

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГРАММИРОВАНИЕ MATHEMATICAL MODELING AND PROGRAMMING

УДК 622.692.4

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В МНОГОСЛОЙНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

*Назирова Э.Ш., Нетьматов А.*

Рассматривается математическая модель, методы и алгоритмы численного решения задач фильтрации газа в двух пластовых пористых средах с наличием слабопроницаемой перемычки. Нижний пласт разрабатывается системой нескольких батарей скважин с различными дебитами. Математическая модель процесса нестационарной фильтрации газа в пористой среде описана системы нелинейными дифференциальными уравнениями параболического типа. При численном решении краевой задачи используется метод прогонки для систем конечно-разностных уравнений. Система конечно-разностных уравнений относительно функции давлений нелинейно, поэтому для ее применяется итерационный метод, основанный на методике квазилинеаризации нелинейных членов. Разработаны вычислительные алгоритмы и программного обеспечения для проведения вычислительных экспериментов по исследованию нестационарных процессов фильтрации газа в двух пластовых пористых средах. Приведены результаты работы разработанного программного обеспечения и все результаты вычислительных экспериментов представлены в графическом виде.

**Ключевые слова:** математическая модель, вычислительный алгоритм, конечно-разностные схемы, компьютерное моделирование, вычислительный эксперимент.

Мақолада суғутказувчан қатлам билан боғланганикки қатламни ғовак мухитда газнинг филтрланиш масаласи математик модели, уни ечишнинг сонли усули ва алгоритми келтирилган.

Пастки қатлам бир неча турли дебитли кудуқлар тизимидан ташкил топган холда ишлайди. Ғовак мухитда газнинг ностационар филтрланиш жараёни математик модели чизиксиз бир бири билан боғланган параболик типли дифференциал тенгламалар тизимибилан ёзилади. Чегаравий масалани сонли ечишда чекли айирмалар тизими учун прогонка усули қўлланилади. Чекли айирмалар тизими босим функцияларига нисбатан чизиксиз бўлгани сабаб, квазилинеаризация усули қўлланилиб квазичик тенгламалар тизимига келтирилади. Икки қатламни ғовак мухитда газларнинг филтрланиш жараёнини тадқиқ қилиш учун ҳисоблаш тажрибаларини

ўтказиш мақсадида масалани ечиш алгоритми ва дастурий таъминот ишлаб чиқилган. Дастурий таъминотнинг ишлаши натижалари ва барча ҳисоблаш тажрибалари натижалари график ҳолда келтирилган

**Таянч иборалар:** математик модел, ҳисоблаш алгоритми, чекли айирмалар тизимлари, компьютер моделлаштириш, ҳисоблаш тажрибаси.

Modern computer technology creates the opportunity on a qualitatively new basis to solve the problems of designing rational development of gas fields. Modern PCs allow you to take into account, at the stages of designing and analyzing the development of natural gas fields, a variety of natural factors. This, in turn, significantly increases the reliability of the resulting solutions of geological, gas-hydrodynamic and technical-economic problems.

When considering issues related to the design, analysis and regulation of the development of multi-layer deposits of natural gases, it is necessary to investigate a large number of options on the PC. Here, the application of methods of mathematical modeling and the theory of computational experiment may prove to be effective. As a result of the computational experiment on a PC, the number of variants under study is substantially reduced.

Many problems that have to be solved in the design, analysis and determination of the prospects for the development of gas and gas condensate fields are reduced to the integration of nonlinear differential equations of parabolic type. The necessity to take into account a great variety of geological factors leads to a significant complication of the original differential equations. Often the complexity of differential equations and boundary conditions reaches such a degree that the problems of greatest practical interest can not be solved in analytical form. Therefore, mathematical modeling is increasingly used for such calculations. The application of mathematical modeling for solving problems of underground gas hydrodynamics is based on the mathematical analogy of the flow of filtration processes.

The article deals with the mathematical model, methods and algorithms for numerical solution of gas filtration problems in two-porous porous media with the presence of a weakly permeable bridge. In this case, filtration problems are considered two-dimensional and analytical solutions are constructed for certain schematized filtration flows. In addition, information on reservoir properties of the seams necessary for this class of problems has been made much easier. The presence of a gasdynamic connection between the layers is taken into account by the corresponding recording of the differential equations of unsteady gas filtration. A mathematical model of the process of nonstationary gas filtration in a porous medium is described by nonlinear differential equations of parabolic type. In the numerical solution of the boundary value problem, the sweep method is used for systems of finite-difference equations. The results of the work of the developed software are presented, as well as the results of computational experiments in

graphical form.

