

РАДИОТЕХНИКА, РАДИОСВЯЗЬ И ТЕЛЕРАДИОВЕЩАНИЕ RADIOTECHNICS, RADIOCOMMUNICATION AND BROADCASTING

УДК 621.397.13

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ В ЦИФРОВОМ ТЕЛЕВИДЕНИИ

Агаджанов Ш.Ш., Рахимов Б.Н., Турсунова А.А.

Мақолада шартли эҳтимолликлар назарияси асосида қабул қилишда хатолик эҳтимоллиги P_B ни аниқлаш ва таҳлил қилиш ҳамда рақамли ТВ сигналларни шовқинбардошлилигини баҳолаш усули таклиф этилади. Ишлаб чиқилган усул квадратли турдаги модуляциялар учун (QAM мисолида) сигнал-шовқин нисбатини баҳолашда нисбатан содда ҳисобланади, битли (символли) хатолик эҳтимолликларини унча катта бўлмаган танловлар бўйича ва модуляциянинг турига боғлиқ бўлмаган ҳамда сигналда бирор бир эталон кетма-кетликлар бўлиши заруриятини талаб қилмаган ҳолда етарлича юқори аниқликда аниқлаш имконини беради.

Таянч иборалар: модуляция, манипуляция, рақамли телевидение, хатолик эҳтимоллиги, ортогонал сигнал, тўғрисида танлаш, эҳтимоллик характеристикаси, алоқа канали, шовқин.

В статье предлагается метод определения и анализа вероятности ошибки P_B при приеме и оценке помехозащищенности цифровых ТВ сигналов на основе теории правдоподобий. Разработанный метод является относительно простым при оценке отношения сигнал/шум для сигналов с квадратурными видами модуляции (на примере QAM), позволяет определить вероятность битовой (символьной) ошибки с достаточно высокой точностью по небольшой выборке и без необходимости наличия каких-либо эталонных последовательностей в сигнале вне зависимости вида модуляций.

Ключевые слова: модуляция, манипуляция, цифровое телевидение, вероятность ошибки, ортогональный сигнал, правдоподобие, вероятностная характеристика, канал связи, шум.

The paper proposes a method of determining and analyzing the probability of error P_B , when receiving and evaluating the noise immunity of digital TV signals on the basis of the plausibility theory. The developed method is relatively simple in evaluating the signal-to-noise for signals with quadrature modulation types (for example, QAM), allows to determine the probability of a bit (character) errors with high accuracy in a small sample and without the need of any reference sequence in the signal regardless of the type of modulation.

The final criterion of the quality of the DTV system often performs the current value of the bit (BER) or symbol error (SER). Their measurement is carried out either on the basis of the analysis of the reference sequences, which are transmitted together with the signal, or on the basis of data on errors received from the channel decoder. The technique proposed above can be used not only to determine the signal-to-noise ratio (SNR), but also to calculate the probability of bit (or character) errors for all types of digital modulation.

From the above method, it becomes clear that in the DTC the probability of P_b error does not depend on the type of modulation and on the specific waveform, but only depends on the energy of the input bit and the spectral density of the noise power.

System modulation DTV and question the use of one or the other of the modulation techniques universal. The quality of work depends only on the technological and probabilistic-energy parameters of the system.

The technique allows to determine the current value of bit error in the receiver much faster and with less error compared to traditional methods.

Keywords: modulation, keying, digital television, error probability, orthogonal signal, credibility, probabilistic feature, communication channel, noise.

I. ВВЕДЕНИЕ

В цифровом телевидении (ЦТВ), как правило, используют спектрально эффективные методы модуляции типа, фазовая манипуляция (ФМн – PSK), частотная манипуляция (ЧМн – FSK), амплитудная манипуляция (АМн – ASK), модуляция без разрыва фазы (CPM), дифференциальная фазовая манипуляция (ДФМн – DPSK), квадратурная амплитудная модуляция (QAM), ортогональная модуляция с частотным уплотнением сигналов (COFDM). Во всех применяемых методах модуляции за счёт влияний шумов в канале связи возникают вероятности ошибки P_B при приёме цифровых сигналов или битов. Однако, как известно [1], чем выше порядок созвездия (уровень модуляции), тем более высокие требования предъявляются к каналу передачи. Поэтому в ЦТВ (тоже в системе DVB-T, T2, T3, T4, DVB-C, DVB-S, S2, также и в GPRS) используют адаптивный подход к работе системы связи в целом. Вид модуляции выбирается как результат компромисса между желаемой скоростью передачи данных и качеством канала связи. Кроме того, всем цифровым системам связи свойственен пороговый эффект, когда система работает на грани корректирующей способности канального декодера и минимальное ухудшение качества сигнала может привести к обрыву связи. Поэтому оценка близости системы к такому порогу срыва позволяет избежать неожиданных эффектов.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1. Критерии для определения вероятности ошибки P_B в ЦТВ.

