УДК 627.8.04

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КАВЕРН, ПРИВОДЯШИХ К ПУЛЬСАЦИИ ПОТОКА

Бегимов У. И., Худайкулов С.И., Яхшибаев Д.С.

Гидротехник тузилма хавфсизликка асосий ҳаётий таҳдидлардан бири кавитация ва оқим пулсацияланиши ҳисобланади. Асосий масалалардан бири гидравлик тузилмаларни уларнинг тебраниш хавфидан, яъни оқимни пулсацияланиш ва кавитациядан ҳимоя қилишдир. Оқимнинг кавитацияси – бу ғорларнинг пайдо бўлиши бўлиб, бутун оқим учун ҳақиқий хавф туғдиради. Ушбу мақолада кавитацияга айланадиган ғорларнинг келиб чиқиши ва шаклланиши ўрганилади. Ҳақиқий оқимларда яхши маълумки, ривожланган бўшлиқнинг сирти суюқликнинг оғирлиги, ғорда кўтариш кучининг мавжудлиги, ғор ва думалоқ шаклининг фарқланиши, интерфейсларнинг мавжудлиги, капилляр кучларнинг таъсири, ғорлар атрофидаги оқимларнинг махсус ҳоллари ва бошқа шароитлар таъсири туфайли бузилади.

***Таянч иборалар*:** кинематик ҳолат, динамик ҳолат, бўшлиқ, деформация, босим пасайиши, ҳаракатланувчи тизимнинг маркази, нозик узунликлар, квадратик яқинликлар, коллектор, манба, инектор, туз сувининг тарқалиши, компонентлар, сув ифлосланиши, диффузия, аналитик формулалар.

In hydraulic structures, one of the main real threats to safety is cavitation and flow pulsation. One of the main issues is the preservation of hydraulic structures from the threat of vibration of hydraulic structures, the appearance of which is flow pulsations and cavitation. Cavitation of the flow occurs the emergence of caverns and is a real threat to the entire flow. In this article discussed the origin and formation of cavities growing into cavitation. As is well known in real currents, the surface of a developed cavity is deformed due to the action of such factors as fluid weight, the presence of lifting force on the cavitator, the difference between the shape of the cavitator and the circular, the presence of interfaces, the effect of capillary forces, special cases of flow around the cavitator and other conditions. There is a fairly wide class of axisymmetric and close flows, which can be studied theoretically quite fully using the methods of hydrodynamic features and integral equations, the methods of the theory of small perturbations and the fundamentals of hydrodynamics of thin bodies. Such, for example, are developed cavitation flows of ideal weightless and significant liquids arising behind cavity-forming bodies, the breakdown sections of which are circular or close to circular. When considering these problems, one can obtain sufficiently reliable theoretical results that allow one to more fully reveal the laws of behavior of the free boundaries of flows. From observations and numerical experiments, it is known that, under the influence of various perturbing factors, the initially axisymmetric cavity is flattened, and its cross sections become oval-shaped.

***Keywords*:** Kinematic condition, dynamic condition, cavity, deformation, pressure drop, center of the moving system, thin elongated cavities, quadratic approximations.

В гидротехнических сооружениях одним из основных реальных угроз безопасности является кавитация и пульсация потока. Одним из основных вопросов является сохранения гидротехнических сооружений от угроз вибрации гидросооружений, появления который является пульсации потока и кавитация. Кавитация потока происходить из- появления каверн и является реальной угрозой всего потока. Данной статье рассматривается зарождения и формирования каверн перерастающей в кавитацию. Как известно в реальных течениях поверхность развитой каверны деформируется из-за действия таких факторов, как весомость жидкости, наличие подъемной силы на кавитаторе, отличие формы кавитатора от круговой, наличие границ раздела, влияние капиллярных сил, особые случаи обтекания кавитатора и другие условия.

***Ключевые слова*:** кинематическое условие, динамическое условие, каверна, деформация, перепад давления, центр подвижной системы, тонкие вытянутые каверны, квадратичные приближения, коллектор, источник, инжектор, диффузия соленой воды, диффузия в жидкость, компонент, загрязнения вод, диффузия, аналитическая формула.

