УДК 622.276.1

Назирова Э.Ш.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ В МНОГОПЛАСТОВЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ ПЛАСТАМИ

В работе рассматриваются математическая модель и численные методы решения двумерных задач фильтрации нефти в двух пластовых пористых средах. Предложенный численный метод основан на совместном решении двух конечно-разностных схем. Показано численное решение задачи фильтрации нефти при наличии слабопроницаемой перемычки для двумерного случая в двухпластовых системах. Результаты проведенных численных расчетов представлены в графической форме.

Ключевые слова: математическая модель, численный алгоритм, конечно-разностная система, вычислительный эксперимент.

Введение. Математические модели процесса фильтрации нефти и газа в слоистых пористых средах основаны на использовании общих законов механики и сводятся к системам дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начальными, граничными и внутренними условиями, характеризующими переменное состояние системы. Их аналитическое решение, как правило, не представляется возможным. Поэтому, при математическом моделировании фильтрационных течений многокомпонентных смесей исследователи вносят различные упрощения в физическую постановку задачи, упрощая тем самым и математические модели объекта исследования, в результате чего отходят от самого исследуемого процесса.

Работы многих ученых посвящены указанным проблемам и ими получены значительные теоретические и прикладные результаты.

В частности, в работах [1-4, 9-12] построена математическая модель процесса фильтрации многокомпонентной среды в пористой среде, в которой относительная фазовая проницаемость газовой фазы заменена новым выражением, учитывающим влияния вязкости, плотности и капиллярного эффекта смеси. Исследованию капиллярных давлений, соответствующих треугольному тензору капиллярной диффузии в трехфазной жидкости посвящена работа [3].

Работа [5] раскрывает тему математического моделирования процесса разработки нефтегазовых месторождений с учетом вероятностного распределения параметров объекта исследования.

Усовершенствованная математическая модель для неравновесных двухфазных потоков (например, вода-масло) в пористых средах приведена в работе [6]. Полученные результаты проведенных расчетов сопоставлены с экспериментальными данными.

Вопросы математического моделирования процесса неизотермической фильтрации в пористой среде в случае, когда задан полный расход смеси, рассматриваются в работе [7].

В работе [8] решается задача о распространении поля давления в низко проницаемой пористой среде с двумя скважинами, которые соединены техногенной трещиной гидроразрыва. Получено приближенное численное решение этой задачи, выполнен анализ влияния указанной трещины на параметры системы, смоделированы отклики давления в скважине. С использованием разработанной численной модели решена обратная задача и оценены параметры системы по промысловым данным, измеренным в процессе гидродинамического исследования методом гидропрослушивания.

В работе [13] рассмотрена задача переноса в пористой среде трехфазной смеси «вода-газ-нефть» в случае, когда вода содержит мелкодисперсную газовую фазу в виде пузырьков микро- или наноразмеров. Предполагается, что перенос пузырьков, в основном, определяется течением дисперсной фазы (воды). При этом крупные скопления газовой фазы в поровом пространстве, а также вода и нефть, переносятся в соответствии с модифицированным законом Дарси для многофазных смесей. Построена математическая модель движения смеси, когда основные фазы (вода, газ, нефть) подчиняются уравнениям фильтрации, а мелкодисперсная газовая фаза описывается кинетическим уравнением типа Больцмана.

Постановка задачи. Эпоха развития вычислительных систем и их программного и информационного обеспечений дала импульс для разработки адекватных математических средств – моделей, алгоритмов и программ для проведения комплексных исследований управления объектами и соответственно для принятия решений.

Проблемы математического моделирования задач фильтрации в многопластовых системах связаны с необходимостью учета наиболее существенных факторов физических явлений, наличие гидродинамической связи между пластами, требованием адекватности математической модели и разработанной численной моделью. В общем случае такую задачу фильтрации необходимо формировать в трехмерном пространстве, что требует значительной информации об изменении параметров пластов в направлении осей *x, y* и *z*. Поэтому решение задачи фильтрации нефти в пористой среде при наличии подобной связи между пластами затруднительно. Если оба пласта однородны по коллекторским свойствам, задачу можно представить в одномерной или двухмерной постановке. Тогда задачу фильтрации нефти в пористой среде в двух пластовых системах при наличии слабопроницаемой перемычки в двухмерном случае можно привести к решению системы уравнений параболического типа

