

УДК: 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГОГО ТРУБОПРОВОДА С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

Ф.Ж.Тураев - ассистент

Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини механизациялаш муҳандислари институти

### Аннотация

Приведена математическая модель задачи о нелинейных колебаниях вязкоупруготрубопровода с протекающей через неё жидкостью. С помощью метода Бубнова–Галёркина математическая модель задачи сводится к решению системы обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений, решаемых численным методом исключения слабо-сингулярных особенностей в интегральных и интегро-дифференциальных уравнениях. Согласно численного метода относительно неизвестных получены системы алгебраических уравнений. Численно исследованы влияние сингулярности ядер наследственности на колебания конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Установлено, что для выявления влияния вязкоупругих свойств материала конструкций на колебания трубопровода, необходимо использовать слабо-сингулярные ядра наследственности типа Абеля.

**Ключевые слова:** математическая модель, вязкоупругость, интегро-дифференциальные уравнения, алгоритм, трубопровод.

## ИЧИДАН СУЮҚЛИК ОҚИБ ЎТАЁТГАН ҚОВУШҚОҚ – ЭЛАСТИК ҚУВУРНИНГ ЧИЗИҚСИЗ ТЕБРАНИШИ МАСАЛАСИНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

Ф.Ж.Тураев

### Аннотация

Мақолада ичидан суюқлик оқиб ўтаётган қовушқоқ-эластик қувурнинг чизиқсиз тебраниши масаласининг математик модели келтирилган. Масаланинг математик модели Бубнов-Галёркин усули ёрдамида оддий интегро-дифференциал тенгламалар системасига келтирилади. Сонли усулга кўра, номаълумларга нисбатан алгебраик тенгламалар системаси ҳосил бўлади. Ирсийлик ядроларидаги сингулярликнинг қовушқоқ-эластик хусусиятига эга бўлган конструкциялар тебранишига кўрсатадиган таъсири сонли жиҳатдан ўрганилди. Қувур тебранишига конструкция материали ёпишқоқ-эластик хусусиятининг таъсирини кўриш учун Абел типидagi кучсиз-сингуляр ядродан фойдаланиш зарурлиги аниқланган.

**Таянч сўзлар:** математик модель, ёпишқоқ-эластиклик, интегро-дифференциал тенглама, алгоритм, қувур.

## MODELING OF NONLINEAR VIBRATION PROBLEMS WITH FLUID FLOWS THROUGH PIPELINES

F.J.Turayev

### Abstract

In this paper, mathematical model of nonlinear vibration problems with fluid flows through pipelines have been developed. Using the Bubnov–Galerkin method for the boundary conditions, the resulting nonlinear integro-differential equations with partial derivatives are reduced to solving systems of nonlinear ordinary integro-differential equations with both constant and variable coefficients as functions of time. A system of algebraic equations is obtained according to numerical method for the unknowns. The influence of the singularity of heredity kernels on the vibrations of structures possessing viscoelastic properties is numerically investigated. It was found that the determination of the effect of viscoelastic properties of the construction material on vibrations of the pipeline with a flowing liquid requires applying weakly singular hereditary kernels with an Abel type singularity.

**Key words:** mathematical model, fluid flows integro-differential equation, algorithm, pipeline.

**Введение.** В настоящее время объекты сельского хозяйства, нефтегазовой промышленности, жилищно-коммунального хозяйства и другие часто сталкиваются с проблемами ремонта, реконструкции и восстановления металлических трубопроводов из-за воздействия на них различных внешних факторов. Одним из путей решения данной проблемы является применение современных, ресурсосберегающих, экологически безопасных технологий, к которым можно отнести использование неметаллических, в частности, полимерных композиционных материалов [1, 2].

Благодаря своим характеристикам трубы из композиционных материалов нашли широкое применение в таких сферах как ЖКХ, сельское хозяйство, нефтедобыча и энергетическая промышленность. Их используют при создании систем холодного и горячего водоснабжения для напорных и безнапорных систем бытовой и промышленной канализации, при строительстве трубопроводных систем ирригации и мелиорации, инженерных систем гидроэлектростанций и т.д.

