УДК: 539.3:624.131.439.4

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУНТОВ И МЕТОДЫ ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

К.С. Султанов – д.ф.-м.н., профессор, П.В. Логинов – м.н.с., З.Р. Салихова – м.н.с.
Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз

Аннотация

Предложен метод определения деформационных характеристик грунтов при динамических нагружениях, основанных на результатах экспериментов по динамическому сжатию грунтов на установке динамических нагружений в лабораторных условиях и решении волновой задачи, постановка которой идентична постановке эксперимента. С использованием предложенного метода определены модули динамического и статического сжатия, модуль разгрузки, коэффициент вязкости лессового грунта в диапазоне сейсмических нагрузок в соответствии с упруго-вязкопластической моделью грунта, разработанной Г.М. Ляховым.

Ключевые слова: грунт, динамика, статика, сжатие грунтов, упругость, пластичность, вязкость, лабораторный эксперимент.

ГРУНТЛАРНИНГ ДЕФОРМАЦИЯЛАНИШ ХУСУСИЯТЛАРИНИ БЕЛГИЛОВЧИ КАТТАЛИКЛАР ВА УЛАРНИ АНИҚЛАШ УСУЛЛАРИ

К.С. Султанов, П.В. Логинов, З.Р. Салихова

Аннотация

Динамик юкланишлар таъсиридан грунтларнинг деформацияланиш хусусиятларини аниқлаш усули таклиф этилган. Усул лаборатория шароитида ўтказиладиган грунтларнинг динамик деформацияланиши бўйича тажрибалар натижаларига ва тажрибага мос равишда қўйилган тўлқин тарқалиш масаласининг ечимларига асосланади. Ушбу усул асосида, сейсмик кучланишлар учун лессимон грунтларнинг динамик ва статик деформацияланиш модуллари, юксизланиш модули, ёпишқоқлик коэффициенти Г.М. Ляхов томонидан ишлаб чиқилган эластик-ёпишқоқ пластик модели асосида аниқланган.

Таянч сўзлар: грунт, динамика, статика, грунтларнинг сиқилиши, эластиклик, пластиклик, қовушқоқлик, лаборатория тажрибалари.

STRAIN CHARACTERISTICS OF SOIL AND METHODS OF THEIR DETERMINATION

K.S. Sultanov, P.V. Loginov, Z.R. Salikhova

Abstract

The method to define strain characteristics of soil under dynamic loading is proposed based on the results of experiments on dynamic compression of soils on the device for dynamic loading in laboratory conditions; the method allows solving wave problems with the statement similar to the statement of experiments. Using the proposed method, the modulus of dynamic and static compression, the modulus of unloading, the coefficient of viscosity of loess soil in the range of seismic loads are determined in accordance with elastic-visco-plastic model of soil developed by G.M.Lyakhov.

Key words: soil, dynamic, static, compression of soils, elasticity, plasticity, viscosity, laboratory experiment.

1. Состояние вопроса и цель работы. Сложность определения деформационных характеристик грунтов обусловлена широким разнообразием их видов, типов, структуры, состава, модели деформирования [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Деформационные характеристики грунтов чувствительны к видам нагрузки, т.е. значения деформационных характеристик значительно зависят от скорости нагружения [1, 2, 3]. Определению механических характеристик грунтов посвящено много работ. В [1, 2, 3] также рассмотрены методы определения в целом механических характеристик грунтов по результатам лабораторных и натурных экспериментов динамического сжатия грунтов. При этом, определение механических характеристик грунтов непосредственно связано с конкретным законом деформирования грунтов. Экспериментальному определению механических характеристик грунтов, на основе конкретных законов их деформирования, при статических и динамических нагружениях посвящены работы [1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11]. В [1, 2, 3, 7] механические характеристики грунтов определены на основе линейных законов деформирования грунтов, а в [8, 9, 10, 11, 13, 14, 15], на основе нелинейных уравнений состояния грунтов.