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\left[k_1(x,y)h_1(x,y)\frac{\partial P_1}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[k_1(x,y)h_1(x,y)\frac{\partial P_1}{\partial y}\right]= \\ \qquad =\mu\beta h_1(x,y)\frac{\partial P_1}{\partial t}-\frac{k_\Pi(x,y)}{h_\Pi(x,y)}(P_2-P_1) \\ \frac{\partial}{\partial x}\left[k_2(x,y)h_2(x,y)\frac{\partial P_2}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[k_2(x,y)h_2(x,y)\frac{\partial P_2}{\partial y}\right]= \\ \qquad =\mu\beta h_2(x,y)\frac{\partial P_2}{\partial t}+\frac{k_\Pi(x,y)}{h_\Pi(x,y)}(P_2-P_1)-Q \end{cases} \quad (1)$$

где $Q=\sum_{i=1}^{k}\delta q_i(t)$

при следующих начальных и граничных условиях

$$P_1(x,y)=P_{1\text{Н}} \qquad P_2(x,y)=P_{2\text{Н}}; \qquad t=0 \quad (2)$$

$$-k_1h_1\frac{\partial P_1}{\partial n}=\lambda\alpha(P_A-P_1);\ -k_2h_2\frac{\partial P_2}{\partial n}=\lambda\alpha(P_B-P_2) \quad (x,y)\epsilon\Gamma \qquad (3)$$

$$\oint\frac{k_2h_2}{\mu}\frac{\partial P_2}{\partial n}ds=-q_i(t);\ \ (x,y)\epsilon s_i \quad i=1,2\ldots (4)$$

В уравнениях с краевыми условиями (1) - (4) приняты следующие обозначения: P_1и P_2 – давление соответственно в нижнем и верхнем пластах; P_H – начальное давление; P_A и P_B – приграничное давление, соответственно, в нижнем и верхнем пласте; k_1 и k_2 – проницаемость пласта соответственно в нижнем и верхнем пласте; k_Π – проницаемость пласта в слабопроницаемой перемычке; h_1 и h_2 – толщина пласта, соответственно, в нижнем и верхнем пласте; h_Π – толщина слабопроницаемой перемычки; μ – вязкость нефти; $q_i(t)$ – дебиты i-й скважин; β – упругоёмкость пласта; s_i– контур *i*-й скважины; *n*– нормаль к контуру s; λ - некоторая постоянная величина для приведения к размерности; $\alpha=\begin{cases}0, & 2-\text{ое граничное условие}\\ 1, & 3-\text{ое граничное условие.}\end{cases}$

Разработанная математическая модель (1)-(4) описывается с помощью системы дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начальными, внутренними и граничными условиями, получить решение которого в аналитической форме затруднительно.

Одним из основных методов, который позволяет определить закономерности изменения фильтрационных переменных, является метод аппроксимации дифференциальных операторов уравнения на конечно-разностную консервативную схему, эффективно реализуемый на ЭВМ и дающий возможность всестороннего исследования объекта и воздействия на него через совокупность внешних и внутренних возмущений.

Используя конечно-разностную аппроксимацию задач, в конечном итоге получаем систему алгебраических уравнений, решая которую методом прогонки, определяем искомые параметры объекта и приемлемые диапазоны их изменения, как по времени, так и по пространственной переменной.

Исходя из сказанного выше, для интегрирования задачи (1)-(4) вводим равномерную сетку по *x,y* и *t*:

$$\omega_{h_i,h_j}=\left\{\begin{array}{l} x_i=i\ \Delta x,\ i=0,1,2..N_x,\ \Delta x=\dfrac{L_x}{N_x} \\ y_j=j\ \Delta y,\ j=0,1,2..N_y,\ \Delta y=\dfrac{L_y}{N_y}\end{array}\right\},$$

$$\omega_{\tau_k}=\left\{t_k=k\ \Delta t,\ k=0,1,2..N_t,\ \Delta t=\frac{T_{\max}}{N_t}\right\}.$$