Как известно, магистральные, технологические и про-

мысловые газонефтепроводы представляют собой сложные инженерные конструкции, проложенные во многих регионах России и ряда республик СНГ и эксплуатируемые в разнообразнейших природно-климатических условиях. Следует отметить, что подземные, наземные и подводные прокладки трубопроводов, подводные переходы, различные электрохимзащиты от коррозии, особенности технологии строительства и конструктивных решений создают широкий спектр параметров прочности, устойчивости различных участков трубопроводов. В связи с тем, что в настоящее время при строительстве магистральных трубопроводов широко применяются трубы, изготовленные из различных естественных и искусственных (композитных) материалов при сложных климатических условиях, от проектировщика требуется максимально правильно оценить свойства материала трубы [3].

Целью данной работы является создание математической модели, численного алгоритма и компьютерной программы для решения задачи о нелинейных колебаниях вязкоупругих тонкостенных трубопроводов большого диаметра на базе теории оболочек, применяемых в нефтегазовой отрасли промышленности, в сельском и водном хозяйстве в ЖКХ и других сферах.

**Постановка задачи и методы решения.** Рассмотрим поведение тонкой круговой вязкоупругой цилиндрической оболочки, внутри которой с постоянной скоростью движется идеальная жидкость. Скорость жидкости равна  $U$  и имеет направление, совпадающее с направлением оси  $Ox$ . Будем пользоваться обычными гипотезами Кирхгофа-Лява и полагая прогибы малыми по сравнению с толщиной. Используя предположения [4, 5] и полагая  $k_x=0$ ,  $k_y=1/R$ , уравнение колебаний вязкоупругой цилиндрической оболочки с учетом геометрической нелинейности имеет вид:

$$\begin{aligned} & \left(1-R^*\right)\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1-\mu}{2 R^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{1+\mu}{2 R} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta}+L_1(w)\right\}-\rho \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0, \\ & \left(1-R^*\right)\left\{\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}+\frac{1-\mu}{2} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{1+\mu}{2 R} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta}+L_2(w)\right\}-\rho \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0, \\ & D\left(1-R^*\right)^4 w+L_3^*(u, v, w)+\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=q, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U$  – цилиндрическая жесткость трубы;  $\mu$  – коэффициент Пуассона материала трубы;  $E$  – модуль упругости материала трубы;  $\rho$  – его плотность;  $R$  – радиус кривизны срединной поверхности;  $h$  – толщина стенки трубы;  $k_x, k_y$  – параметры кривизны;  $R^*$  – интегральный оператор вида:  $R^* \varphi(t)=\int_0^t R(t-\tau) \varphi(\tau) d \tau$ ;  $R(t-\tau)$  – ядро релаксации;  $t$  – время наблюдения;  $\tau$  – предшествующее моменту наблюдения время;  $L_1, L_2, L_3^*$  – дифференциальные и интегральные операторы:

$$\begin{aligned} L_1(w) &= -\frac{\mu}{R} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2 R^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2 R^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}, \\ L_2(w) &= -\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{R^3} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2 R} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2 R} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ L_3^*(u, v, w) &= \left(1-R^*\right) \frac{E h}{1-\mu^2} \left\{-\frac{\mu}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}-\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{w}{R^2}-\frac{\mu}{2 R} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2-\frac{1}{R^3} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)^2\right\}- \\ & -\frac{E h}{1-\mu^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left\{\frac{\partial w}{\partial x} \left(1-R^*\right) \left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\mu}{R} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{\mu w}{R}\right]+\frac{(1-\mu)}{2 R} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} \left(1-R^*\right) \left[\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]\right\}- \\ & -\frac{E h}{1-\mu^2} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} \left(1-R^*\right) \left[\mu \cdot \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta}-\frac{w}{R}\right]+\frac{(1-\mu)}{2} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \left(1-R^*\right) \left[\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]\right\}, \end{aligned}$$

$q$  – давление жидкости на стенку трубопровода.

Для полного сведения задачи к интегро-дифференциальному уравнению (1) необходимо добавить граничные и начальные условия.

