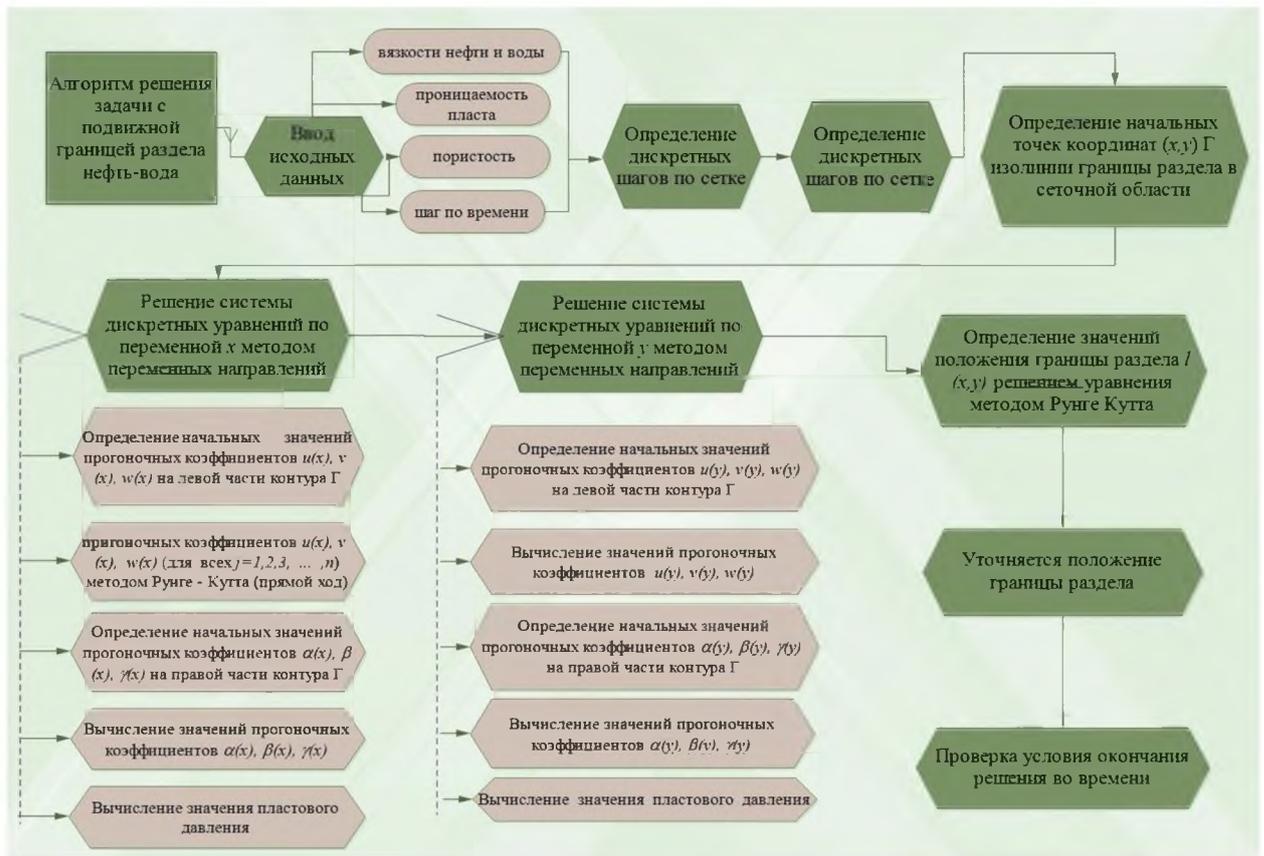
В случае, когда на одной части области фильтрации задается условие 1-го рода, а на другой части – условие 2-го рода, т.е. на одной части задано давление, а на другой части – поток, начальные условия задачи Коши определяются аналогично.

Для многосвязной области на внутренних границах задается условие непроницаемости потока и неразрывности давления. Эти условия выполняются автоматически на переходе границы раздела двух фаз при применении метода дифференциальной прогонки. В процессе последовательного нахождения значений $u_i(x), v_i(x), w_i(x)$ при переходе от одной фазы к другой в качестве начальных условий используются предыдущие значения этих функций.

Численное интегрирование задачи Коши осуществляется методом Рунге-Кутты с использованием процедуры нормировки прогонных коэффициентов и коэффициентов данного метода.

В каждом итерационном шаге при вычислении вектора U_{i+1} в правую часть системы уравнений подставляются вместо U нормированный вектор (где $U=(u, v, w)$ или $U=(\alpha, \beta, \gamma)$). Процедура нормировки может быть опущена, если выбранный метод устойчиво решает задачу Коши.