Следуя [1, 2, 3], в работе рассмотрен экспериментально-теоретический метод определения деформационных характеристик мягких грунтов на основе конкретной модели деформирования грунтов и результатов экспериментов на установке динамических нагружений УДН-150 в лабораторных условиях. Целью работы является раз-

работка единого теоретико-экспериментального метода определения деформационных характеристик грунтов, основанного на теоретическом и экспериментальном определении диаграммы сжатия грунтов при статическом и динамическом нагружении.

2. Сущность метода и его составляющие. В [1, 2] на основе лабораторных экспериментов на установках УДН-100 и УДН-150 были определены механические характеристики песчаных грунтов, суглинков, плотных глин с ненарушенной и нарушенной структурой. Для определения механических характеристик лессовых грунтов, которые широко распространены в сейсмоопасных регионах, была приобретена функционирующая установка УДН-150 из Института Прикладной Механики Российской Академии Наук Институтом механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз. Конструкция УДН-150 (далее УДН), принцип её работы подробно описаны в [1, 2]. В грунтоприёмную камеру УДН размещается цилиндрический образец грунта ненарушенной или нарушенной структуры диаметром 150 мм и высотой 30 мм. Образец грунта, подвергается статической или динамической нагрузке через верхний поршень, а нижняя плоскость грунтоприёмной камеры неподвижна. УДН работает по принципу компрессионного прибора, где образцы грунтов испытываются статическим сжатием.

Предлагаемый метод определения механических характеристик грунтов базируется на двух составляющих: на результатах опытов и численного решения теоретической задачи адекватной постановки эксперимента. Первая составляющая получается проведением опытов в лабораторных условиях. Здесь важна достоверность полученных экспериментальных диаграмм сжатия. Достоверность опытных данных определяется статистической обработкой результатов опытов, как случайных величин. Экспериментальная основа (первая составляющая) предлагаемого метода должна гарантировать статистическую обработку опытных данных, то есть эти опытные данные должны быть результатами серийных, многократных экспериментов. Последнее обстоятельство обусловливает то, что первую составляющую метода целесообразно создавать в лабораторных условиях.

Вторая составляющая основывается на уравнении состояния грунта, где главным требованием является адекватность выбранной модели грунта процессу деформирования грунта в опытах. Поэтому правильный выбор модели грунта играет важную роль во всех методах по определению механических характеристик грунтов.

Сущность предлагаемого метода заключается в том, что используя замкнутую систему уравнений движения с выбранной моделью деформирования грунта теоретическим путем из решения соответствующей к постановке эксперимента задачи определяется зависимость $\sigma_1(\varepsilon_1)$, то есть диаграмма сжатия грунта, где σ_1 - продольное (осевое) сжимающее напряжение, (ε_1) - продольная деформация, которые принимаются положительными.

Далее используя приближенные значения параметров уравнения состояния грунта (модели), определенные из результатов опытов традиционным путем на основе решения волновой задачи строится теоретическая диаграмма $\sigma_1(\varepsilon_1)$. Сопоставляя теоретические и экспериментальные диаграммы $\sigma_1(\varepsilon_1)$ корректируются значения параметров модели, то есть механические характеристики грунтов. После нескольких приближений достигается достаточная и необходимая точность совпадения опытных и расчетных диаграмм $\sigma_1(\varepsilon_1)$.

Таким образом, предложенный метод определения механических характеристик грунтов, основан на результатах опытов и на решении теоретической задачи, описывающей эксперимент. Точность данного метода обусловлена тем, что он включает в себя известные традиционные методы определения механических характеристик грунтов, и на их основе определяются уточненные значения механических характеристик грунтов. Главным отличием рассматриваемого метода от существующих является то, что, в результате, механические характеристики грунтов определяются из решения системы уравнений движения грунта, адекватной процессу деформирования грунта в эксперименте. До настоящего времени механические характеристики грунтов определялись непосредственно из опытных результатов путем несложных геометрических операций.

Определение деформационных характеристик грунтов на основе решения уравнений движения и деформирования грунтов повышает достоверность значений этих параметров, так как в этом случае рассматривается весь процесс деформирования грунта и теоретически и экспериментально.

3. Постановка эксперимента и теоретической задачи. Динамическая нагрузка, действующая на образец грунта, размещенного в УДН, создается сбрасыванием груза определенной массы с некоторой высоты по направляющим стержням.