Для каналов АБГШ, ДСК, ДКБП и q СК цифровой сигнал, переданный в течение интервала $(0, T)$, представляется следующим образом:

$$s_i(t) = \begin{cases} s_1(t) & 0 \leq t \leq T \text{ для символа } 1 \\ s_2(t) & 0 \leq t \leq T \text{ для символа } 0 \end{cases} \quad (1)$$

Принятый сигнал $r(t)$ искажается вследствие воздействия шума $n(t)$, а также неидеальной импульсной характеристики канала $h_c(t)$ и описывается следующей формулой:

$$r(t) = s_i(t) \cdot h_c(t) + n(t) \quad (2)$$

При $h_c(t)$, который не ухудшает качество сигнала вид $r(t)$ можно упростить:

$$r(t) = s_i(t) + n(t) \quad i = 1, 2. \quad 0 \leq t, \leq T \quad (3)$$

Модель демодуляции и детектирования цифрового сигнала показаны на рис.1. При этом демодуляция определяется как восстановление сигнала (в неискаженный видеоимпульс), а детектирование – как процесс принятия решения относительно цифрового значения этого сигнала.

Блок демодуляции и дискретизации выполняет восстановление сигнала в качестве подготовки к следующему необходимому этапу – детектированию.

На выходе фильтра шум является АБГШ, то выход этапа 1 можно описать выражением

$$z(T) = a_i(T) + n_0(T), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

где $a_i(T)$ – желаемый компонент сигнала, а $n_0(T)$ – шум. Выражение (4) можно представлять в упрощенном виде как $z = a_i + n_0$, где n_0 – шумовой компонент – случайная гауссова переменная с нулевым средним, поэтому $z(T)$ – случайная гауссова переменная со средним полезным сигналом a_1 или a_2 , в зависимости от того, передавался двоичный ноль или двоичная единица.

Известно, что плотность вероятности случайного гауссового шума n_0 можно выразить как:

$$p(n_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{\sigma_0} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где σ_0^2 – дисперсия шума.

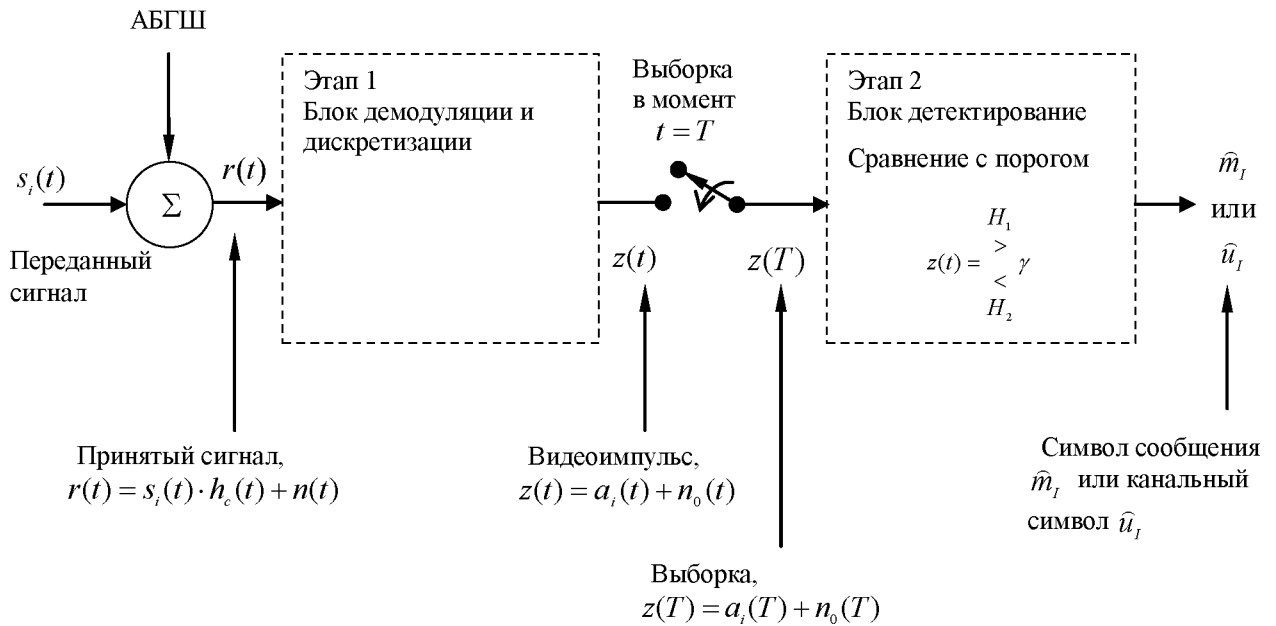


Рис. 1. Модель демодуляции и детектирования цифрового сигнала

Используя выражения (4) и (5), можно выразить плотности условных вероятностей $p(z|s_1)$ и $p(z|s_2)$:

$$p(z|s_1) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_1}{\sigma_0} \right)^2 \right] \quad (6)$$

и

$$p(z|s_2) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_2}{\sigma_0} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Эти плотности условных вероятностей показаны на рис.2.