**Keywords:** mathematical model, numerical algorithm, finite-difference systems, computer simulation, computational experiment.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Современная компьютерная технология создает возможность на качественно новой основе решать задачи проектирования рациональной разработки газовых месторождений. Современные ПЭВМ позволяют учитывать, на стадиях проектирования и анализа разработки месторождений природных газов, многообразие природных факторов. Это в свою очередь существенно повышает достоверность получаемых решений геологических, газо-гидродинамических и технико-экономических задач.

При рассмотрении вопросов, связанных с проектированием, анализом и регулированием разработки многопластовых месторождений природных газов, приходится исследовать на ПЭВМ большое число вариантов. Здесь может оказаться эффективным применение методов математического моделирования и теории вычислительного эксперимента. В результате вычислительного эксперимента на ПЭВМ существенно сокращается число исследуемых вариантов.

Для эффективного использования современной компьютерной технологии при проектировании разработки многопластовых месторождений природных газов создаются алгоритмы и серии стандартных программ. Одна стандартная программа, например, предназначается для нахождения оптимального варианта разработки месторождений в условиях газового режима, другая — для проектирования разработки месторождений в условиях водонапорного режима. При этом учитываются неоднородность пласта по коллекторским свойствам, реальные конфигурации залежи и водонапорного бассейна, расположение скважин, их дебиты и т. д. [2].

Построение алгоритмов и создание программ для ПЭВМ является важнейшей задачей в области проектирования и разработки месторождений природного газа. То, что уже сделано в этом отношении, можно рассматривать как первый шаг на пути эффективного использования современных ПЭВМ. Заметим, однако, что сказанное не означает полного отказа от аналитических методов исследования. Более того, наиболее эффективное использование математики ожидается от процесса взаимопроникновения аналитической и «машинной» математики. Кроме того, нужно иметь в виду следующее обстоятельство, на разных этапах разработки месторождения, а, следовательно, при разной степени его изученности приходится располагать различным объемом исходной информации. Степень достоверности этой информации может быть различной. Это в значительной степени предопределяет возможность применения тех или иных методов расчета. При ограниченном объеме информации и недостаточной ее

достоверности использование точных методов, в частности численных методов и ПЭВМ, может оказаться нецелесообразным. Следует всегда помнить, что число верных знаков в решении прежде всего определяется числом верных знаков в исходных данных.

Многие задачи, которые приходится решать при проектировании, анализе и определении перспектив разработки газовых и газоконденсатных месторождений, сводятся к интегрированию нелинейных дифференциальных уравнений параболического типа. Необходимость учета большого многообразия геологических факторов приводит к существенному усложнению исходных дифференциальных уравнений. Часто усложнение дифференциальных уравнений и краевых условий достигает такой степени, что задачи, представляющие наибольший практический интерес, не удается решить в аналитической форме. Поэтому для таких расчетов все более широкое применение находят математическое моделирование. Применение математического моделирования для решения задач подземной газогидродинамики основывается на математической аналогии протекания фильтрационных процессов.

## II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

**Постановка задачи.** При проектировании и анализе разработки многопластовых газовых месторождений в процессах фильтрации газа необходимо учитывать наличие гидродинамической связи между пластами. В этом случае при моделировании фильтрации газа в двух пластовых системах требует более высокоэффективных численных методов, поскольку рассматривается система связанных уравнений. Если оба пласта, однородны по коллекторским свойствам, задачу можно представить в одномерной или двухмерной постановке. Тогда задача фильтрации газа в пористой среде в двух пластовых системах при наличии слабопроницаемой перемычки двумерном случае можно представить к решению системы нелинейных уравнений параболического типа [1]

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_1(x) \frac{\partial P_1^2}{\partial x} \right] &= 2\mu\alpha_1 m_1 \frac{\partial P_1}{\partial t} - \frac{k_{\text{п}}}{h_{\text{п}} h_1} (P_2^2 - P_1^2), \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_2(x) \frac{\partial P_2^2}{\partial x} \right] &= 2\mu\alpha_2 m_2 \frac{\partial P_2}{\partial t} + \frac{k_{\text{п}}}{h_{\text{п}} h_2} (P_2^2 - P_1^2) - Q \end{aligned} \right. \quad 0 < x < L \quad (1)$$