I ВВЕДЕНИЕ

Существует довольно широкий класс осесимметричных и близких к ним течений, которые достаточно полно можно исследовать теоретически, применяя методы гидродинамических особенностей и интегральных уравнений, методы теории малых возмущений и основы гидродинамики тонких тел. Такими являются, например, развитые кавитационные течения идеальной невесомой и весомой жидкостей, возникающие за кавернообразующими телами, сечения срыва у которых круговые или близкие к круговым. При рассмотрении этих задач можно получить достаточно надежные теоретические результаты, позволяющие более полно выявить закономерности поведения свободных границ течений.

II ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В реальных течениях поверхность развитой каверны деформируется из-за действия таких факторов, как весомость жидкости, наличие подъемной силы на кавитаторе, отличие формы кавитатора от круговой, наличие границ раздела, влияние капиллярных сил, особые случаи обтекания кавитатора и др.

При малых числах кавитации тонкая каверна, созданная произвольно ориентированным относительно скорости V_0^* кавитатором, будет несимметричной, для потенциала возмущенных скоростей φ этого течения можно использовать асимптотическое выражение [3,6]

$$\varphi = b_0 + a_0 \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{r^n} \cos n\theta + \frac{a_n}{r^n} \sin n\theta \right) \qquad (1)$$

Каждое слагаемое этого выражения является частным решением двухмерного уравнения Лапласа в плоскости $x = const$. Коэффициенты a_n и b_n являются функциями x и t и могут быть определены из граничных условий в плоскости $x = const$. Коэффициент b_0 в данной задаче несуществен.

Так как из физических соображений следует, что возмущенная поверхность каверны непрерывна, то несимметричную деформацию $\xi(t,x,\theta)$ границ первоначально осесимметричной каверны в общем случае можно представить сходящимся рядом Фурье по окружной координате:

$$\xi = \xi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\xi_n \cos n\theta + \eta_n \sin n\theta) \qquad (2)$$

Здесь ξ_0 - осесимметричное расширение каверны; ξ_1 и η_1 - перемещение поперечных сечений без деформации формы в вертикальной к горизонтальной плоскостях; ξ_n и η_n - деформация самой формы каверны.

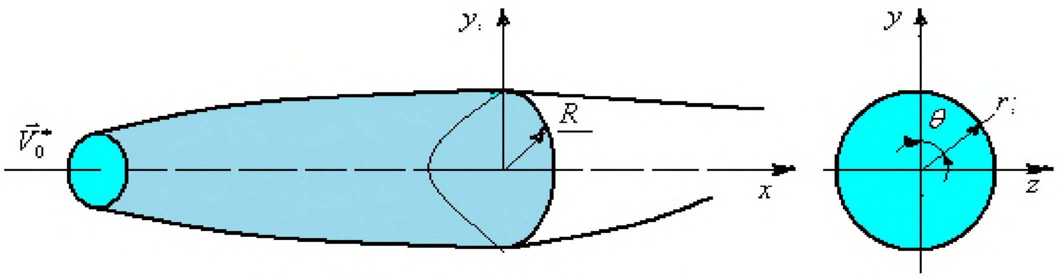

Рис. 1.Профиль каверны и её поперечное сечение

Как уже упоминалось, на жидких границах справедливо условие непроницаемости (кинематическое), которое связывает потенциал возмущенного течения φ и деформацию каверны ξ. Используя линейную форму кинематического условия , подставляем в него выражение для φ из (1), ξ - из (2) и приближенное выражение для потенциала осесимметричной каверны

$$\Phi_0 = R_0 \dot{R}_0 \ln r \,.$$

Получаем соотношения, определяющие коэффициенты возмущенного потенциала a_n и b_n через коэффициенты ряда Фурье функции ξ :

$$\begin{cases} a_0 = \dot{\xi}_0 + R\dfrac{\xi_0}{R_0} \\ a_n = -\dfrac{1}{n}R_0^{n+1}\left(\dot{\xi}_n + \dot{R}_0\dfrac{\xi_n}{R_0}\right) \\ b_n = -\dfrac{1}{n}R_0^{n+1}\left(\dot{\eta}_n + \dot{R}_0\dfrac{\eta_n}{R_0}\right) \end{cases} \quad (3)$$