Описание измерительных датчиков и методика проведения опытов и методы статистической обработки результатов экспериментов подробно приведены в [1, 2].

Сжатие грунта на УДН осуществляется по следующей схеме: на слой грунта, лежащего на жесткой неподвижной плоскости, действует динамическая нагрузка. Процесс деформирования грунта в установке одномерный, так как нагрузка равномерно действует по всей верхней плоскости слоя грунта.

Теоретическая задача основывается на модели упруго-вязкопластической среды, предложенная в [3] и имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\varepsilon}{dt}+\mu\varepsilon=\frac{d\sigma}{E_D dt}+\mu\frac{\sigma}{E_S} \text{ при } \frac{d\sigma}{dt}>0,\ \frac{d\varepsilon}{dt}>0;\\
&\frac{d\varepsilon}{dt}+\mu\varepsilon=\frac{d\sigma}{E_R dt}+\mu\sigma\left(\frac{1}{E_S}-\frac{1}{E_D}+\frac{1}{E_R}\right)+\mu\sigma_m\left(\frac{1}{E_D}-\frac{1}{E_R}\right) \text{при } \frac{d\sigma}{dt}<0,\ \frac{d\varepsilon}{dt}>0;\\
&\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{d\sigma}{E_R dt} \text{ при } \frac{d\sigma}{dt}<0,\ \frac{d\varepsilon}{dt}<0;
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где E_D - модуль динамического сжатия грунта, E_s - модуль статического сжатия грунта, E_R - модуль разгрузки, μ - параметр вязкости, который связан с коэффициентом вязкости соотношением

$$\mu=\frac{E_D E_S}{\eta(E_D-E_S)} \quad (2)$$

где η - коэффициент вязкости грунта при изменении его объема, σ_m – максимальное напряжение в частице грунта.

В (1) напряжение σ и деформация ε соответствуют напряжениям σ_1 и деформациям ε_1 в опытах, для упрощения записи в (1) индексы опущены. Деформация ε, применительно к опытам на УДН, однозначно определяет изменение объема слоя грунта, поэтому она может рассматриваться как объемная деформация, а σ - как давление, в этом случае σ =-P, где P - давление. Отсюда следует, что уравнение состояния грунта (1) - это закон изменения шаровой части тензора напряжения, то есть закон объемного деформирования грунта. Объемная деформация

ε и массовая скорость v, при сжатии грунта считаются положительной.

Из (1) и (2) видно, что в этом случае основными деформационными или механическими характеристиками грунтов являются E_D, E_S, E_R и μ или η. Отсюда, основной задачей является достоверное определение значений этих характеристик грунта на основе результатов экспериментов, приведенных выше.

До настоящего времени значения перечисленных выше или других (на основе других уравнений состояния грунтов) механических характеристик грунтов определялись непосредственно, по результатам опытов, используя диаграммы сжатия грунтов [1, 2, 3, 4].

Для определения механических характеристик грунтов из решения задач о динамическом сжатии грунта на УДН, необходимо решить уравнение движения грунта, которое имеет вид:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0; \qquad (3)$$

где ρ_0 - начальная плотность грунта, v - скорость частиц грунта при сжатии.

Уравнение одномерного движения грунта (3) в УДН последовательно замыкается уравнениями состояния грунта (1). В замкнутой системе уравнений (3), (1) неизвестными являются σ, ε и v которые являются параметрами волн в грунте, начальные условия задачи являются нулевыми.

Граничные условия задачи, соответствующие постановке эксперимента, следующие: при $x = 0$ на верхнюю плоскость слоя грунта в УДН действует нагрузка $\sigma=\sigma(t)$ посредством движения верхнего поршня; при $x = x_*$ неподвижен нижний поршень, то есть $v=0$.

Математическая формулировка граничных условий имеет следующий вид

$$\begin{aligned} &\sigma = \sigma(t) \text{ при } x = 0, 0 < t < t_*; \\ &\sigma = 0 \text{ при } x = 0, t > t_*; \\ &v = 0 \text{ при } x = x_* \end{aligned} \qquad (4)$$

На фронте падающей волны выполняется условие:

$$\langle\sigma\rangle = 0, \langle\varepsilon\rangle = 0, \langle v\rangle = 0 \text{ при } x = ct \qquad (5)$$

где c скорость распространения продольных волн в грунте, $\langle\sigma\rangle, \langle\varepsilon\rangle, \langle v\rangle -$ скачки параметров волн.