Плотность $p(z|s_1)$, изображенная справа, называется правдоподобием s_1 и показывает плотность вероятности случайной переменной $z(T)$ при условии передачи символа s_1 , функция $p(z|s_2)$ является правдоподобием s_2 и показывает плотность вероятности $z(T)$ при условии передачи символа s_2 . Ос абсцисс, $z(T)$, представляет полный диапазон возможных значений выборки, взятой в течение этапа 1 (рис.1).

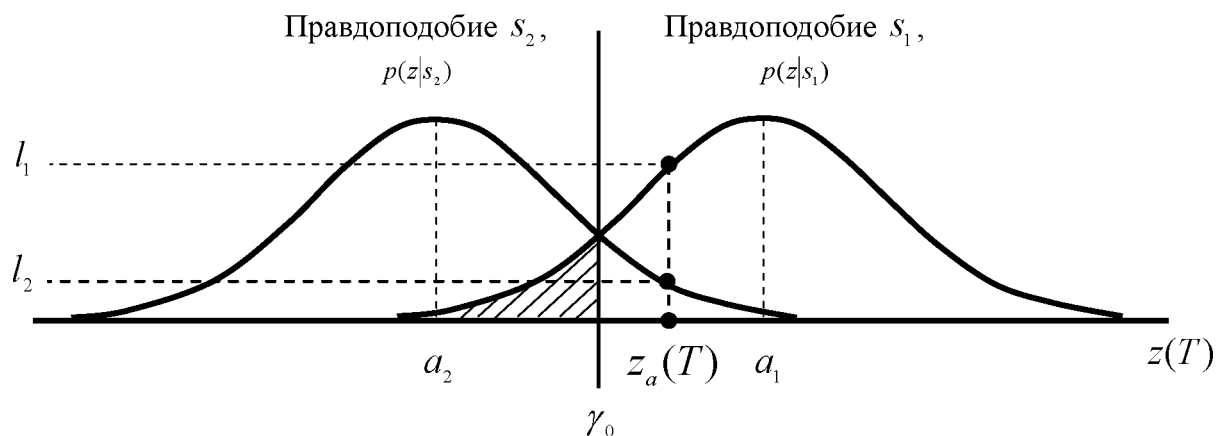


Рис.2. Плотности условных вероятностей: $p(z|s_1)$ и $p(z|s_2)$

На этапе 2 детектирование выполняется посредством выбора гипотезы, являющейся следствием порогово измерения

$$z(t) = \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_2 \end{matrix} \gamma \tag{8}$$

где H_1 и H_2 – две возможные (бинарные) гипотезы. Выбор H_1 равносител тому, что передан был сигнал $s_1(t)$, то результатом детектирования является цифровая единица, также H_2 равносител передаче сигнала $s_2(t)$, а значит, результатом детектирования является цифровой нуль.

2. Нормирование функционала для оценки критерия качества передачи сигналов в ЦТВ. В ЦТВ в качестве критерия качества передаваемых сигналов используется нормированная версия отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума (S/N или SNR) – E_b/N_0 .

E_b – это энергия бита, ее можно описать как мощность сигнала s , умноженную на время передачи бита T_b . N_0 – это спектральная плотность мощности шума, т.к. ее можно выразить как мощность шума N , деленную на ширину полосы w . Поскольку время передачи бита T_b и скорость передачи битов R_b взаимно обратны, T_b можно заменить на $1/R_b$:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{ST_b}{N/W} = \frac{S/R_b}{N/W} \tag{9}$$

Важным параметром, используемым в ЦТВ, является скорость передачи данных в битах в секунду. Для представления скорости передачи битов вместо записи R_b в целях упрощения записывается R . С учетом (9) видно, что отношение E_b/N_0 представляет собой отношение S/N , нормированное

на ширину полосы и скорость передачи битов:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \left(\frac{W}{R} \right) \quad (10)$$

Следовательно, одной из важнейших метрик качества в ЦТВ является график зависимости вероятности появления ошибочного бита P_b от E_b/N_0 , т.е. график функционала $P_b(E_b/N_0)$, чем меньше требуемое отношение E_b/N_0 , тем эффективнее процесс детектирования при данной вероятности ошибки.