Выражение для потенциала несимметричного течения теперь запишется в виде

$$\begin{aligned} \varphi = R_0\left(\dot{\xi}_0 + \dot{R}_0\frac{\xi_0}{R_0}\right)\ln r - \\ -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{R_0^{n+1}}{nr^n}\left[\left(\dot{\xi}_n + \dot{R}_0\frac{\xi_n}{R_0}\right)\cos n\theta + \left(\dot{\eta}_n + \dot{R}_0\frac{\eta_n}{R_0}\right)\sin n\theta\right] \end{aligned} \quad (4)$$

Неизвестные коэффициенты a_0, a_n, b_n, определяются при помощи динамического условия. Определим все слагаемые динамического условия и подставим их в выражения динамического условия. Сгруппировав слагаемые с одинаковыми множителями $\cos n\theta$ и $\sin n\theta$ и приравняв их суммы нулю, получим бесконечную нелинейную систему дифференциальных уравнений второго порядка для определения коэффициентов возмущения ξ_n и η_n . Каждое из уравнений системы содержит бесконечное число неизвестных ξ_n и η_n , а члены уравнений, представляющие собой различные комбинации этих неизвестных и их производных, имеют разный порядок малости. Упростим полученную систему уравнений, введя дополнительные предположения и выполнив оценку членов уравнений.

Параметр δ был введен ранее для определения малости характерного (основного) возмущения по отношению к радиусу осесимметричной каверны $\delta \approx \dfrac{\xi}{R_0}$. Предположим, что основными формами возмущений каверны являются величины ξ_1 и η_1, (искривление оси каверны в вертикальной и горизонтальной плоскостях) и ξ_2, η_2, (первые члены слагаемых, характеризующих деформацию самой формы каверны), а все остальные возмущения —величины более высокого порядка малости. Эксперименты показывают: если вдоль границ каверны не образуются волны большой амплитуды, величины искривления оси ξ_1 и η_1, будут существенно больше других форм возмущений. Из наблюдений и численных экспериментов известно, что под действием различных возмущающих факторов первоначально осесимметричная каверна сплющивается, а ее поперечные сечения приобретают овалообразную форму. Поскольку основной вклад в описание формы овала вносят вторые члены ряда Фурье ξ_2, и η_2, то их можно считать также основной формой деформации. Поэтому в системе уравнений слагаемые вида $\xi_n\xi_k \quad (n,k \succ 2)$ можно отбросить, а слагаемые $\xi_1\xi_k$ и $\xi_2\xi_k$ сохранить. Это предположение позволяет существенно упростить систему уравнений; если же пренебречь и слагаемыми порядка $\frac{\xi_n}{R_0}$ сравнении с единицей, то система нелинейных дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\frac{d^2(\xi_0 R_0)}{dt^2}\ln R_0 + \frac{d}{dt}\left(\dot{R}_0\xi_0\right) + \frac{1}{2}\left(\dot{\xi}_1^2 + \dot{\eta}_1^2 + \dot{\xi}_2^2 + \dot{\eta}_2^2\right) + \Delta p_0 + U_0 = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{1}{nR_0}\frac{d\left(\dot{\xi}_0 R_0^2\right)}{dt} - \frac{n-1}{n}\ddot{R}_0\xi_n + \dot{\xi}_1\left(\dot{\xi}_{n-1} - \dot{\xi}_{n+1}\right) - \dot{\eta}_1\left(\dot{\eta}_{n-1} + \dot{\eta}_{n+1}\right) - \dot{\xi}_2\dot{\xi}_{n+2} -$$

$$-\dot{\eta}_2\dot{\eta}_{n+2} - U_n - \Delta p_n = 0$$

$$\frac{1}{nR_0}\frac{d\left(\dot{\eta}_n R_0^2\right)}{dt} - \frac{n-1}{n}\ddot{R}_0\eta_n + \dot{\xi}_1\left(\dot{\eta}_{n-1} - \dot{\eta}_{n+1}\right) + \dot{\eta}_1\left(\dot{\xi}_{n-1} + \dot{\xi}_{n+1}\right) - \dot{\xi}_2\dot{\eta}_{n+2} +$$

$$-\dot{\eta}_2\dot{\xi}_{n+2} - \overline{U}_n - \Delta\overline{p}_n = 0, (n = 1,2,...)$$