Где  $Q = \sum_{i=1}^k \delta q_i(t)$

при следующих начальных и граничных условиях

$$P_1(x) = P_{1H}(x) \quad P_2(x) = P_{2H}(x) \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (2)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = \alpha(P_A - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = \alpha(P_A - P_2) \quad x = 0 \quad (3)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = \alpha(P_B - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = \alpha(P_B - P_2) \quad x = L \quad (4)$$

$$\int_s \frac{k_i h_i}{\mu} \frac{\partial P_2}{\partial n} ds = -q_i(t); \quad i=1, 2, \dots \quad (5)$$

В уравнениях и краевых условиях (1) - (5) приняты следующие обозначение:

- $P_1$  и  $P_2$  – давления соответственно нижним и верхним пласте;
- $P_H$  – начальное пластовое давление;
- $k_1$  и  $k_2$  – проницаемости пласта соответственно, в нижним и верхним пласте;
- $k_{\Pi}$  – проницаемости пласта в слабопроницаемой перемычке;
- $h_1$  и  $h_2$  – толщина пласта соответственно, в нижним и верхним пласте;
- $h_{\Pi}$  – толщина слабопроницаемой перемычки;
- $\mu$  – вязкость газа;
- $q(t)$  – дебит скважины нижнем пласте;
- $m_1, m_2$  – пористость пласта;
- $s_i$  – контур  $i$ -й скважины;
- $n_i$  – нормаль к контуру  $s$ ;

Перейдем в системе уравнений и краевых условиях к безразмерным переменным.

$$x^* = \frac{x}{L}; \quad k_1^* = \frac{k_1}{k_x}; \quad k_2^* = \frac{k_2}{k_x}; \quad k_{\Pi}^*(x) = \frac{k_{\Pi}}{k_x}; \quad P_1^* = \frac{P_1}{P_x}; \quad P_2^* = \frac{P_2}{P_x};$$

$$\tau = \frac{k_x P_x t}{\mu L^2}.$$

Опуская для удобства записи звездочки в системе получим следующую безразмерную задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_1(x) \frac{\partial P_1^2}{\partial x} \right] = 2\alpha_1 m_1 \frac{\partial P_1}{\partial \tau} - \frac{k_{\Pi} L^2}{h_{\Pi} h_1} (P_2^2 - P_1^2), \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ k_2(x) \frac{\partial P_2^2}{\partial x} \right] = 2\alpha_2 m_2 \frac{\partial P_2}{\partial \tau} + \frac{k_{\Pi} L^2}{h_{\Pi} h_2} (P_2^2 - P_1^2) - Q \end{cases} \quad 0 < x < 1 \quad (6)$$

Где  $Q = \sum_{i=1}^k \delta q_i(t)$

$$P_1(x) = P_{1H}(x) \quad P_2(x) = P_{2H}(x) \quad \text{при } t = 0 \quad (7)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = \alpha(P_A - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = \alpha(P_A - P_2) \quad \text{при } x = 0 \quad (8)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = \alpha(P_B - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = \alpha(P_B - P_2) \quad \text{при } x = 1 \quad (9)$$

$$\int_s \frac{k_i h_i}{\mu} \frac{\partial P_2}{\partial n} ds = -q_i(t); \quad i=1, 2 \dots \quad (10)$$

Безразмерная краевая задача (6)-(10) решается численно с применением метода прогонки для систем конечно-разностных уравнений [2]. Для этого, систему уравнений (1) аппроксимируем в конечно-разностные схемы [5]

$$k_{1i-0.5} P_{1i-1}^2 - (k_{1i-0.5} + k_{1i+0.5}) P_{1i}^2 + k_{1i+0.5} P_{1i+1}^2 - \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_1 m_1 (P_{1i} - \hat{P}_{1i}) + \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi} h_1} (P_{2i}^2 - P_{1i}^2) = 0;$$

$$k_{2i-0.5} P_{2i-1}^2 - (k_{2i-0.5} + k_{2i+0.5}) P_{2i}^2 + k_{2i+0.5} P_{2i+1}^2 - \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_2 m_2 (P_{2i} - \hat{P}_{2i}) - \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi i} h_2} (P_{2i}^2 - P_{1i}^2) = 0;$$