В уравнениях состояния (1) линия фронта $x=ct$ и линии всех других фронтов являются прямыми линиями. Это вытекает из линейности уравнений, составляющих закон деформирования грунта (1).

Таким образом, процесс динамического деформирования грунта, размещенного в УДН, описывается системой уравнений (1), (3). Решив эту систему уравнений с граничными условиями (4), (5) и нулевыми начальными условиями, можем определить параметры волновых процессов, происходящих при проведении экспериментов на УДН. Решения рассматриваемой задачи получены методом характеристик, с последующим применением численного метода конечных разностей по неявной схеме[4].

4. Результаты опытов, полученных на установке динамических нагружений. Опыты на УДН проводились с лессовыми грунтами нарушенной структуры. После тщательной тарировки измерительных датчиков они устанавливались на УДН. Далее образцы грунта размещались в грунтоприемной камере установки и тщательно, равномерно уплотнялись. Перед проведением опытов, измерялись и определялись удельная масса ρ_0, влажность W и грансостав грунта. В опытах эти характеристики грунтов были практически одинаковыми и имели следующие значения - $\rho_0 = 1500$ *кг/м*^{3}, $W=14\%$. Грансостав грунта мелкозернистый с диаметром зерен *0,05 мм*. Образцы грунта подвергались динамическому нагружению сбрасыванием груза весом *1,05 кН* с высоты *10 см*. После нагружения (испытания) образец грунта, заменялся новым, и опыт повторялся. Повторность одинаковых опытов была тридцатикратной.

В результате серии экспериментов при одинаковых нагружениях было получено 120 записей осевых напряжений $\sigma_1(t)$, которые записывались четырьмя датчиками напряжения. Общее количество записей осевых деформации $\varepsilon_1(t)$, произведенных тремя датчиками деформации при одинаковых нагружениях равняется 90. Записи боковых напряжений $\sigma_2(t)$ по показаниям двух датчиков при одинаковых нагружениях равны 60. Имеется также 30 записей изменения напряжения по времени, полученных по показаниям силового стакана.

Полученные записи показаний датчиков введены в ЭВМ. Определение фактических значений напряжений σ_1, σ_2 деформаций ε_1 производились умножением на соответствующие значения тарировочных коэффициентов с помощью ЭВМ.

Статические эксперименты также проводились в лабораторных условиях на УДН, для проведения которых установка подготавливалась к работе также, как и при динамических экспериментах. Здесь меняется только нагрузка, действующая на грунт, которая создавалась с помощью гидравлического пресса. Значение нагрузки контролировалось с помощью манометра в гидропрессе. Максимальная нагрузка, действующая на образец грунта, ограничивалась *0,5-0,6МПа*, исходя из результатов динамических опытов.

Полученные опытные зависимости $\sigma_1(t)$, $\sigma_2(t)$, $\varepsilon_1(t)$, $\sigma_1(\varepsilon_1)$ при динамических и статических нагружениях позволяют обработать их методами математической статистики. Отметим, что повторность опытных данных существенно повышает достоверность полученных результатов экспериментов. Этому же способствует статистическая обработка результатов опытов, еще больше повышающая их достоверность [1, 2].

Значения математического ожидания для выборок (среднеарифметическое значение опытных данных) и для рассмотренных моментов времени динамических опытов (кривая 1) и статических опытов(кривая 2) приведены на рис.1.

В целях упрощения на рис.1. не показаны доверительные интервалы для математического ожидания в виде вертикальных и горизонтальных линий или четырехугольников.

Разброс опытных данных составляет 10-15%, что вполне допустимо для опытов по динамическому нагружению образцов грунтов [1, 2].

5. Определение механических характеристик лессового грунта на основе закона упруговязкопластической среды. Из диаграммы сжатия грунта (рис.1), на основе уравнений состояния грунта (1) определяем обычным путем [1, 2, 3], параметры модели, т.е. механические характеристики грунтов.