Заменяя в задаче (2.7)-(2.9) дифференциальные операторы на конечно-разностные и используя схему продольно-поперечного направления по Ох и Оу, получаем:

$$k_{1i-0,5}h_{1i-0,5}P_{1i-1}-\left(k_{1i-0,5}h_{1i-0,5}+k_{1i+0,5}h_{1i+0,5}\right)P_{1i}+k_{1i+0,5}h_{1i+0,5}P_{i+1}-$$

$$-\frac{\Delta x^2}{\tau}h_{1i}P_{1i}+\frac{\Delta x^2}{\tau}h_{1i}\hat{P}_{1i}+\frac{\Delta x^2 k_{\Pi i}}{h_{\Pi i}}\frac{L^2}{h_x^2}P_{2i}-\frac{\Delta x^2 k_{\Pi i}}{h_{\Pi i}}\frac{L^2}{h_x^2}P_{1i}=0;$$

$$k_{2i-0,5}h_{2i-0,5}P_{2i-1}-\left(k_{2i-0,5}h_{2i-0,5}+k_{2i+0,5}h_{2i+0,5}\right)P_{2i}++k_{2i+0,5}h_{2i+0,5}P_{2i+1}-$$

$$-\frac{\Delta x^2}{\tau}h_{2i}P_{2i}+\frac{\Delta x^2}{\tau}h_{2i}\hat{P}_{2i}-\frac{\Delta x^2 k_{\Pi i}}{h_{\Pi i}}\frac{L^2}{h_x^2}P_{2i}+\frac{\Delta x^2 k_{\Pi i}}{h_{\Pi i}}\frac{L^2}{h_x^2}P_{1i}=0$$

Для получения конечно-разностной задачи [4] используется алгоритмическая идея схемы переменных направлений [2-4], что позволяет применить метод прогонки вдоль каждой из прямых координатных линий. Переход от слоя *k* к слою *k+1* совершается в два этапа с шагом *0.5τ*. В результате получается последовательное решение двух систем конечно-разностных уравнений [5], которое имеет вид для слоя *k+0,5, где* слой имеет вид:

$$a_iP_{1i-1,j}-b_iP_{1i,j}+c_iP_{1i+1,j}+d_iP_{2i,j}=-f_i;$$

$$\left(3k_1h_1-2h_{xy}\lambda\alpha\right)P_{10,j}-4k_1h_1P_{11,j}+k_1h_1P_{12,j}=2h_{xy}\lambda\alpha P_A$$

$$\left(3k_1h_1-2h_{xy}\lambda\alpha\right)P_{1n,j}+4k_1h_1P_{1n-1,j}-k_1h_1P_{1n-2,j}=-2h_{xy}\lambda\alpha P_A$$

$$a_i'P_{2i-1,j}-b_i'P_{2i,j}+c_i'P_{2i+1,j}+d'P_{1i,j}=-f_i'$$

$$\left(3k_2h_2-2h_{xy}\lambda\alpha\right)P_{20,j}-4k_2h_2P_{21,j}+k_2h_2P_{22,j}=2h_{xy}\lambda\alpha P_A$$

$$\left(3k_2h_2-2h_{xy}\lambda\alpha\right)P_{2n,j}+4k_2h_2P_{2n-1,j}-k_2h_2P_{2n-2,j}=-2h_{xy}\lambda\alpha P_A$$

$$i,j=1,2,\dots,\mathrm{N}-1.$$

Коэффициенты этих разностных уравнений определяются по формулам:

$$a_i=k_{1i-0,5,j}h_{1i-0,5,j};\ c_i=k_{1i+0,5,j}h_{1i+0,5,j};$$

$$b_i=\mathrm{a}_i+\mathrm{c}_i+\frac{h_{xy}^2}{\tau/2}h_{1i,j}+\frac{h_{xy}^2k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}}\frac{L_xL_y}{h_x^2};\quad d_i=\frac{h_{xy}^2k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}}\frac{L_xL_y}{h_x^2};$$

$$f_i=\frac{h_{xy}^2}{\tau}h_{1i,j}\hat{P}_{1i,j}+a_i\hat{P}_{1i-1,j}-\left(a_i+c_i\right)\hat{P}_{1i,j}+c_i\hat{P}_{1i+1,j};$$

$$a_i'=k_{2i-0,5,j}h_{2i-0,5,j};\quad c_i'=k_{2i+0,5,j}h_{2i+0,5,j};$$

$$b_i'=a_i'+c_i'+\frac{h_{xy}^2}{\tau}h_{2i,j}+\frac{h_{xy}^2k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}}\frac{L_xL_y}{h_x^2};\quad d_i'=\frac{h_{xy}^2k_{\Pi i,j}}{h_{\Pi i,j}}\frac{L_xL_y}{h_x^2};$$

$$f_i'=\frac{h_{xy}^2}{\tau}h_{2i,j}\hat{P}_{2i,j}+a_i'\hat{P}_{2i-1,j}-\left(a_i'+c_i'\right)\hat{P}_{2i,j}+c_i'\hat{P}_{2i+1,j};\quad i=\overline{1,N-1}.$$

Где: $\hat{P}$- давление на *k*-м слое; *P*- давление на *k+0.5* -м слое;h_x, L_x, L_y – некоторые характерные значения мощности и длины пласта; h_{xy}– шаг сетки.