Полученные разностные уравнения относительно функции давления  $P$  нелинейные, поэтому для решения применяется итерационный метод, основанный на методике квазилинеаризации нелинейных членов [4]. Согласно этому методу нелинейные члены разностного уравнения представляются в виде:

$$\varphi(P) \cong \varphi(\tilde{P}) + (P - \tilde{P}) \frac{\partial \varphi(\tilde{P})}{\partial P}. \quad (11)$$

Здесь,  $\tilde{P}$  - приближенное значение функции  $P$ , которое уточняется в процессе итерации  $\tilde{P} = P_i^{(s)}$ , при этом  $P_i^{(0)} = \hat{P}_i$ .

Если, формулу (11) запишем для нелинейной функции давления, тогда получим следующие формулы

$$P^2 \approx 2\tilde{P}P - \tilde{P}^2.$$

Тогда, после применение метода квазилинеаризации нелинейных членов коэффициенты этих квазилинейных разностных уравнений будет иметь вид:

$$a_i = 2\tilde{P}_{1i-1} k_{1i-0.5};$$

$$c_i = 2\tilde{P}_{1i+1} k_{1i+0.5};$$

$$b_i = a_i + c_i + \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_1 m_1 + \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi} h_1};$$

$$d_i = \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi} h_1};$$

$$f_i = \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_1 m_1 \hat{P}_{1i} + k_{1i-0.5} \tilde{P}_{1i-1}^2 - (k_{1i-0.5} + k_{1i+0.5}) \tilde{P}_{1i}^2 + k_{1i+0.5} \tilde{P}_{1i+1}^2;$$

$$a'_i = 2\tilde{P}_{2i-1} k_{2i-0.5};$$

$$c'_i = 2\tilde{P}_{2i+1} k_{2i+0.5};$$

$$b'_i = a'_i + c'_i + \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_2 m_2 + \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi} h_2};$$

$$d'_i = \frac{h^2 k_{\Pi i} L^2}{h_{\Pi} h_2};$$

$$f'_i = \frac{h^2}{\tau} 2\alpha_2 m_1 \hat{P}_{2i} + k_{2i-0.5} \hat{P}_{2i-1}^2 - (k_{2i-0.5} + k_{2i+0.5}) \hat{P}_{2i}^2 + k_{2i+0.5} \hat{P}_{2i+1}^2;$$

отсюда нетрудно заметить, что конечно-разностная система, полученная в результате аппроксимации системы уравнений и граничных условий в разностном виде, будет иметь вид

$$(3k_{10}h_1 - 2h\lambda\alpha)P_{10} - 4k_{11}h_1P_{11} + k_{12}h_1P_{12} = 2h\lambda\alpha P_A \quad (12)$$

$$a_i P_{1i-1} - b_i P_{1i} + c_i P_{1i+1} + d_i P_{2i} = -f_i; \quad (13)$$

$$(3k_{1n}h_1 - 2h\lambda\alpha)P_{1n} + 4k_{1n-1}h_1P_{1n-1} - k_{1n-2}h_1P_{1n-2} = -2h\lambda\alpha P_A \quad (14)$$

$$(3k_{20}h_2 - 2h\lambda\alpha)P_{20} - 4k_{21}h_2P_{21} + k_2h_2P_{22} = 2h\lambda\alpha P_A \quad (15)$$

$$a'_i P_{2i-1} - b'_i P_{2i} + c'_i P_{2i+1} + d'_i P_{1i} = -f'_i \quad (16)$$

$$(3k_{2n}h_2 - 2h\lambda\alpha)P_{2n} + 4k_{2n-1}h_2P_{2n-1} - k_2h_{2n-2}P_{2n-2} = -2h\lambda\alpha P_A \quad (17)$$

$i, j = 1, 2, \dots, N - 1.$

Тогда, решение ищется в виде

$$P_{1i} = A_i P_{1i+1} + B_i P_{2i+1} + C_i \quad (18)$$

$$P_{2i} = A'_i P_{2i+1} + B'_i P_{1i+1} + C'_i \quad (19)$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, N - 1.$$