Согласно опытным диаграммам сжатия лессового грунта, приведенных на рис.1, $E_D = 140\,кг/см^2 = 14\,МПа$. В действительности значение модуля динамического сжатия не является истинным, так как истинное значение модуля динамического сжатия должно соответствовать динамическому сжатию грунта при скорости деформирования $d\varepsilon_1/dt \to \infty$. В нашем же случае в опытах $d\varepsilon_1/dt$ равнялась 1 сек$^{-1}$, поэтому значение модуля динамического

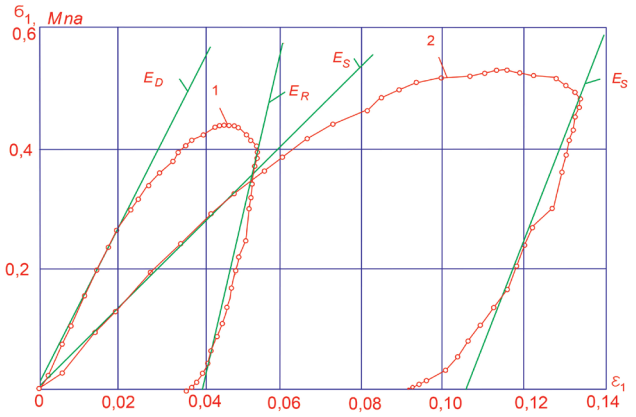

Рис.1. Экспериментальные зависимости продольного напряжения от деформации

сжатия E_D в данном случае является приближенным. Более точно значение E_D можно определить, используя прибор ИСЗУ (измеритель скорости распространения и затухания ультразвуковых сигналов). Прибор ИСЗУ позволяет с достаточно удовлетворительной точностью измерять скорость распространения продольных ультразвуковых волн в образце грунта. В табл.1 приведены результаты этих измерений, выполненных в лабораторных условиях для лессовых грунтов.

Скорости продольных волн в образце лессового грунта определялись при частоте ультразвуковых волн 32-35 кГц. Весовая плотность и влажность грунта определялись стандартными методами [1, 2, 3]. В таблице 1 приведены, значения E_D определенные по формуле:

$$E_D = \rho_0 c^2 / g \qquad (6)$$

где g - ускорение силы тяжести. Значение E_D по формуле (6) примерно в 7,3 раза больше (при $W=14,6$ % $\rho_0=1500$кг/м^3), чем значение E_D, определенное по результатам опытов (рис.1). Это объясняется существенным отличием скоростей деформирования в опытах на УДН и приборе ИСЗУ. Поэтому значения E_D, определенные с использованием ИСЗУ, ближе к истинному значению E_D - модуля динамического сжатия лессовых грунтов.

Из данных табл.1. видно, что с увеличением влажности грунта значения c и, следовательно, E_D, увеличиваются, они не противоречат общеизвестным результатам исследований [3].

Однако, согласно данным табл.1, в некоторых случаях увеличение плотности грунта приводит к уменьшению скорости продольных волн в грунте. Эти данные противоречат общепринятым закономерностям распространения волн в сплошных средах. Поэтому этот необъяснимый фактор отнесем к разбросу результатов измерений.

Используя приближенные экспериментальные значения механических характеристик грунтов, определенные из результатов опытов, то есть $E_D=14$ МПа, $E_S = 6,5$ МПа, $E_R= 28,6$ МПа, $\mu=100c^{-1}$, $\gamma = E_D/E_S=2,154$, $\beta=E_D/E_R=0,5$, на основе решения задачи, адекватной постановке эксперимента, построим теоретические зависимости $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$,$\sigma(\varepsilon)$. При решении теоретической задачи за нагрузку, действующую на верхнюю поверхность грунтового слоя, при $x = 0$ (верхний поршень УДН), принята экспериментальная зависимость $\sigma(t)$, согласно опытным изменениям напряжения по времени $\sigma_{max} = 0,441$ МПа, $t = 0,1$ сек. Далее варьируя значениями E_S,E_D и μ можно добиться достаточно хорошего совпадения $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$, $\sigma(\varepsilon)$.