При $n = 1$ в уравнениях следует опустить слагаемые с индексом нуль. Величины $U_n, \overline{U}_n$ и $\Delta p_n, \Delta\overline{p}_n$ являются коэффициентами разложения в ряд Фурье функций U и Δp:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty}\left[U_n \cos n\theta + \overline{U}_n \sin n\theta\right]$$

$$\Delta p = \sum_{n=0}^{\infty}\left[\Delta p_n \cos n\theta + \Delta\overline{p}_n \sin n\theta\right]$$

Система уравнений (5) должна быть дополнена конкретными начальными условиями для функций ξ_n, η_n и их производных. Если рассматривать возмущенное кавитационное течение, дающее симметрией относительно вертикальной плоскости yOz, то система нелинейных дифференциальных уравнений (5) в этом случае упрощается и имеет вид

$$\frac{d^2(\xi_0 R_0)}{dt^2}\ln R_0 + \frac{d}{dt}\left(\dot{R}_0\xi_0\right) + \frac{1}{2}\left(\dot{\xi}_1^2 + \dot{\xi}_2^2\right) + \Delta p_0 + U_0 = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{1}{nR_0}\frac{d\left(\dot{\xi}_n R_0^2\right)}{dt} - \frac{n-1}{n}\ddot{R}_0\xi_n + \dot{\xi}_1\left(\dot{\xi}_{n-1} - \dot{\xi}_{n+1}\right) - \dot{\xi}_2\dot{\xi}_{n+2} -$$

$$-U_n - \Delta p_n = 0$$

$(n=1,2,...)$/Система уравнений вида (6) используется при исследовании кавитационных течений за кавитаторами эллиптической формы в весомой жидкости [1,2, 4,5].

III ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Из наблюдений и численных экспериментов известно, что под действием различных возмущающих факторов первоначально осесимметричная каверна сплющивается, а ее поперечные сечения приобретают о валообразную форму.
2. Получена система нелинейных дифференциальных уравнений для исследовании кавитационных течений за кавитаторами эллиптической формы в весомой жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Буйвол В. Н., Власенко Ю. Д., Журавлев Ю. Ф., Шевчук Ю. Р. Тонкие каверны за эллиптическими кавитаторами.— Прикл. механика, 1978, 14, № 10, с. 110- 118.

[2] Буйвол В. Н., Шевчук Ю. Р. Деформация каверны за наклонным кавитатором. - Гидромеханика, 1981, вып. 43, с.3-10.

[3] Нилсен. Дж. Аэродинамика управляемых снарядов.— М.: Оборонгиз, 1962, 474 с.

[4] Шевчук Ю. Р. Об эквивалентных кавитаторах при расчете каверн за эллиптическими насадками.— Там же, 1978, вып. 37, с. 67—72.

[5] Худайкулов С.И., Нишонов Ф.Х. «Математические модели гидравлического удара в гидросооружениях и производственных комплексах». Ташкент, 2017г. 162с.

[6] Худайкулов С.И., Яхшибоев Д.С. «Моделирование динамики развития сертификационных течений многофазных жидкостей» Ташкент, 2017г. 145с.

[7] Яхшибаев Д.С. Критерии динамической устойчивости стратифицированных потоков // Журнал «Muhammad Al-Xorazmiy avlodlari», 2017, №1, Тошкент. – С.37-42.

[8] Яхшибаев Д.С. Моделирование динамики развития стратификационных течений многофазных жидкостей // Журнал «Информационные технологии моделирования и управления», 2018, №3(111), Воронеж. – С.213-220.