Где

$$A_i = \frac{c_i(b'_i - a'_i A'_{i-1})}{R_i}; \quad B_i = \frac{c'_i(a_i B_{i-1} + d_i)}{R_i}; \quad (20)$$

$$A'_i = \frac{(b_i - a_i A_{i-1})c'_i}{R_i}; \quad B'_i = \frac{c_i(a'_i B'_{i-1} + d'_i)}{R_i} \quad (21)$$

$$C_i = \frac{(a_i B_{i-1} + d_i)(a'_i C'_{i-1} + f'_i) + (a_i C_{i-1} + f_i)(b'_i - a'_i A'_{i-1})}{R_i}; \quad (22)$$

$$C'_i = \frac{(a'_i B'_{i-1} + d'_i)(a_i C_{i-1} + f_i) + (a'_i C'_{i-1} + f'_i)(b_i - a_i A_{i-1})}{R_i}; \quad (23)$$

$$R_i = (b_i - a_i A_{i-1})(b'_i - a'_i A'_{i-1}) - (a_i B_{i-1} + d_i)(a'_i B'_{i-1} + d'_i).$$

$i = 1, 2, \dots, M - 1.$

При этом значения  $A_0; B_0; C_0; A'_0; B'_0; C'_0$  нетрудно получить разностных граничных условий (14) и (17)

$$A_0 = \frac{(b_1 - 4c_1)k_{11}h_1}{a_1 k_{12}h_1 - (3k_{10}h_1 - 2h\alpha)c_1}; \quad (24)$$

$$B_0 = -\frac{d_1 k_{12} h_1}{a_1 k_{12} h_1 - (3k_{10} h_1 - 2h\alpha)c_1}; \quad (25)$$

$$C_0 = \frac{f_1 k_{12} h_1 + 2h\alpha c_1}{a_1 k_{12} h_1 - (3k_{10} h_1 - 2h\alpha)c_1}; \quad (26)$$

$$A'_0 = \frac{(b'_1 - 4c'_1)k_{21} h_2}{a'_1 k_2 h_{22} - (3k_{20} h_2 - 2h\alpha)c'_1}; \quad (27)$$

$$B'_0 = -\frac{d'_1 k_{22} h_2}{a'_1 k_{22} h_2 - (3k_{20} h_2 - 2h\alpha)c'_1}; \quad (28)$$

$$C'_0 = \frac{f'_1 k_{22} h_2 + 2h\alpha c'_1}{a'_1 k_{22} h_2 - (3k_{20} h_2 - 2h\alpha)c'_1}. \quad (29)$$

Используя формулы (13), (16) (при  $i=N-1$ ), правых разностных граничных условий (15), (18) и формулы (20), (21) (при  $i=M-1$ ) находим на левой части границы  $P_{1n}$  и  $P_{2n}$ . После перестановки получим следующие системы уравнений относительно двух неизвестных  $P_{1n}$  и  $P_{2n}$

$$\begin{aligned} & [(3a_{n-1} - c_{n-1}) - (4a_{n-1} - b_{n-1})A_{n-1} - d_{n-1}B'_{n-1}]P_{1n} + \\ & \quad + [(4a_{n-1} - b_{n-1})B_{n-1} - d_{n-1}A'_{n-1}]P_{2n} = \\ & = [d_{n-1}C'_{n-1} + f_{n-1} + (4a_{n-1} - b_{n-1})]; \\ & [(3a'_{n-1} - c'_{n-1}) - (4a'_{n-1} - b'_{n-1})A'_{n-1} - d'_{n-1}B_{n-1}]P_{2n} + \\ & + [(4a'_{n-1} - b'_{n-1})B'_{n-1} - d'_{n-1}A_{n-1}]P_{1n} = \\ & = [d'_{n-1}C_{n-1} + f'_{n-1} - (4a'_{n-1} - b'_{n-1})]. \end{aligned}$$

Решая эти системы относительно по  $P_{1n}$  и  $P_{2n}$ , получим:

$$P_{1n} = (S_2 \cdot S'_3 - S_3 \cdot S'_2) / (S_1 \cdot S'_1 - S_2 \cdot S'_2); \quad (30)$$

$$P_{2n} = (S_3 \cdot S'_2 - S_1 \cdot S'_3) / (S_1 \cdot S'_1 - S_2 \cdot S'_2). \quad (31)$$