Решения системы разностных уравнений можно представить в виде:

$$P_{1i,j}=A_iP_{1i+1,j}+B_iP_{2i+1,j}+C_i;\ P_{2i,j}=A_i'P_{2i+1,j}+B_i'P_{1i+1,j}+C_i'\quad(11)$$

$$i=0,1,2,\dots,N-1.$$

Где:

$$A_i=\frac{c_i(b_i'-a_i'A_{i-1}')}{R_i};\quad B_i=\frac{c_i'(a_iB_{i-1}+d_i)}{R_i};$$

$$A_i'=\frac{(b_i-a_iA_{i-1})c_i'}{R_i};\quad B_i'=\frac{c_i(a_i'B_{i-1}'+d_i')}{R_i};\quad 5)$$

$$C_i=\frac{(a_iB_{i-1}+d_i)\left(a_i'C_{i-1}'+f_i'\right)+(a_iC_{i-1}+f_i)(b_i'-a_i'A_{i-1}')}{R_i};\quad 6)\ 7)$$

$$C_i'=\frac{(a_i'B_{i-1}'+d_i')\left(a_iC_{i-1}+f_i\right)+(a_i'C_{i-1}'+f_i')(b_i-a_iA_{i-1})}{R_i};\quad 8)\ 9)$$

$$R_i=(b_i-a_iA_{i-1})(b_i'-a_i'A_{i-1}')-(a_iB_{i-1}+d_i)(a_i'B_{i-1}'+d_i');\quad i=1,2,\dots,N-1.\quad 10)$$

Значения $A_0; B_0; C_0; A_0'; B_0'; C_0'$ можно получить из граничных условий (7) и (10)

$$A_0=\frac{(b_1-4c_1)k_1h_1}{a_1k_1h_1-\left(3k_1h_1-2h_{xy}\alpha\right)c_1};\quad B_0=-\frac{d_1k_1h_1}{a_1k_1h_1-\left(3k_1h_1-2h_{xy}\alpha\right)c_1};$$

$$C_0=\frac{f_1k_1h_1+2h_{xy}\alpha c_1}{a_1k_1h_1-\left(3k_1h_1-2h_{xy}\alpha\right)c_1};\quad A_0'=\frac{(b_1'-4c_1')k_2h_2}{a_1'k_2h_2-\left(3k_2h_2-2h_{xy}\alpha\right)c_1'};$$

$$B_0'=-\frac{d_1'k_2h_2}{a_1'k_2h_2-\left(3k_2h_2-2h_{xy}\alpha\right)c_1'};\quad C_0'=\frac{f_1'k_2h_2+2h_{xy}\alpha c_1'}{a_1'k_2h_2-\left(3k_2h_2-2h_{xy}\alpha\right)c_1'};$$

Используя формулы (5), (8), (11) (при *i=N-1*) из правых разностных граничных условий (7), (10) находим на левой части границы $P_{1n,j}$и$P_{2n,j}$.

$$P_{1n,j} = (S_2 \cdot S_3' - S_3 \cdot S_1')/(S_1 \cdot S_1' - S_2 \cdot S_2');$$

$$P_{2n,j} = (S_3 \cdot S_2' - S_1 \cdot S_3')/(S_1 \cdot S_1' - S_2 \cdot S_2').$$

Где:

$$S_1 = [(3a_{n-1} - c_{n-1}) - (4a_{n-1} - b_{n-1})A_{n-1} - d_{n-1}B_{n-1}'];$$

$$S_2 = [-(4a_{n-1} - b_{n-1})B_{n-1} - d_{n-1}A_{n-1}'];$$

$$S_3 = [f_{n-1} + d_{n-1}C_{n-1}' + (4a_{n-1} - b_{n-1})C_{n-1}'];$$

$$S_1' = [(3a'_{n-1} - c'_{n-1}) - (4a'_{n-1} - b'_{n-1})A'_{n-1} - d'_{n-1}B_{n-1}];$$

$$S_2' = [-(4a'_{n-1} - b'_{n-1})B'_{n-1} - d'_{n-1}A_{n-1}];$$

$$S_3' = [f'_{n-1} + d'_{n-1}C_{n-1} + (4a'_{n-1} - b'_{n-1})C_{n-1}].$$

Решения системы конечно-разностного уравнения для *k+1* слоя осуществляется аналогично, как для предыдущего *k+0.5* временного слоя.