Граничные условия будут иметь вид:

$$w=0, v=0, N_x=0, M_x=0, \text{ при } x=0, x=L$$

При интегрировании основных уравнений должны быть удовлетворены также следующие начальные условия, относящиеся к перемещениям и скоростям точек срединной поверхности оболочки:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, 0) &= \varphi_1(x, \theta), \dot{u}(x, \theta, 0) = \psi_1(x, \theta), v(x, \theta, 0) = \varphi_2(x, \theta), \\ \dot{v}(x, \theta, 0) &= \psi_2(x, \theta), w(x, \theta, 0) = \varphi_3(x, \theta), \dot{w}(x, \theta, 0) = \psi_3(x, \theta), \end{aligned}$$

где  $\varphi_i(x, \theta), \psi_i(x, \theta)$ , – заданные достаточно гладкие функции в области изменения своих аргументов.

Решение систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) в частных производных (1) при различных граничных условиях и при наличии сингулярных ядер наследственности представляет собой значительные математические трудности [6]. Поэтому естественным способом решения этих систем является дискретизация по пространственным переменным, и получение системы разрешающих нелинейных ИДУ относительно функций времени.

Приближенное решение системы (1) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{nm}(t) \cos \frac{n \pi x}{L} \sin (m \theta), \\ v(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{nm}(t) \sin \frac{n \pi x}{L} \cos (m \theta), \\ w(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{nm}(t) \cos \frac{n \pi x}{L} \sin (m \theta). \end{aligned} \quad (2)$$

где  $u_{nm}(t), v_{nm}(t), w_{nm}(t)$  – неизвестные функции времени.

Подставляя (2) в систему (1) и применяя метод Бубнова - Галёркина, получим систему ИДУ

$$\begin{aligned} & \ddot{u}_{kl} + \left(1-R^*\right) \left\{ \left( k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + \frac{1-\mu}{2} l^2 \delta^2 \right) u_{kl} - \right. \\ & - \frac{1-\mu}{2} k l \pi \gamma \delta^2 v_{kl} + \mu \delta^2 \gamma^2 k \pi w_{kl} + \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,j=1}^M \left( \frac{n i^2 \pi^2}{2} \gamma^3 \delta + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1-\mu}{2} \frac{n r^2}{2} \gamma \delta \right) \bar{\Delta}_{i k \ln m i r} w_{nm} w_{i r} - \frac{1+\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i m r}{2} \gamma \delta \bar{\Delta}_{2 k \ln m i r} w_{nm} w_{i r} \right\} = 0, \\ & \left(1+\Phi_{\alpha l}^*\right) \dot{w}_{kl} + \left(1-R^*\right) \left\{ \left( \frac{1}{12} \left[ k^2 \pi^2 \gamma^2 + l^2 \right]^2 + \delta^2 \right) w_{kl} + \right. \\ & + \pi \mu \gamma \delta^2 k u_{kl} - l \delta^2 v_{kl} - \frac{\delta}{4 \pi} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,j=1}^M m r \bar{\Delta}_{5 k \ln m i r} w_{nm} w_{i r} - \\ & \left. \frac{\pi \mu \gamma^2 \delta}{4} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n i \bar{\Delta}_{6 k \ln m i r} w_{nm} w_{i r} \right\} + \\ & + \frac{1-\mu}{4} \gamma \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M w_{nm} n \left(1-R^*\right) \left[ \gamma \pi i r v_{i r} - r^2 u_{i r} \right] \bar{\Delta}_{6 k \ln m i r} + \\ & + \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} \left(1-R^*\right) \left[ i r \mu \gamma u_{i r} - \frac{r^2}{\pi} v_{i r} + \frac{r}{\pi} w_{i r} \right] \bar{\Delta}_{5 k \ln m i r} + \\ & + \frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} \left(1-R^*\right) \left[ i r \gamma u_{i r} - \gamma^2 i^2 \pi v_{i r} \right] \bar{\Delta}_{5 k \ln m i r} - \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n w_{nm} (1-R^*) \left[ i r \mu \gamma^2 \pi v_{ir} - i^2 \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu \pi i \gamma^2 w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6k \ln mir} - \\
 & -\frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1-R^*) \left[ r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7k \ln mir} - \\
 & -\sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m^2 w_{nm} (1-R^*) \left[ i \mu \gamma u_{ir} - \frac{r}{\pi} v_{ir} + \frac{1}{\pi} w_{ir} \right] \frac{\delta}{2} \bar{\Delta}_{8k \ln mir} - \\
 & -\frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1-R^*) \left[ r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7k \ln mir} - \\
 & -\frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n^2 w_{nm} (1-R^*) \left[ i \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu r \gamma^2 \pi v_{ir} + \right. \\
 & \left. + \mu \gamma^2 \pi w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{8k \ln mir} - \delta^2 (M^*)^2 \gamma^2 M_E^2 k^2 \pi^2 \Phi_{\alpha I}^* w_{kl} = 0.
 \end{aligned}$$