Где:

$$\begin{aligned} S_1 &= [(3a_{n-1} - c_{n-1}) - (4a_{n-1} - b_{n-1})A_{n-1} - d_{n-1}B'_{n-1}]; \\ S_2 &= [-(4a_{n-1} - b_{n-1})B_{n-1} - d_{n-1}A'_{n-1}]; \\ S_3 &= [f_{n-1} + d_{n-1}C'_{n-1} + (4a_{n-1} - b_{n-1})C'_{n-1}]; \\ S'_1 &= [(3a'_{n-1} - c'_{n-1}) - (4a'_{n-1} - b'_{n-1})A'_{n-1} - d'_{n-1}B_{n-1}]; \\ S'_2 &= [-(4a'_{n-1} - b'_{n-1})B'_{n-1} - d'_{n-1}A_{n-1}]; \\ S'_3 &= [f'_{n-1} + d'_{n-1}C_{n-1} + (4a'_{n-1} - b'_{n-1})C_{n-1}]. \end{aligned}$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится условие

$$\max_{i,j} |P_{1i}^{(s)} - P_{1i}^{(s-1)}| \leq \varepsilon, \quad \max_{i,j} |P_{2i}^{(s)} - P_{2i}^{(s-1)}| \leq \varepsilon. \quad (32)$$

Где:

$\varepsilon$  – точность итерации, заранее известная заданная малая величина;

$s$  – номер итерации.

**Машинный алгоритм вычислительного процесса.** Машинный алгоритм решения задачи осуществляется следующим образом:

1. Ввод значений параметров входящих в системы дифференциальных



уравнений и начальное пластовое давление  $P_{1i}^0$  и  $P_{2i}^0$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ).

2. Определение значения параметров  $A_0; B_0; C_0; A'_0; B'_0; C'_0$  из граничных условий.

3. Вычисление значений параметров  $a_i, b_i, c_i, d_i, f_i, a'_i, b'_i, c'_i, d'_i, f'_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n - 1$ ) трех диагональной матрицы.

4. Вычисление значения параметров метода прогонки  $A_i, B_i, C_i, A'_i, B'_i, C'_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n - 1$ ).

5. Определение значения функции давления  $P_{1n}$  и  $P_{2n}$  в правой части границы.

6. Вычисление значения функции давления  $P_{1i}$  и  $P_{2i}$  ( $i = n - 1, n - 2, \dots, 0$ ).

7. Проверка условия итерационного процесса. Если условия выполняются, то переход осуществляется к следующему шагу 8, иначе итерационный процесс продолжается, то есть переход на шаг 3.

8. Вывод значений функции давлений  $P_{1i}$  и  $P_{2i}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) в виде таблицы и графической форме.

9. Переход к следующему временному слою. При этом полученное решение будет для следующего временного шага, как начальное.

10. Пункты алгоритма 2-9 повторяются на каждом временном слое.

11. Конец решения задачи.

**Программное обеспечение и результаты численного решения.** На основе математической модели и алгоритма расчета разработано программное обеспечение вычисления основных показателей разработки газовых месторождений в динамический связанный двухпластовых системах на программном инструменте BorlandDelphi, интерфейс программы приведен в рис. 1. Программное обеспечение состоит из блока ввода исходных данных, вычисления показателей и вывода результатов расчета. Результаты расчета показателей представляется в виде таблицы и графической форме.



Рис. 1. Пользовательский интерфейс программы и ее результаты работы

Проведены вычислительные эксперименты по различным параметрам пласта и расхода скважин. Для иллюстрации приведем численные решения задач ряда исходных данных. Исходные данные для задачи следующие: длина оба пласта  $L_x=10000$  м., начальное пластовое давление для первого случая  $P_1=200$  атм.,  $P_2=200$  атм., второго случая  $P_1=150$  атм.,  $P_2=200$  атм., вязкость газа  $\mu=0.02$  сП и  $\mu=0.02$  сП; упругоёмкость пласта  $\beta=0.00005$  см<sup>2</sup>/кг; во второй нефтяной залежи имеется две скважины с одинаковыми расходами  $q=20000$  м<sup>3</sup>/сут. В первом случае, а во втором  $q=30000$  м<sup>3</sup>/сут. Вычислительные эксперименты проведены по распределению давления нефти за 720 сут с начала разработки. Результаты вычислительных экспериментов приведены на рис. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