3. Разработка критерии максимального правдоподобия приема сигналов в ЦТВ. Критерий принятия решения, используемый в этапе 2 (рис.1), описывался формулой (8) следующим образом:

$$z(t) = \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_2 \end{matrix} \gamma$$

Критерий выбора порога γ для принятия двоичного решения в выражении (8) основан на минимизации вероятности ошибки. Вычисление этого минимального значения ошибки $\gamma = \gamma_0$ начинается с записи связи отношения плотностей условных вероятностей и отношения априорных вероятностей появления сигнала. Поскольку плотность условной вероятности $p(z|s_i)$ также называется функцией правдоподобия s_i , формула

$$\frac{p(z|s_1)}{p(z|s_2)} = \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_2 \end{matrix} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \quad (11)$$

есть критерий отношения функций правдоподобия. В этом неравенстве $P(s_1)$ и $P(s_2)$ являются априорными вероятностями передачи сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$. Из формулы (11) гласит, что если отношение функций правдоподобия больше отношения априорных вероятностей, то следует выбирать гипотезу H_1 . При $P(s_1) = P(s_2)$ и симметричных функциях правдоподобия $p(z|s_i)$, ($i=1, 2$) подстановка формул (6) и (7) в формулу (11) дает следующее выражение:

$$z(T) = \begin{matrix} H_1 \\ > \\ < \\ H_2 \end{matrix} \frac{a_1 + a_2}{2} = \gamma_0 \quad (12)$$

где a_1 – сигнальный компонент $z(T)$ при передаче $s_1(t)$, а a_2 – сигнальный

компонент $z(T)$ при передаче $s_2(t)$. Порог γ_0 , представленный выражением $(a_1 + a_2)/2$ – это оптимальный порог для минимизации вероятности принятия неверного решения в этом важном частном случае. Описанный подход называется критерием минимальной ошибки.

Для равновероятных сигналов оптимальный порог γ_0 , как показано на рис.2, проходить через пересечение функций правдоподобия. Из формулы (12), видно, что этап принятия решения заключается в эффективном выборе гипотезы, соответствующей сигналу с максимальным правдоподобием. Если значение выборки принятого сигнала равно $z_a(T)$, то в этом случае критерий принятия решения можно рассматривать как сравнение функций правдоподобия $p(z_a|s_1)$ и $p(z_a|s_2)$, т.е., более вероятное значение переданного сигнала соответствует наибольшей плотности вероятности, при этом, детектор выбирает $s_1(t)$, если

$$p(z_a|s_1) > p(z_a|s_2) \quad (13)$$

В противном случае детектор выбирает $s_2(t)$.

4. Аналитические аспекты определения вероятности ошибки и ее оптимизация в ЦТВ.

Теорема 1. Вероятность ошибки P_b при приеме цифровых сигналов зависит от энергии принятого бита и спектральной плотности мощности шума, но не от конкретной формы сигнала.

Доказательства теоремы. В процессе принятия бинарного решения, показанном на рис.2, существует две возможности возникновения ошибки. Ошибка e появится при передаче $s_1(t)$, если вследствие шума канала уровень переданного сигнала $z(t)$ упадет ниже. Вероятность этого равна следующему:

$$P(e|s_1) = P(H_2|s_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_0} p(z|s_1) dz \quad (14)$$

Подобным образом ошибка появляется при передаче $s_2(t)$, если вследствие шума канала уровень переданного сигнала $z(t)$ поднимется выше γ_0 :

$$P(e|s_2) = P(H_1|s_2) = \int_{\gamma_0}^{\infty} p(z|s_2) dz \quad (15)$$

Вероятность ошибки равна сумме вероятностей всех возможностей ее появления. Для бинарного случая вероятность возникновения ошибочного бита можно выразить следующим образом:

$$P_B = \sum_{i=1}^2 P(e, s_i) = \sum_{i=1}^2 P(e|s_i)P(s_i) \quad (16)$$

Объединяя формулы (14) – (16), получаем

$$P_B = P(e|s_1)P(s_1) + P(e|s_2)P(s_2) \quad (17)$$

или,

$$P_B = P(H_2|s_1)P(s_1) + P(H_1|s_2)P(s_2) \quad (18)$$

т.е., при передаче сигнала $s_1(t)$ ошибка происходит при выборе гипотезы H_2 , или при передаче сигнала $s_2(t)$ ошибка происходит при выборе гипотезы H_1 . Для равных априорных вероятностей (т.е. $P(s_1) = P(s_2) = 1/2$) имеем следующее:

$$P_B = \frac{1}{2}P(H_2|s_1)P(s_1) + \frac{1}{2}P(H_1|s_2)P(s_2) \quad (19)$$

Используя симметричность плотностей вероятности, получаем следующее:

$$P_B = P(H_2|s_1) = P(H_1|s_2) \quad (20)$$

Вероятность появления ошибочного бита, P_B , численно равна площади под “хвостом” любой функции правдоподобия, $p(z|s_1)$ или $p(z|s_2)$, “заползающим” на “неправильную” сторону порога. Таким образом для вычисления P_B функция $p(z|s_1)$ интегрируется от $-\infty$ до γ_0 или $p(z|s_2)$ – от γ_0 до ∞ :

$$P_B = \int_{\gamma_0=(a_1+a_2)/2}^{\infty} p(z|s_2) dz \quad (21)$$

Здесь $\gamma_0 = (a_1 + a_2)/2$ – оптимальный порог из уравнения (12), заменяя функцию правдоподобия $p(z|s_2)$ ее гауссовым эквивалентом из формулы (7), имеем

$$P_B = \int_{\gamma_0=(a_1+a_2)/2}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2\right] dz \quad (22)$$

Сделаем замену $u = (z - a_2)/\sigma_0$. Тогда $\sigma_0 du = dz$, при $z = \gamma_0$ граница интервала $u = (z - a_2)/\sigma_0 = (a_1 - a_2)/2\sigma_0$ и

$$P_B = \int_{u=(a_1-a_2)/2\sigma_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = Q\left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}\right) \quad (23)$$

$Q(x)$ называется интеграл ошибок в канале АБГШ и используется при описании вероятности с гауссовой плотностью распределения. Эта функция определяется следующим образом:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u=(a_1-a_2)/2\sigma_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (24)$$

$Q(x)$ нельзя вычислить в аналитическом виде, ее можно вычислить с

помощью аппроксимации, для $x > 3$, функция аппроксимации $Q(x)$ вычисляется следующей формулой:

$$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \quad (25)$$

Предположим, что на вход линейного, инвариантного во времени фильтра, за которым следует устройство дискретизации (рис.1), подается известный сигнал $s(t)$ плюс шум АБГШ $n(t)$. В момент времени $t = T$ сигнал на выходе устройства дискретизации $z(t)$ состоит из компонента сигнала a_i и компонента шума n_0 . Известно, что дисперсия шума на выходе (средняя мощность шума) записывается как σ_0^2 . Отношение мгновенной мощности шума к средней мощности шума, $(S/N)_T$, в момент времени $t = T$ вне устройства дискретизации на этапе 1 равно следующему:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{a_i^2}{\sigma_0^2}. \quad (26)$$

Задача состоит из определения передаточную функцию фильтра $H_0(f)$ с максимальным отношением $(S/N)_T$. Сигнал $a_i(t)$ на выходе фильтра можно выразить через передаточную функцию фильтра $H(f)$ (до оптимизации) и Фурье-образ сигнала на входе

$$a_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)e^{2\pi f t} df, \quad (27)$$

где $S(f)$ – Фурье-образ сигнала на входе, $s(t)$. Если двусторонняя спектральная плотность мощности шума на входе равна $N_0/2$, то мощность шума на выходе можно записать следующим образом:

$$\sigma_0^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (28)$$

Объединяя формулы (26) и (28), получается выражение для $(S/N)_T$:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)e^{2\pi f t} df \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (29)$$

Определяется случай $H(f) = H_0(f)$, при котором $(S/N)_T$ достигает максимума. Для этого используется неравенство Шварца, одна из форм записи которого представлена ниже:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)f_2(x)dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |f_2(x)|^2 dx \quad (30)$$

Равенство достигается при $f_1(x) = kf_2^*(x)$, где k – произвольная константа, а знак “*” обозначает комплексно сопряженное значение. Если применяют неравенство Шварца к формулу (29) с подстановкой значений, то получаем следующих неравенств:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)S(f)e^{2\pi f t} df \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (31)$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_T \leq \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (32)$$

или

$$\max \left(\frac{S}{N} \right)_T = \frac{2E}{N_0}, \quad (33)$$

где энергия E входного сигнала $s(t)$ равна

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (34)$$

Для оптимизации P_B в среде канала и приемника с шумом АБГШ, показанных на рис.1, нужно выбрать оптимальный принимающий фильтр на этапе 1 и оптимальный порог принятия решения на этапе 2. Для двоичного случая оптимальный порог принятия решения уже выбран и дается формулой (12), а в формуле (23) показано, что вероятность ошибки при таком пороге равна $P_B = Q[(a_1 - a_2)/2\sigma_0]$. Для минимального P_B в общем случае необходимо выбрать фильтр (согласованный) с максимальным аргументом функции $Q(x)$. Следовательно, нужно определить максимальное $(a_1 - a_2)/2\sigma_0$, что равносильно максимальному

$$\frac{(a_1 - a_2)^2}{\sigma_0^2}, \quad (35)$$

где $(a_1 - a_2)$ – разность желательных компонентов сигнала на выходе линейного фильтра в момент $t = T$, а квадрат этого разностного сигнала представляет его мгновенную мощность. В выводе, приведенном в уравнениях (26) – (34), было показано, что согласованный фильтр дает на выходе максимально возможное отношение сигнал/шум, равное $2E/N_0$.