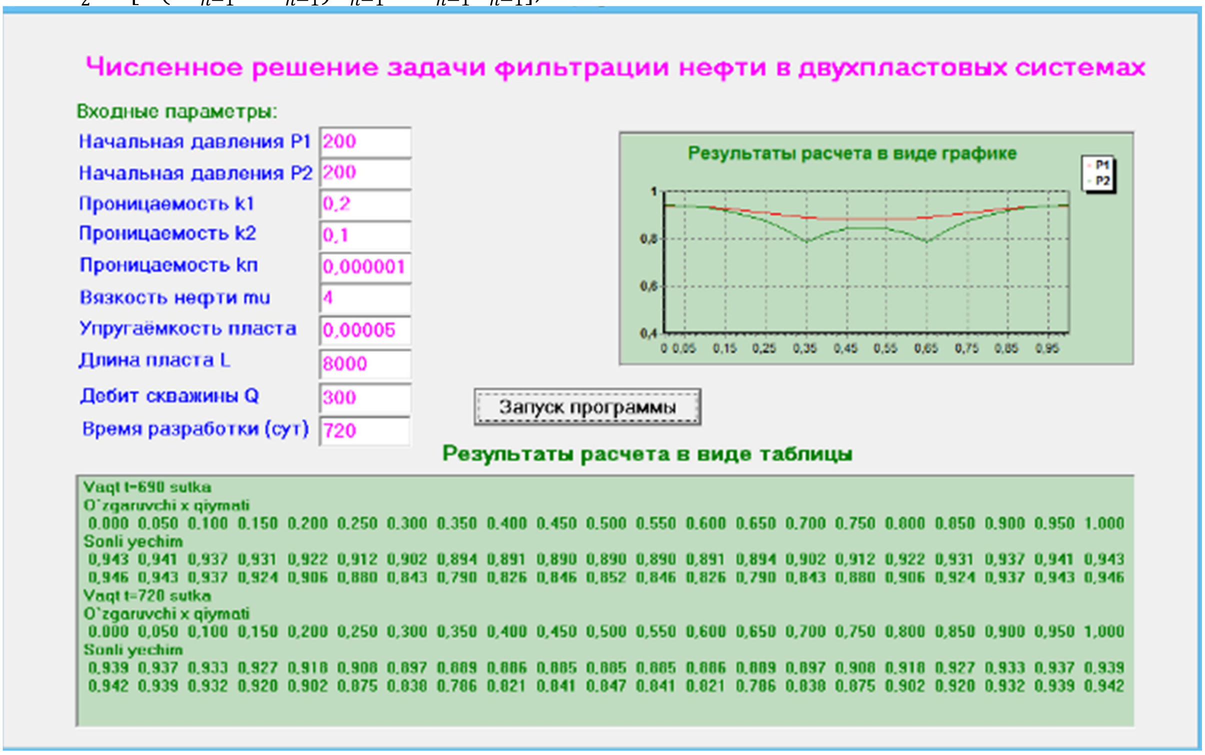
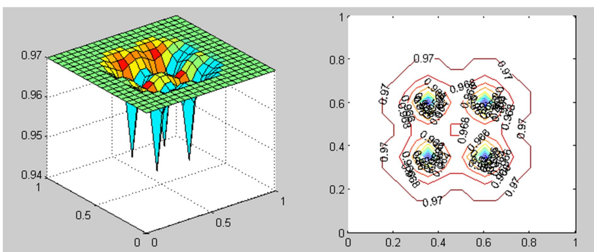


Рис. 1. Пользовательский интерфейс программы и результаты ее работы.

На основе математической модели и алгоритма расчета разработано программное обеспечение вычисления основных показателей разработки нефтяных месторождений в динамически связанных двухпластовых системах на объектно-ориентированном языке программирования Delphi. Интерфейс программы приведен на рис. 1. Программное обеспечение состоит из блока ввода исходных данных, блока вычисления показателей и вывода результатов расчета. Результаты расчета показателей представляется в табличном виде и графической форме.



Предложенное математическое обеспечение для решения вышеуказанной задачи можно использовать для расчета основных показателей нефтяного месторождения.