Численная реализация дискретной модели на ЭВМ строится по следующим алгоритмам:



Для решения задачи фильтрации с подвижной границей раздела нефть-вода и проведения вычислительных экспериментов разработано программное обеспечение, которое обеспечивает визуализацию численных результатов расчета основных показателей разработки нефтяных месторождений в графическом и анимационном виде. Пользовательский интерфейс программы приведен в рис. 1.

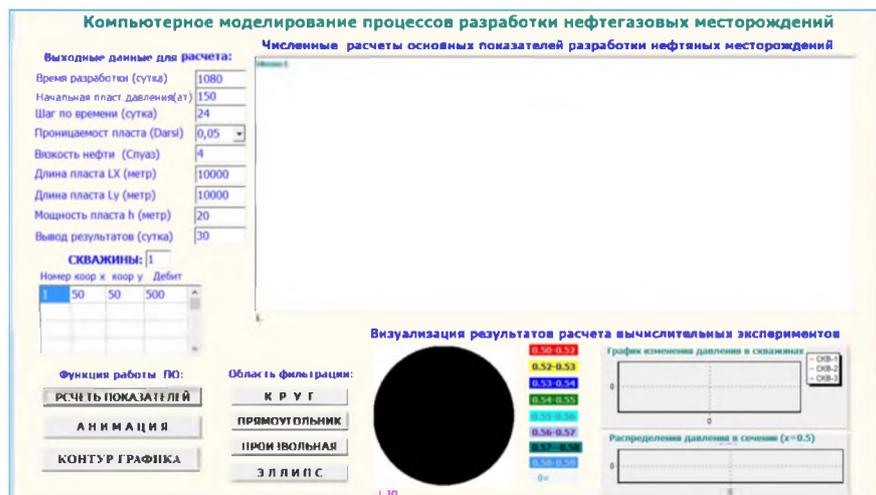


Рис. 1. Пользовательский интерфейс ПО.

Расчеты проведены при следующих значениях параметров: длина пласта $L = 10$ км; мощность пласта $h = 10$ м; дебит скважины в вытесняемой зоне $Q_H = 300 \text{ м}^3/\text{сут}$ и вытесняющей зоне $Q_B = 500 \text{ м}^3/\text{сут}$. Начальное пластовое давления $P_H = 150$ ат. Остальные параметры заданы в следующем виде: $m = 0,1$; $k = 0,1$ дарси; $EPS = 0,0001$; $\tau = 0,001728$; $N = 100$; $M=100$; $\beta_H = 0,00001 \text{ см}^2/\text{кгс}$; $\beta_B = 0,00001 \text{ см}^2/\text{кгс}$.

На рис. 2 приведен график распределение давления на скважинах, сечении и площади, в таблице 1 – расчетные значения безразмерного давления на границе раздела, в контуре питания и положения границы раздела при различных моментах времени.

На рис. 3 показаны результаты расчета разработки нефтяной залежи с блоковыми заводнением для прямоугольной области фильтрации. Здесь начальное пластовое давление поддерживается с помощью трех нагнетательной скважин в левой части пласта.

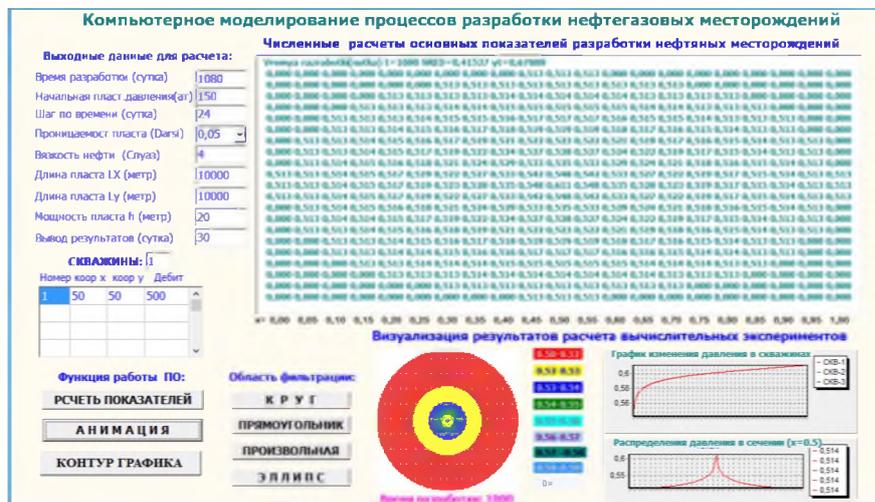


Рис. 2. Результаты работы программы с единой центральной нагнетательной скважиной.

Таблица 1.

Значения давления на скважине и положения границы раздела при $\mu_{п} = 4$ сП.