Таблица 1

Определение модуля динамического сжатия грунтов

Вариант опыта	Плотность грунта ρ_0, кг/м^3	Скорость распространения волн с, м/сек	Модуль динамического сжатия грунта E_D,МПа	Влажность грунта W, %
1	1500	260,0	103,3	14,6
2	1600	270,0	116,0	14,6
3	1700	287,0	143,0	14,6
4	1800	277,0	141,0	14,6
5	1900	266,0	137,0	14,6
6	2000	238,1	115,7	14,6
7	1500	250,0	187,1	28,0
8	1600	316,4	163,5	28,0
9	1700	352,1	215,0	28,0
10	1800	341,3	214,0	28,0
11	1900	363,6	256,0	28,0

При значениях $E_S=8,3$ МПа, $E_D=20,75$ МПа, $\mu=200c^{-1}$ $\beta=0,5$, $\gamma = 2,5$, $c=116,5$ м/с. проведены численные расчеты, результаты которых при этих исходных данных и эксперимента, приведены на рис.2. В этом случае опытные и расчетные зависимости (кривая 1-эксперимент, кривая 2-теория) имеют удовлетворительное совпадение. Их расхождение составляет около 10%, это достаточно хорошее совпадение экспериментальных и теоретических результатов. Добиться такого совпадения удалось в результате варьирования (уточнения) первоначальных механических характеристик грунтов, непосредственно определенных по результатам экспериментальных данных. Как показывают результаты вышеприведенных исследований, первоначальные значения механических характеристик грунтов были неточны. Они могут быть уточнены в результате их сравнения с теоретическими расчетными данными.

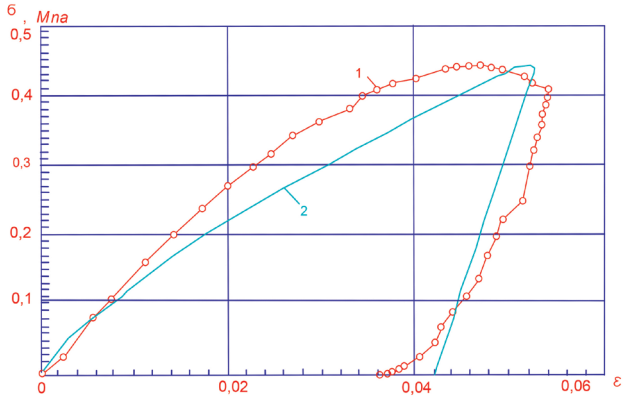

Рис.2. Сопоставление экспериментальной (кривая 1) и теоретической (кривая 2) диаграмм сжатия грунта

В таблице 2 приведены ориентировочные значения механических характеристик лессового грунта, определенные по результатам экспериментов, и уточненные их значения, полученные методом последовательных приб-

лижений, предлагаемой в настоящей работе.

Из таблицы 2 видно, что ориентировочные и уточненные механические характеристики лессовых грунтов отличаются друг от друга - от 16 до 900%. Эти данные получены при проведении опытов в лабораторных условиях. Результаты же экспериментов, проведенных в полевых, натурных условиях будут иметь еще большее расхождение с теоретическими, так как в последнем случае постановка самих опытов является приближенной. Следовательно, применить статистические методы при обработке результатов данных опытов невозможно.

Таблица 2

Сравнение значений механических характеристик лессового грунта

Механические характеристики лессового грунта	Ориентировочные значения	Уточненные значения	Разность в %
Модуль статического сжатия E_S, *МПа*	6,5	8,3	27,7
Модуль динамического сжатия E_D, *МПа*	14,0	20,75	48,2
Модуль разгрузки E_R, *МПа*	28,6	41,5	31,1
Параметр вязкости μ, *сек*$^{-1}$	20	200	900,0
Скорость продольных волн с, м/с	100	116,5	16,5
Плотность ρ, *кг/м*^{3}	1500	1500	-
$\gamma = E_D/E_S$	2,154	2,5	16
$\beta = E_D/E_R$	0,5	0,5	-

Результаты исследований, приведенные в табл.2. показывают, что предлагаемая в данной работе методика существенно улучшает определение значений механических характеристик грунтов.