Численные эксперименты проведены с конкретными исходными параметрами: длина обоих пластов Lx=8000 м., начальное пластовое давление P_1=200атм., P_2=200атм., вязкость нефти μ=4сп, упругоёмкость пласта β=0.00005см^2/кг; во второй нефтяной залежи имеются две скважины с одинаковыми расходами q=300м^3/сут в первом случае, а во втором q=400 м^3/сут. Численные эксперименты проведены по распределению давления нефти за 720 суток с начала разработки.

Проведенными вычислительными экспериментами установлено, что плавный приток нефти к зоне работы нагнетательных скважин происходит при больших значениях коэффициента проницаемости и при малых значениях вязкости нефти. Также установлено, что давление в пластах по протяженности области фильтрации линейно начинает падать со временем, когда коэффициенты проницаемости пластов равны между собою и изменяются в интервале 0.02д. ≤k1; k2≤=0.03д. Параллельное снижение давления в обоих слоях происходит при больших значениях коэффициента проницаемости в перемычке. Анализ расчетов при различных значениях коэффициента проницаемости в слое перемычке показал, что с ростом коэффициента проницаемости в слое перемычке происходит вывнивание давления в двух слоях пористых сред.

Компьютерное моделирование и проведенные вычислительные эксперименты позволили определить основные показатели разработки двухпластовых месторождений нефти при различных заданиях параметров пласта. Получаемые численные результаты полезны для анализа разработки многопластовых месторождений нефти при динамической связи между пластами.

Вывод

Таким образом, разработанные способы и методы, а также программное обеспечение для расчета основных показателей разработки двухпластовых нефтяных месторождений, можно использовать при анализе и проектировании, а также разработке многопластовых нефтегазовых месторождений.

Литературы

1. Закиров С.Н., Лапук Б.Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. Изд. Недра, М. 1974. 376 стр.
2. Абуталиев Ф.Б., Хаджибаев Н.Н., Измайлов И.И.,Умаров У. Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. Ташкент, изд.“Фан”, 1976. 150 стр.
3. Азиз Х., Саттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. Масква-Ижевск. 2004. 416 стр.
4. Самарский А.А. Теория разностных схем. «Наука», М., 1977. /
5. Неъматов А. Назирова Э.Ш. Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде. Международный академический вестник. №1(13) 2016. Стр
6. Barenblatt G.I., Patzek T.W., Silin D.B. The mathematical model of nonequilibrium effects in water-oil displacement // Society of Petroleum Engineers Journal. – 2003. – Vol. 8. – № 4. – PP. 409-416.
7. Chraibi M., Zaleski S., Franco F. Modeling the solution gas drive process in heavy oils // Записки Горного института.– Санкт-Петербург, 2008. – Т. 174. – С. 36-40.
8. Шелухин В.В. Задача капиллярного вытеснения для одной модели трехфазной фильтрации // Прикладная механика и техническая физика. – Новосибирск, 2003. – Т. 44. – № 6. – С. 95-106.
9. Atkinson C., Isangulov R. A mathematical model of an oil and gas field development process // European Journal of Applied Mathematics. – UK, 2010. – Vol. 21. – Issue 3. – PP. 205-227.
10. Ахметзянов А.В., Ибрагимов И.И., Ярошенко Е.А. Интегрированные гидродинамические модели при разработке нефтяных месторождений управление большими системами // Управление большими системами : сборник трудов. – М, 2010. – № 29. – С. 167-183.
11. Ахмед-Заки Д.Ж. Об одной задаче двухфазной фильтрации смеси в пористой среде с учетом теплового воздействия // Научные труды НИПИ Нефтегаз. - Баку, 2010.- № 3.-С. 29-33.
12. Давлетбаев А.Я. Фильтрация жидкости в пористой среде со скважинами с вертикальной трещиной гидроразрыва пласта // Инженерно-физический журнал. – Минск, 2012. – Т. 85. – № 5. – С. 919-924.

Демьянов А.Ю., Динариев О.Ю., Иванов Е.Н. Моделирование переноса воды с мелкодисперсной газовой фазой в пористых средах // Инженерно-физический журнал. – Минск, 2012. – Т. 85. – № 6. – С. 1145-1154.

Назирова Элмира Шодмоновна;
Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммад ал-Хоразми, доцент
elmira_nazirova@mail.ru
+99871-238-65-99;

Nazirova E.Sh.
Tashkent University of information technologies hamed after Muhammad al-Kharizmi, dosent

Methods and numerical methods for solving two-dimensional oil filtration problems in two reservoir porous media are considered, a numerical method for the joint solution of finite-difference systems is proposed.

Keyword: mathematical model, numerical algorithm, finite difference systems, computational experiment.