Время в сутки разработки	Давление на нагнетательной скважине ($P_{скв}$)	Давление на границе раздела ($P_{гр}$)	Значение движение граница раздела l_{xy}
0	0.500	0.500	0.5000
180	0.591	0.520	0.5296
360	0.597	0.534	0.5595
540	0.602	0.539	0.5893
720	0.605	0.529	0.6191
900	0.608	0.525	0.6490
1080	0.611	0.524	0.6789

Расчеты показывают, что при увеличении времени разработки нефтяной залежи в левой части пласта поднимается пластовое давление. Эти результаты наглядно подтверждают график площадных изменений давления и распределения давления в сечениях, а также скважинах.

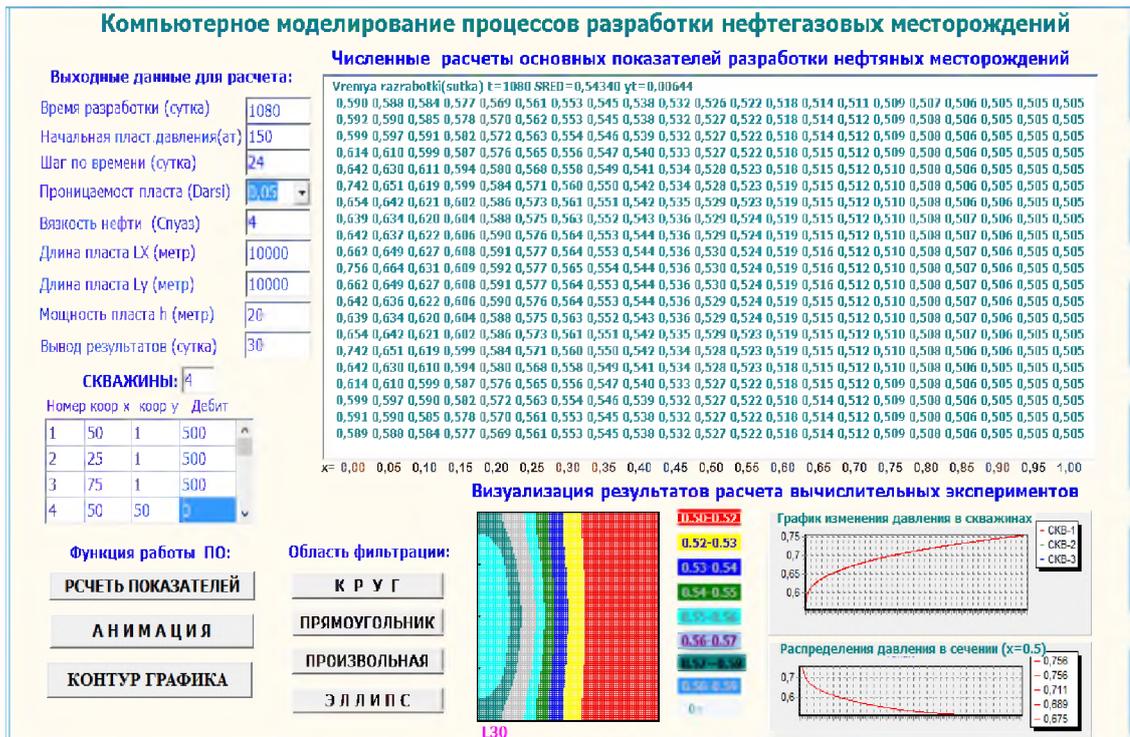


Рис. 3. Система разработки нефтяной залежи с блоковыми заводнением

Рис. 4 показаны результаты расчета для прямоугольной области фильтрации нефтяных месторождений с единой центральной эксплуатационной скважиной и тремя нагнетательными скважинами, которые поддерживают давление в левой части пласта.

Из этих рисунков, видно начальные пластовые давления в некотором интервале почти постоянны, затем резко падают и достигают своих минимальных значений в точке, где расположены эксплуатационные скважины. С увеличением времени эксплуатации пласта (т.е. при постоянном отборе нефти из эксплуатационных скважин) увеличивается падение давления в правой части нефтеносности (это часть отражена на графике черным цветом). В правой части пласта, где расположены три нагнетательные скважины, давление во времени увеличивается.