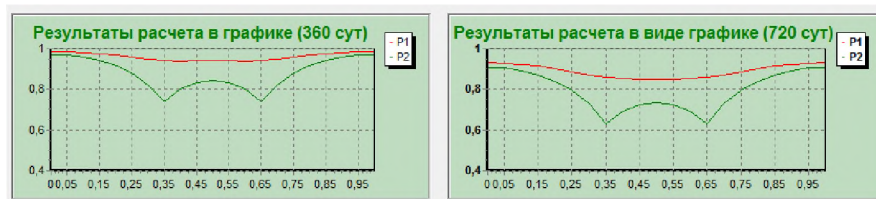


Рис 2. Результаты расчета при  $k_1=0.01$  д;  $k_2=0.01$  д;  $k_{п}=0.0000001$  д;  $\mu=0.02$  сП;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=30000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=P_2=200$  атм.

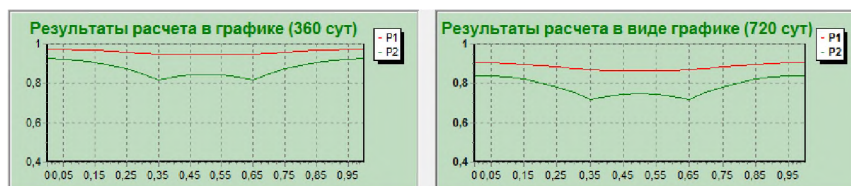


Рис 3. Результаты расчета при  $k_1=0.01$  д;  $k_2=0.03$  д;  $k_{п}=0.0000001$  д;  $\mu=0.02$  сП;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=30000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=P_2=200$  атм.

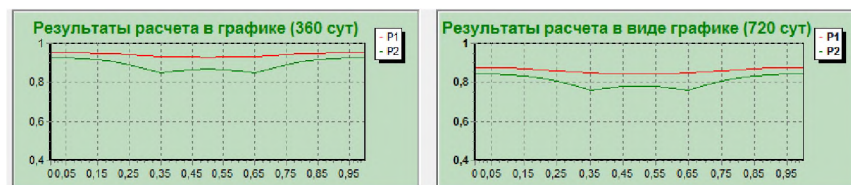


Рис 4. Результаты расчета при  $k_1=0.01$  д;  $k_2=0.02$  д;  $k_{п}=0.0000001$  д;  $\mu=0.01$  сП;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=30000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=P_2=200$  атм.

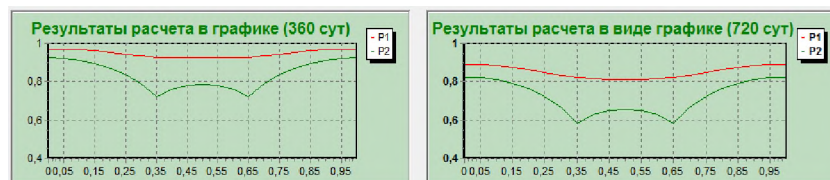


Рис 5. Результаты расчета при  $k_1=0.01$  д;  $k_2=0.02$  д;  $k_{п}=0.0000001$  д;  $\mu=0.02$  сП;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=40000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=P_2=200$  атм.

В рис. 2 и 3 приведены результаты расчета при различных значениях проницаемости нижней нефтяной залежи  $k_2=0.01$ д. и  $k_2=0.02$ д. за 360 и 720 сутки разработки. Результаты показывают, что при меньшей значения проницаемости пласта распределение давление будить медленно. Также можно рассмотреть рис 4 и 5 при различных значениях вязкости газа. Здесь при увеличении вязкости газа распределение давление будет медленно. При этом, обоих случаях из этих рисунков очевидно тенденция падения давления на скважинах. Полученные результаты показывают, что разница коэффициентов вязкости газа и проницаемости пласта существенно влияет как на динамику распределения давления в пласте. На верхнем пласте при обоих случаях распределения давления почти одинаковом, это обуславливает тем, что плохо проницаемости перемычке между пластами.

В рис. 6 приведен результаты расчета при различных значениях начальных пластовых давлений: верхним  $P_1=150$ атм.; нижнем  $P_2=200$ атм., а значения остальных параметров остаётся по прежнему. В этих случаях также падения давления в верхнем слое ближе в газовым залеже очен медленно. А нижнем слое, где расположены обе скважены можно увидит падения давления чем предыдущего. Это обуславливает, что начальное давление в верхнем слое меньше чем предыдущего, т.е. 150 атм.