Допустим, что фильтр согласовывает входной разностный сигнал $[s_1(t) - s_2(t)]$. Следовательно, для момента $t = T$ отношение сигнал/шум на выходе:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{(a_1 - a_2)^2}{\sigma_0^2} = \frac{2E_d}{N_0} \quad (36)$$

и

$$E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad (37)$$

является энергией разностного сигнала на входе фильтра. Уравнения (36) не представляет отношения сигнал/шум для какой-то отдельной передачи, $s_1(t)$ и $s_2(t)$, это отношение дает метрику разности сигналов на выходе фильтра.

Объединяя уравнения (23) и (36), получаем следующее:

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right). \quad (38)$$

Уравнения (38) является важным промежуточным результатом, включающим энергию разностного сигнала на входе фильтра. Из этого уравнения можно вывести более общее соотношение для энергии принятого бита. Для начала определим временной коэффициент взаимной корреляции ρ , который будем использовать в качестве меры подобия двух сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$. Имеем классического выражения корреляции

$$\rho = \frac{1}{E_b} \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt \quad (39)$$

и

$$\rho = \cos\theta, \quad (40)$$

где $-1 \leq \rho \leq 1$. Если рассматривать $s_1(t)$ и $s_2(t)$ как векторы сигналов s_1 и s_2 , то более удобным представлением ρ является формула (40). Векторное представление позволяет получать удобные графические изображения. Векторы s_1 и s_2 разделены углом θ ; при малом угле векторы достаточно подобны (сильно коррелируют), а при больших углах они отличаются. Косинус угла θ дает ту же нормированную метрику корреляции, что и формула (39).

Расписывая выражение (37), получаем следующее выражение:

$$E_d = \int_0^T s_1^2(t)dt + \int_0^T s_2^2(t)dt - 2 \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt. \quad (41)$$

Два первых слагаемых в формуле (41) представляют энергию, связанную с битом, E_b :

$$E_b = \int_0^T s_1^2(t)dt = \int_0^T s_2^2(t)dt \quad (42)$$

Подставляя уравнения (39) и (42) в формулу (41), получаем:

$$E_d = E_b + E_b - 2\rho E_b = 2E_b(1 - \rho). \quad (43)$$

Подставляя уравнение (43) в (38), получаем следующее:

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_b(1 - \rho)}{N_0}}\right). \quad (44)$$

Исходя из значения коэффициента взаимной корреляции ρ есть три случая определения вероятности ошибки P_B в реальной системе:

1. $\rho = 1$. Если сигналы изобразить как векторы, угол между ними будет равен нулю. Поскольку, в реальной системе сигналы связи (элементы алфавита) должны быть максимально несопоставимы, чтобы их можно было легко различать (детектировать). Это значения ρ практически не используется.

2. $\rho = -1$. Угол между векторами сигналов составляет 180° и эти сигналы называются антиподными (рис.3, а).

3. $\rho = 0$. Угол между векторами равен 90° , такие сигналы называются ортогональными (рис.3, б). Чтобы два сигнала были ортогональными, они не должны коррелировать в течение времени передачи символа, т.е. должно выполняться следующее условие:

$$\int_0^T s_1(t)s_2(t)dt = 0. \quad (45)$$

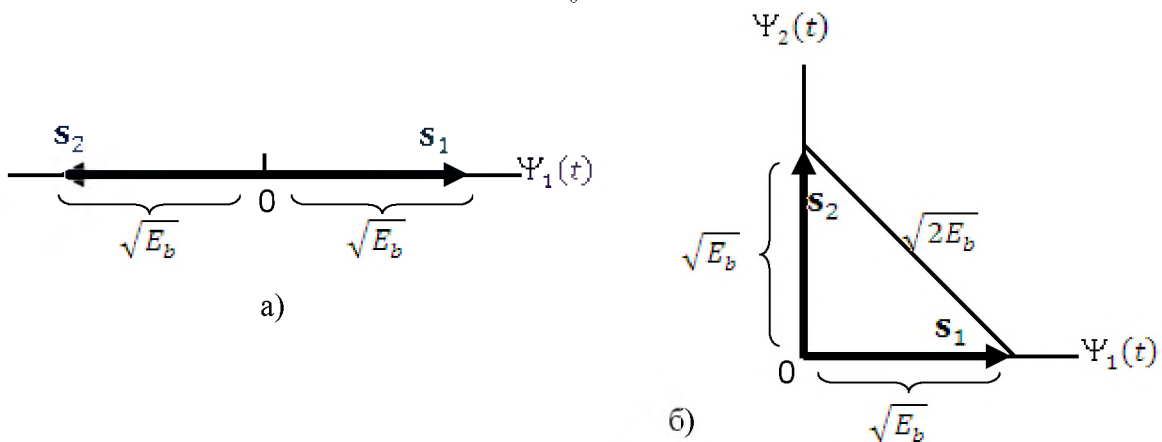


Рис.3. Векторы цифровых сигналов: а) антиподные; б) ортогональные

При детектировании антиподных сигналов ($\rho = -1$) с помощью согласованного фильтра, уравнение (44) можно записать следующим образом:

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (46)$$

Точно также при детектировании ортогональных сигналов ($\rho = 0$):

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (47)$$

Следовательно, вероятность ошибки P_B зависит от энергии входного бита и спектральной плотности мощности шума, но не от конкретной формы сигнала. **Теорема доказана.**

5. Определение энергетического выигрыша кодирования (ЭВК). ЭВК часто называют эффективностью канального кодирования (КК).

Предположим, что исходя из определенных значений параметров канала и цифрового сигнала, для достижения помехоустойчивости $P_B \leq 10^{-10}$ нам требуется битовая энергия $E_b/N_0=18,5$ дБ. Сначала рассчитываем насколько большее (относительно доступных 18,5 дБ) значение E_b/N_0 требуется для получения помехоустойчивости $P_B = 10^{-10}$ без КК для схемы 16-уровневой ФМн ($M=16$). Это дополнительное E_b/N_0 является требуемой эффективностью КК. Используя следующей формулы находим E_s/N_0 без использования КК, которое даст вероятность появления ошибки $P_B = 10^{-10}$.

$$P_B \approx \frac{P_E}{\log_2 M} \approx \frac{2Q\left[\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right]}{\log_2 M} = 10^{-10} \quad (48)$$

Вычисление уравнения (48) с методом проб и ошибок относительно E_s/N_0 , даст значения для системы без КК $E_s/N_0=518,25$ (27,15 дБ), и поскольку каждый символ состоит из $\log_2 M = \log_2 16 = 4$ бит, требуемое E_b/N_0 (без кодирования) $= 518,25/4 = 129,6$ (21,13 дБ).

Теперь рассчитывается значение E_s/N_0 при использовании КК. В качестве корректирующего кода используется итеративный блочный код (ИБК) с коррекцией тройных ошибок, параметры которого: ($n=127, k=106, t=3$). Здесь n – общая длина блока, состоящий из кодовых битов; k – количество информационных битов; t – максимальное число неправильных канальных битов, поддающихся исправлению. Из следующего уравнения:

$$\frac{E_s}{N_0} = (\log_2 M) \frac{E_c}{N_0} = (\log_2 M) \left(\frac{k}{n}\right) \frac{E_b}{N_0} \quad (49)$$

определим E_s/N_0 в случае применения КК: $E_s/N_0=236,4$ (23,74 дБ), и следовательно, с КК, $E_b/N_0=236,4/4=59,1$ (17,72 дБ).

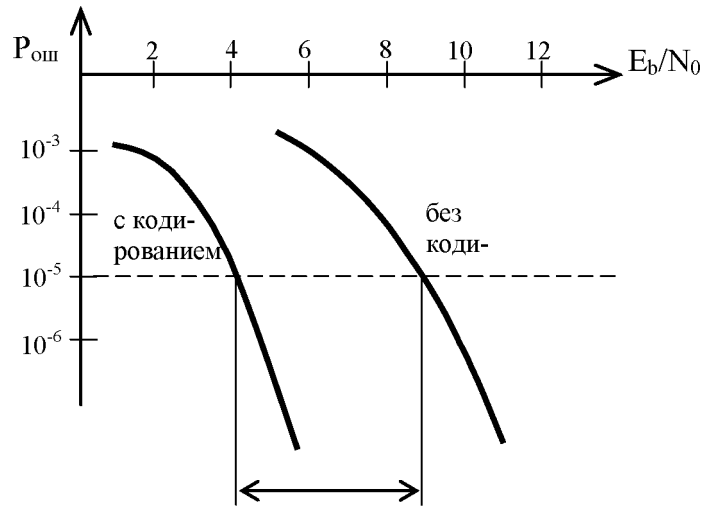


Рис.4. Оценка ЭВК

Эффективность КК определяется следующей формулой:

$$G \text{ (дБ)} = \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{без кодирования}} \text{ (дБ)} - \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{с кодированием}} \text{ (дБ)} = \quad (50)$$

$$= 21,13 \text{ дБ} - 17,72 \text{ дБ} = 3,41 \text{ дБ}.$$

Для оценки эффективности КК сравнивают отношение E_b/N_0 - энергии, приходящейся на один бит, к спектральной плотности мощности шума в системе с кодированием и в базовой системе без кодирования и определяют разницу в значениях E_b/N_0 при заданной вероятности ошибки (рис.4). Эта разница, измеряемая в децибелах и называемая ЭВК, может быть использована для сравнения разных кодов [11].