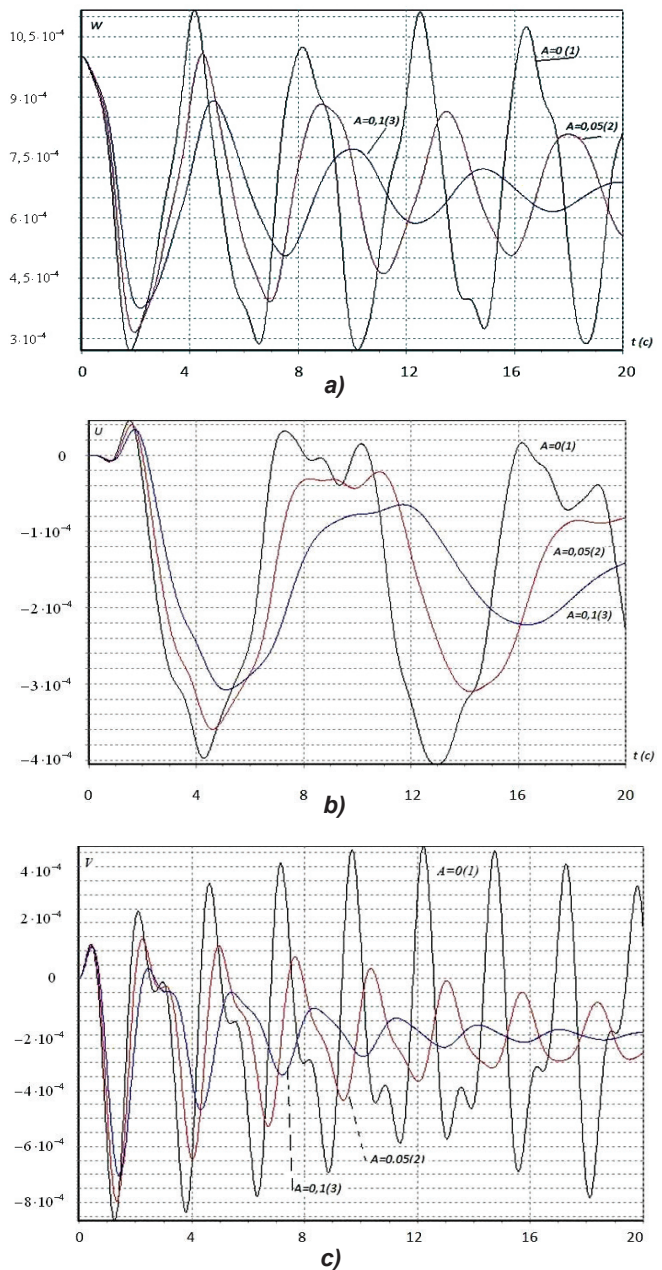
Здесь  $\delta = R/h$ ,  $\gamma = R/L$ ,  $M^* = U/V_\infty$ ,  $M_E = \sqrt{E/\rho V_\infty^2}$ .  
 $\bar{\Delta}_{1k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{2k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{3k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{4k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{5k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{6k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{7k \ln mir}$ ,  $\bar{\Delta}_{8k \ln mir}$  – безразмерные коэффициенты;  $V_\infty$  – скорость звука ( $i/\tilde{n}$ ).  
 $u_{nm}(0) = u_{0nm}$ ,  $\dot{u}_{nm}(0) = \dot{u}_{0nm}$ ,  $v_{nm}(0) = v_{0nm}$ ,  $\dot{v}_{nm}(0) = \dot{v}_{0nm}$ ,  
 $w_{nm}(0) = w_{0nm}$ ,  $\dot{w}_{nm}(0) = \dot{w}_{0nm}$ .