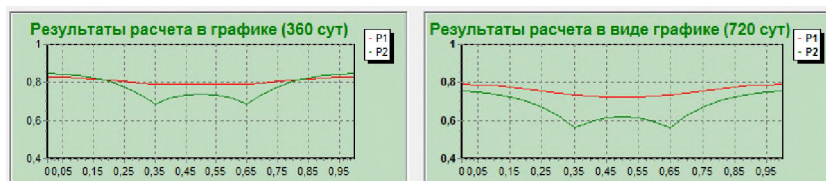


Рис 6. Результаты расчета при  $k_1=0.01$ д;  $k_2=0.02$ д;  $k_{п}=0.0000001$ д;  $\mu=0.02$ сп;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=30000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=150$ атм;  $P_2=200$ атм.

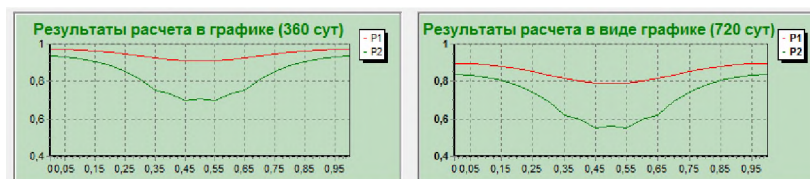


Рис 7. Результаты расчета при  $k_1=0.01$ д;  $k_2=0.02$ д;  $k_{п}=0.0000001$ д;  $\mu=0.02$ сп;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2,3,4}=20000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=200$ атм;  $P_2=200$ атм.

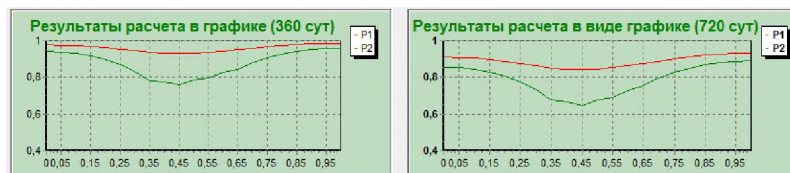


Рис 8. Результаты расчета при  $k_1=0.01$ д;  $k_2=0.02$ д;  $k_{п}=0.0000001$ д;  $\mu=0.02$ сп;  $m=0.2$ ;  $q_{1,2}=20000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $q_{3,4}=10000$  м<sup>3</sup>/сут.,  $P_1=200$ атм;  $P_2=200$ атм.

В последнем рисунке 7 и 8 приведены результаты расчета в центре газовом залеже расположены при четырех скважин. В первом случае все скважены заданы одинаковым дебитам  $q_{1,2,3,4}=20000 \text{ м}^3/\text{сут}$ , а втором  $q_{1,2}=20000 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $q_{3,4}=10000 \text{ м}^3/\text{сут}$  две пара скважены одинаковым дебитам. Из этих результатов (рис.8) видно что, в близе первом и втором скважены падение давления чем третьей и четвертой скважины.

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные способы и методы, а также программное обеспечение для расчета основных показателей разработки двух пластовых газовых месторождений можно использовать при анализе и проектирование, а также разработки многопластовых нефтегазовых месторождений.

С помощью предложенного численного метода решение конечно-разностных систем, легко можно обобщить для системы трех и более уравнений. Получаемые численные результаты полезны для анализа разработки многопластовых месторождений нефти при динамической связи между пластами.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Закиров С.Н., Лапук Б.Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. Изд. Недра, М. 1974., 376 с.
- [2] Азиз Х., Сагтари Э. Математическое моделирование пластовых систем. Масква-Ижевск. 2004., 416 с.
- [3] Абуталиев Ф.Б., Хаджибаев Н.Н., Измайлов И.И., Умаров У. Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. Ташкент, изд. "Фан", 1976., 160 с.
- [4] Бельман Р., Калаба Р. Квазилиниаризация и нелинейные краевые задачи. Мир, М., 1968., 184 с.
- [5] Самарский А.А. Теория разностных схем, учебное пособие, Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1977., 656 с.
- [6] Давыдов А.В. Анализ и прогноз разработки нефтяных залежей. – М.: ВНИИОЭНГ, 2008. – 316 с.