В таблице 1 приведен результирующий выигрыш кодирования для разных комбинаций внутреннего и внешнего кодов при двух значениях вероятности ошибки $-P_B = 10^{-5}$ и $P_B = 10^{-7}$.

Таблица 1.

ЭВК для разных кодов и комбинаций кодов

| № | Вариант кодирования/декодирования | ЭВК | |
|---|--|-----------|-----------|
| | | 10^{-5} | 10^{-7} |
| 1 | Рида-Соломона+Витерби | 6,5...7,5 | 8,5...9,5 |
| 2 | Рида-Соломона+биортогональный | 5...7 | 7...9 |
| 3 | Рида-Соломона+короткий блочный | 4,5...5,5 | 6,5...7,5 |
| 4 | Витерби | 4...5,5 | 5...6,5 |
| 5 | ИБК (жесткое решение) | 3...4 | 4,5...5,5 |
| 6 | Сверточный код (итеративное декодирование) | 1,5...3 | 2,5...4,0 |

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоговым критерием качества работы системы ЦТВ часто выступает текущая величина битовой (BER) или символьной ошибки (SER). Их измерение производится либо на основании анализа эталонных последовательностей, которые передаются вместе с сигналом, либо на основании данных о происходящих ошибках, получаемых от канального декодера. Предложенная выше методика может быть использована не только для определения отношения сигнал-шум (ОСШ), но и для вычисления по нему вероятности битовой (или символьной) ошибки при всех видах цифровой модуляции.

Из предложенной выше методики, становится ясным, что в ЦТВ вероятность ошибки P_B не зависит от вида модуляции и от конкретной формы сигнала, а только зависит от энергии входного бита и спектральной плотности мощности шума.

Система модуляции в ЦТВ и вопрос применение одной или иной же методов модуляции универсален. Качество работы зависит только технологических и вероятностно-энергетических параметров системы.

Методика позволяет значительно быстрее и с меньшей погрешностью по сравнению с традиционными методами определить текущее значение битовой ошибки в приемнике.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Скляр Б. Цифровая связь. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.
- [2] Канаков В.А. Новые технологии измерения в цифровых каналах передачи информации: учеб.-метод. матер. по прогр. повышения квалификации «Современные системы мобильной цифровой связи, проблемы помехозащищенности и защиты информации». Нижний Новгород, 2006, 237с.
- [3] Measurement guidelines for DVB systems, ETSI TR 101 290, 2001.
- [4] Попов Д.И. Статистическая теория радиотехнических систем: учеб. пособ. / Рязан. гос. радиотехн. ун-т. – Рязань, 2009, 196с.
- [5] Рожков И.Т. Синтез измерителей отношения сигнал/помеха принимаемых радиосигналов. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1990. – 166 с.
- [6] Пшихопов В.Х., Дорух И.Г., Дорух А.П., Веревкина Л.С. Устройство для измерения отношения сигнал/шум // Патент РФ 2007100416/28, 09.01.2007.
- [7] Леглер В.В., Патюков В.Г., Патюков Е.В. Устройство измерения отношения сигнал/шум // Патент РФ 2007117230/28, 08.05.2007.
- [8] Волкодаев Б.В., Ганина Ж.М., Орлов А.В., Пересторонин Е.В. Способ

- ускоренного определения качества цифрового канала (тракта) передачи // Патент РФ 2008124922/09, 18.06.2008.
- [9] Digital Transmission: Carrier-to-Noise Ratio, Signal-to-Noise Ratio, and Modulation Error Ratio. White Paper, Cisco, 2006.
- [10] Дубов М.А., Полянин Ю.В., Стоянов Д.Д., Брюханов Ю.А. Оценка вероятности битовой ошибки приема сигналов с квадратурной модуляцией нестандартными методами // Докл. 14-й междунар. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA - 2012». М., 2012. Т. 1. С. 173-177.
- [11] Б.А.Локшин. «Цифровое вещание: от студии к телезрителю». М.: Компания САЙРУС СИСТЕМС, 2001. С. 77-80.