где  $u_{0nm}$ ,  $\dot{u}_{0nm}$ ,  $v_{0nm}$ ,  $\dot{v}_{0nm}$ ,  $w_{0nm}$ ,  $\dot{w}_{0nm}$  – известные константы.  
 Далее к системе ИДУ (3), описывающей нелинейные задачи о колебаниях вязкоупругих трубопроводов, применен численный метод [7-11], основанный на применении квадратурных формул. Интегрируя систему ИДУ (3) два раза по  $t$ , можно записать ее в интегральной форме и с помощью рационального преобразования исключим сингулярные особенности интегрального оператора  $R^*$ . Затем, полагая  $t = t_i$ ,  $t_i = i\Delta t$ ,  $i = 1, 2, \dots$  ( $\Delta t = const$  – шаг интерполяции) и заменяя интегралы квадратурными формулами трапеций для вычисления  $u_{iklm} = u_{iki}(t_i)$ ,  $v_{iklm} = v_{iki}(t_i)$  и  $w_{iklm} = w_{iki}(t_i)$  получим рекуррентные формулы, которые из-за громоздкости в данной работе не приводятся. Вычисления проводились для ядра Колтунова – Ржаницына:  $R(t) = A \cdot \exp(-\beta t) \cdot t^{\alpha-1}$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $A$  – параметр вязкости,  $\beta$  – параметр затухания;  $\alpha$  – параметр сингулярности, определяемый экспериментом. На основе разработанного алгоритма создан пакет прикладных компьютерных программ на языке Delphi.

**Численные результаты.** Численные расчеты выполнялись для трубопровода типа цилиндрической оболочки, при следующих значениях параметров:  $\mu = 0,32$ ,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$   $\text{кг/м}^3$ . На рис.1–4 приведены графики перемещений  $w$ ,  $u$ ,  $v$  в зависимости от времени  $t$  соответственно. Расчеты показали, что при решении данных задач в разложении метода Бубнова-Галеркина достаточно удерживать 10 первых гармоник ( $N=2$ ;  $N=5$ ), так как дальнейшее увеличение количества членов не оказывает существенного влияния на амплитуду колебания вязкоупругой цилиндрической оболочки.

На рис.1 сопоставлены кривые изменения во времени перемещений  $w$  (рис.1.a),  $u$  (рис.1.b),  $v$  (рис.1.c) средней точки упругой ( $A=0$  – кривая 1) и вязкоупругого трубопроводатипа цилиндрических оболочек ( $A=0,05, 0,1$  – кривые 2, 3). Как видно из рисунка, учет вязкоупругих свойств материала трубопровода приводит к затуханию колебательного процесса, при этом, хотя решения упругой и вязкоупругой задач в начальный период времени мало отличаются друг от друга, с течением времени вязкоупругие свойства оказывают существенное влияние.

Влияние реологического параметра  $a$  на колебательный процесс показано на рис.2, из которой видно, что уве-