Таким образом, сопоставляя результаты экспериментальных и теоретических исследований по динамическому сжатию образцов грунтов, можно с достаточной точностью определить значения механических характеристик грунтов.

Выводы. На установке динамических нагружений (УДН), разработанный и ИП Мех РАН, проведены серии лабораторных экспериментов и определены диаграммы сжатия лессовых грунтов $\sigma_1(\varepsilon_1)$ при динамических и статических нагружениях.

На основе экспериментальных диаграмм сжатия грунтов $\sigma_1(\varepsilon_1)$ установлено, что при относительно небольших $\sigma_{1\max} = 0,5\,МПа$ нагрузках лессовые грунты при деформировании проявляют вязкие и пластические свойства и эти свойства описываются вязкопластической моделью Г.М. Ляхова. Определены параметры вязкопластической модели из результатов опытов, как механические характеристики лессовых грунтов по предложенному методу.

Получено численное решение волновой задачи, постановка которой идентично постановке эксперимента на УДН. Сопоставлением экспериментальной и теоретической диаграммы сжатия грунта, методом последовательных приближений получены уточненные значения деформационных характеристик лессового грунта на основе упруго-вязко-пластической модели грунта Г.М. Ляхова.

Показана что приближенные и уточненные значения деформационных значений грунта в данном случае отличаются на 16-900%.

Список использованной литературы:

1. Рыков Г.В., Скобеев А.М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. – М.: Наука, 1978. – 168 с.
2. Кулинич Ю.В., Нарожная З.В., Рыков Г.В. Механические характеристики песчаных и глинистых грунтов с учетом их вязкопластических свойств при кратковременных динамических нагрузках. – Препринт №69, ИПМ АН СССР, 1976. – 66 с.
3. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982. – 238 с.
4. Султанов К.С. Волновая теория сейсмостойкости подземных сооружений. – Ташкент: Фан, 2016. – 392 с.
5. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Разработка теоретических основ для оценки динамики грунтовых плотин с учетом их взаимодействия с жидкостью и волновым уносом энергии от сооружения к основанию. // Журнал «Irrigatsiya va Melioratsiya». – 2016. – № 2. – С. 32-38.
6. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Оценка динамического состояния грунтовых плотин с учетом нелинейных и вязкоупругих свойств материала // Журнал «Irrigatsiya va Melioratsiya», – Ташкент, 2015. – № 1. – С. 72-77.
7. Вовк А.А., Кравец В.Г., Ляхов Г.М., Плаксий В.А., Салицкая В.И., Султанов К.С. Экспериментальное определение параметров взрывных волн и вязкопластических характеристик грунта // Прикладная механика. – Киев, 1977. – Т.XIII. № 7. – С. 96-103.
8. Султанов К.С., Ким В.Ю. Экспериментальные исследования закономерности продольного взаимодействия протяженных подземных сооружений с грунтом // ФТПРПИ. – Новосибирск, 1986. – № 1. С. 56-62.
9. Султанов К.С. Закономерности взаимодействия подземных сооружений с грунтом при их относительном сдвиге // журнал Прикладная механика. – Киев, 1993. – Том 29. – № 3. С. 60-68.
10. Султанов К.С., Баходиров А.А. Законы сдвигового взаимодействия подземных сооружений с грунтами и их анализ // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2016. – № 2. С. 5-10.
11. Султанов К.С. Математическая модель взаимодействия твердых тел с грунтом при их относительном сдвиге // ПМТФ. – 1993. – № 1. – С. 40-48.
12. Григорян С.С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород // ПММ. – 1967. – Т31. – № 4. – С. 643-669
13. Баходиров А.А., Султанов К.С. Волны в вязкоупругом стержне, окруженном грунтовой средой, при плавном нагружении // МТТ. – 2014. – № 3. – С. 132-144.
14. Баходиров А.А., Исмоилова С.И., Султанов К.С. Динамическое деформирование контактного слоя при сдвиговом взаимодействии тела с грунтом // ПММ. – 2015. – Т.79. вып.6. – С. 839-852.
15. Латищенко В.А. Диагностика жесткости и прочности материалов. – Рига: Зинатне, 1968. – 320 с.