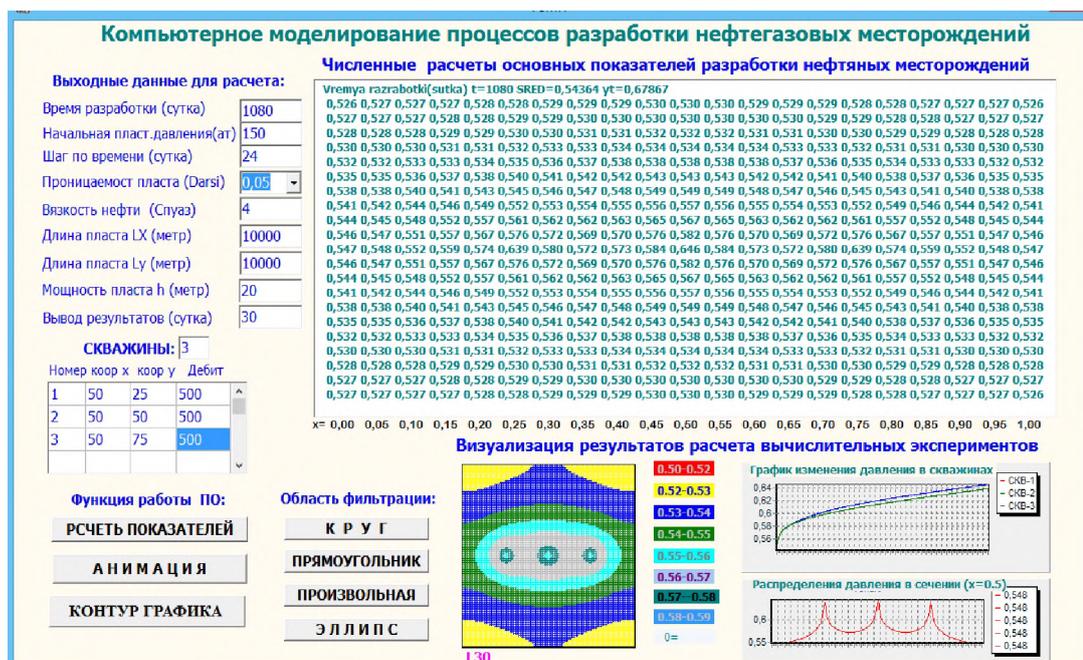


Рис. 6. Система разработки нефтяной залежи с осевым заводнением для прямоугольной области фильтрации.

Рассмотрены варианты, когда коэффициент вязкости нефти принимал значения $\mu_H = 4$ сП, $\mu_H = 5$ сП, $\mu_H = 6$ сП, $\mu_B = 1$ сП. Из-за симметричного расположения скважин и распределения давления в пласте анализируются результаты расчетов в сечении $y = 0.5$ (т.е. в разрезе N=10).

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует отметить, что при численном моделировании подобных процессов в многосвязной области применения дифференциально-разностного метода имеют следующие преимущества:

- нет необходимости удовлетворения специальных соотношений при переходе одной фазы на другую, поскольку условия сопряжения выполняются автоматически;
- решаемые задачи Коши относительно прогонных коэффициентов с желаемой точностью могут быть интегрированы известными методами Рунге-Кутты или Кутты - Меерсона, для которых существует соответствующее программное обеспечение;
- при численном интегрировании задач Коши методом Рунге-Кутты используются процедуры нормировки пригонных коэффициентов и коэффициентов метода Рунге-Кутты. При этом в каждом итерационном шаге при вычислении вектора U_{i+1} в правую часть системы уравнений подставляются вместо U_i нормированный вектор ($U=(u, v, w)$ или $U=(\alpha, \beta, \gamma)$). Это обеспечивает устойчивость решения задачи Коши;

- позволяет проводить сквозной счет в областях с внутренними особенностями;
- позволяет получить квадратичную сходимость итерационного процесса при определении положения границы раздела и даёт абсолютно устойчивую вычислительную схему для системы в целом.
- разработанный вычислительный алгоритм легко реализуется на компьютере.

Все выводы этих численных результатов отображённых в визуальной графической форме наглядно подтверждают, что полученные результаты близки к реальным. Здесь все результаты расчета основных показателей разработки месторождений нефти приводятся в безразмерном виде, а входные данные для расчета показателей программного обеспечения заданы размерной форме.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Закиров С.Н., Лапук Б.Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. Изд. Недра, М. 1974.- 217с.

[2] Абуталиев Ф.Б., Хаджибаев Н.Н., Измайлов И.И., Умаров У. Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. Ташкент, изд. «Фан», 1976.-189.

[3] Самарский А.А. Теория разностных схем, учебное пособие, Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1977.-250с.

[4] Астафьев В.И., Касаткин А.Е. Задача о продвижении водонефтяного контакта при поршневом вытеснении нефти водой в двоякопериодической области. Вестник Самарского государственного университета 2014. <https://cyberleninka.ru/article/n/zadacha-o-prodvizhenii-vodoneftyanogo-kontakta-pri-porshnevom-vytesnenii-nefti-vodoy-v-dvoyakoperiodicheskoy-oblasti>

[5] Пономарев А.И., Зарипова К.Р. Численное моделирование неизо-термичекой нестационарной фильтрации газа для различных постановок задачи ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный нефтяной технический университет», г. Уфа, Российская федерация. Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». 2013. №3 <http://www.ogbus.ru>.