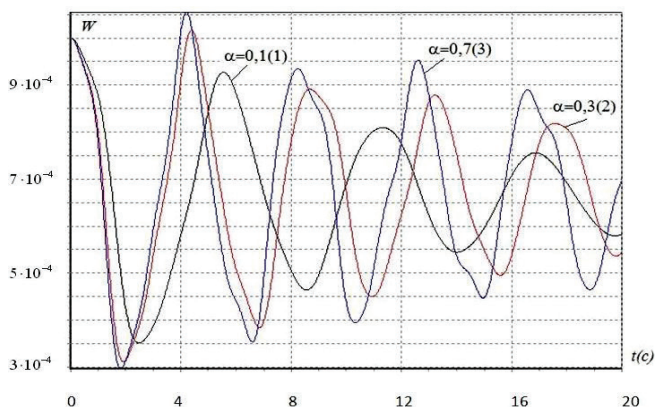


**Рис.1. (a,b,c) Зависимости перемещений от времени при  $A = 0(1)$ ,  $A = 0,05(2)$ ,  $A = 0,1(3)$ ;  $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $\gamma = 0,02$ ;  $\delta = 1,2$ ;  $\rho = 0,25$ ;  $E = 2 \cdot 10^6$ ;  $N = 2$ ;  $M = 5$ ;  $M_1 = 0,1$ .**

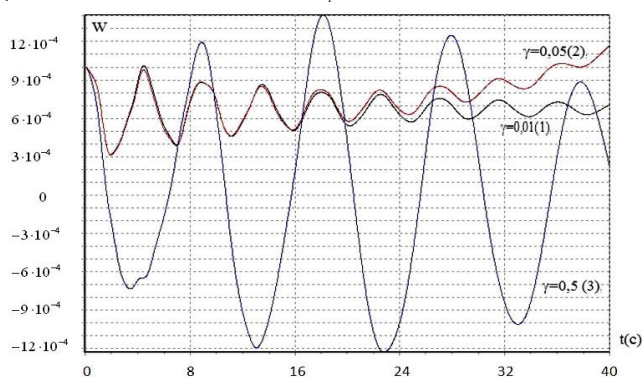
личение значений этого параметра приводит к увеличению амплитуды и частоты колебания.

Изучено также влияние геометрического параметра  $\gamma$ , равного отношению радиуса  $R$  к длине  $L$  трубопровода (рис.3). Вычисления проводились для вязкоупругих труб с относительной длиной  $\gamma = R/L$  изменяющихся в пределах от 0,01 до 0,5. Из рисунка видно, что увеличение этого параметра приводит к уменьшению частоты колебаний и одновременно к увеличению амплитуды изгибных перемещений  $w$  трубопровода.

На рис.4 изображены кривые зависимости прогиба  $w$  от времени вязкоупругого трубопровода при различных значениях параметра  $\delta = R/h$ . Расчеты проводились для оболочек с параметром  $\delta = 1,1(1)$ ;  $\delta = 1,5(2)$ ;  $\delta = 5(3)$ ;  $A = 0,05$ ;  $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,005$ ;  $\gamma = 0,02$ ;  $\rho = 7,8$ ;  $E = 2 \cdot 10^6$ ;  $M_1 = 0,1$ .

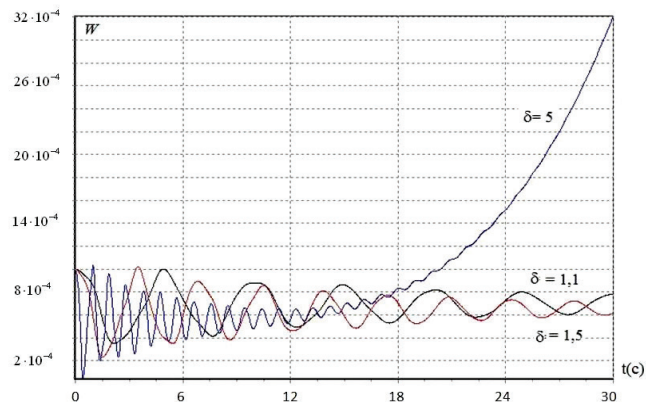


**Рис.2. Зависимость прогиба от времени при  $\alpha = 0,1(1), \alpha = 0,3(2), \alpha = 0,7(3)$ ;  $A = 0,05; \beta = 0,005; \gamma = 0,02; \delta = 1,2; \rho = 7,8; E = 2 \cdot 10^6; N = 2; M = 5; M_1 = 0,1$ .**



**Рис.3. Зависимость прогиба от времени при  $\gamma = 0,01(1), \gamma = 0,05(2), \gamma = 0,5(3)$ ;  $A = 0,05; \alpha = 0,25; \beta = 0,005; \delta = 1,2; \rho = 7,8; E = 2 \cdot 10^6; N = 2; M = 5; M_1 = 0,1$ .**

Анализ указанных кривых позволяет сделать вывод, что уменьшение толщины трубопровода способствует повышению частоты колебаний. На рис.4 наблюдается довольно заметное увеличение амплитуды прогиба тру-



**Рис. 4. Зависимость прогиба от времени при  $\delta = 1,1(1), \delta = 1,5(2), \delta = 5(3)$ ;  $A = 0,05; \alpha = 0,25; \beta = 0,005; \gamma = 0,02; \rho = 7,8; E = 2 \cdot 10^6; N = 2; M = 5; M_1 = 0,1$ .**

бопровода в случае  $\delta=5$  (кривая 3).

**Выводы.** Алгоритм предлагаемого метода позволяет детально исследовать влияние реологических параметров вязкости на характер колебательной устойчивости вязкоупругих трубопроводов, в частности, при исследовании свободных колебаний трубопроводов на базе теории идеально-упругих оболочек.

При моделировании линейных и нелинейных задач исследован ряд новых динамических эффектов:

- установлено, что учет вязкоупругих свойств материала трубопровода приводит к уменьшению амплитуды и частоты колебаний на 20-40%;
  - выявлено, что увеличение толщины трубопровода (с уменьшением параметра  $\delta$ ) приводит к уменьшению амплитуды колебаний;
  - показано, что увеличение геометрического параметра  $\gamma$  приводит к увеличению амплитуды и частоты колебаний;
- Полученные результаты численного моделирования могут быть использованы в предприятиях нефтегазовой отрасли, а также проектными организациями.

#### Список использованной литературы:

1. Аношкин А.Н., Зуйко В.Ю., Иванов С.Г. Расчет напряженно-деформированного состояния и прогнозирование прочности полимерных армированных труб газового назначения // Вестник СамГУ. Естественно-научная серия. – Самара, 2007. – № 6(56). – С. 419-426.
2. Ягубов Э.З., Цахадая Н.Д., Якубов З.Х. Многоканальные трубопроводы для транспортировки нефтегазовых сред и восстановление изношенных нефтегазопроводов // Научные труды. – Москва, 2013. – № 1. – С. 57-63.
3. Гаджиев В.Дж., Расулова С.Р., Джафаров Х.Г. Свободное колебание прямоугольного участка неоднородного трубопровода, лежащего на двухконстантном основании // Нефтегазовое дело. – Уфа, 2015, Т. 13. – № 4. – С. 137-141.
4. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. – Москва, Наука. 1979. – 320 с.
5. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций. – Москва, Наука. Физматлит, 1997. – 272 с.
6. Мирсаидов М.М., Султонов Т.З., Ишматов А.Н., Юлдошев Б.Ш. Решение задач о нелинейных колебаниях для грунтовых плотин разложением по собственным формам колебаний // Журнал «Irrigatsiya va Melioratsiya». – Ташкент, 2017. – № 2(8). – С. 32-37.
7. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. – Ташкент, Мехнат, 1987. – 269 с.
8. Худаяров Б.А., Бандурин Н.Г. Нелинейный флаттер вязкоупругих ортотропных цилиндрических панелей // Математическое моделирование. – Москва, РАН, 2005. Том 17. – № 10. – С. 79-86.
9. Бадалов Ф.Б., Худаяров Б.А., Абдукаримов А. Исследование влияния ядра наследственности на решение линейных и нелинейных динамических задач наследственно-деформируемых систем // Проблемы машиностроения и надежности машин. – Москва, Российская академия наук, 2007. – №4. – С. 107-110.
10. Khudayarov, B.A. Flutter Analysis of Viscoelastic Sandwich Plate in Supersonic Flow. ASME 2005 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, USA, IMECE2005-80156 (2005).
11. Khudayarov, B.A. Flutter of a viscoelastic plate in a supersonic gas flow. International Applied Mechanics. Netherlands. 46, (2010). – pp. 455-460.