

УДК 519.71(575.1)

ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ МОНИТОРИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Мухамедиева Д.Т.

д.т.н., проф., ведущий научный сотрудник Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском университете информационных технологий, тел.: +(99895) 195-47-52, e-mail: dilnoz134@rambler.ru

Ниёзматова Н.А.

старший научный сотрудник-исследователь Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском университете информационных технологий, тел.: +(99893) 506-26-22, e-mail: n_nilufar@mail.ru

Рассматривается процесс построения нечеткой модели мониторинга с использованием многокритериального генетического алгоритма, который позволяет оптимизировать комбинацию целевых функций и таким образом получить несколько наборов недоминируемых нечетких правил классификации. Полученные наборы нечетких правил являются приближением к Парето оптимальному множеству решений многокритериального генетического алгоритма. Множество наборов нечетких правил позволяет в каждом конкретном случае отобрать наиболее приемлемое решение с точки зрения соотношения между точностью и интерпретируемостью нечеткой модели классификации. На конкретном примере показаны результаты работы многокритериального генетического алгоритма.

Ключевые слова: нечеткая модель мониторинга, многокритериальный генетический алгоритм, нечеткое правило, целевая функция.

CONSTRUCTION OF FUZZY MODEL OF MONITORING WITH USING OF MULTICRITERION GENETIC ALGORITHM

Muhamediyeva D.T., Niyozmatova N.A.

Considered the process of constructing a fuzzy model monitoring using multi-criteria genetic algorithm. Multi-criteria genetic algorithm to optimize the combination of the objective functions, and thus get a few sets of non-dominated fuzzy classification rules. These sets of fuzzy rules are approaching the Pareto optimal solution set of multi-criteria genetic algorithm. A plurality of sets of fuzzy rules allows in each case to select the most appropriate solution in terms of the relation between the precision and interpretability fuzzy classification model. In the particular example shows the results of the multi-criteria genetic algorithm.

Keywords: fuzzy model of monitoring, multi-criteria genetic algorithm, fuzzy rule, the objective function.

КЎП МЕЗОНЛИ ГЕНЕТИК АЛГОРИТМДАН ФОЙДАЛАНГАН ҲОЛДА МОНИТОРИНГНИНГ НОРАВШАН МОДЕЛИНИ ҚУРИШ

Мухамедиева Д.Т., Ниёзматова Н.А.

Кўп мезонли генетик алгоритмдан фойдаланган ҳолда мониторингнинг норавшан моделини қуриш кўриб чиқилган. Кўп мезонли генетик алгоритм мақсад функция комбинациясини муқобиллаштириш ва шу орқали синфлаштиришнинг устун бўлмаган норавшан қоидаларининг бир нечта тўпланими олиш имконини беради. Олинган норавшан қоидалар тўплами кўп мезонли генетик алгоритм ечимларини Парето муқобил тўпламига яқинлаштириш ҳисобланади. Норавшан қоидалар тўплами синфлаштиришнинг аниқ ва интерпретацияланган норавшан моделлари муносабатлари нуктаи назаридан энг мақбул ечимни танлаб олиш имконини беради. Кўп мезонли генетик алгоритм ишлашининг натижалари аниқ мисоллар орқали кўрсатилган.

Таянч иборалар: мониторингнинг норавшан модели, кўп мезонли генетик алгоритм, норавшан қоида, мақсад функция.

1. Введение

Возможность представления знаний, содержащихся в данных, в понятном для пользователя виде является одним из основных преимуществ нечетких моделей в

сравнении с другими нелинейными системами, такими как, например, нейронные сети. Построение нечеткой модели классификации на основе имеющегося набора данных позволяет получить решение задачи классификации в виде

интерпретируемого набора нечетких «если-то» правил. Однако построение модели, обладающей одновременно высокой точностью классификации и хорошей интерпретируемостью результатов, является достаточно сложной задачей. Первоначально основной целью при построении нечетких моделей классификации являлось повышение точности классификации. Для автоматического обучения параметров модели было предложено большое количество обучающих алгоритмов из теории нейронных сетей и генетических алгоритмов [1-3]. В последние годы большее внимание стало уделяться построению не только точной, но и достаточно простой (интерпретируемой) нечеткой модели мониторинга и классификации [1-2]. Выбор оптимального соотношения между точностью и интерпретируемостью модели происходил в большинстве случаев за счет представления этих характеристик в виде отдельных функций в составе единой скалярной оптимизационной функции, что позволяло применять оптимизационные методы для построения нечеткой модели. Примером такого подхода является нечеткая модель классификации, построенная с использованием генетического алгоритма [4].

В настоящей работе для построения нечеткой модели классификации применяется многокритериальный генетический алгоритм. Данный алгоритм позволяет построить несколько наборов недоминируемых нечетких правил, которые являются оптимальными относительно трех целевых функций: точность классификации, количество нечетких правил в наборе и общая длина нечетких правил. Конечному пользователю предоставляется возможность среди полученных наборов правил выбрать наиболее подходящий с точки зрения соотношения точности классификации и интерпретируемости соответствующей нечеткой модели классификации.

2. Нечеткая модель мониторинга

Нечеткая модель мониторинга представляет собой набор нечетких правил, которые описывают классы в имеющемся наборе исходных данных, и нечеткую систему вывода для их переработки с целью получения результата классификации.

Имеется m объектов в n -мерном признаковом пространстве. Каждый i -й объект задается строкой значений признаков $x_i = (x_i^1, K, x_i^n)$, где $i = \overline{1, m}$, n – количество признаков, и принадлежит к классу $h \in \{1, K, M\}$. Необходимо построить нечеткую модель мониторинга S в виде набора нечетких правил следующего вида.

Правило R_k .

Если $x^1 \in A_k^1$ и ... $x^n \in A_k^n$, то класс C_k с весом V_k ,

$$(1)$$

где R_k – метка k -го правила, $x = (x^1, K, x^n)$ – n -мерный вектор значений признаков объекта данных,

A_k^j – нечеткое множество предпосылки правила R_k , C_k – метка класса, V_k – вес правила.

Степень активации правила R_k с предпосылкой $A_k = (A_k^1, K, A_k^n)$ для каждого объекта данных $x_i = (x_i^1, K, x_i^n)$ рассчитывается как алгебраическое произведение:

$$\mu_{A_k}(x_i) = \mu_{A_k^1}(x_i^1) \times K \times \mu_{A_k^n}(x_i^n),$$

где $\mu_{A_k^j}(\cdot)$ – функция принадлежности, соответствующая нечеткому множеству A_k^j .

Следствие правила C_k определяется через коэффициент доверия [1-3]:

$$d(A_k \rightarrow \text{класс } h) = \frac{\sum_{x_i \in \text{класс } h} \mu_{A_k}(x_i)}{\sum_{i=1}^m \mu_{A_k}(x_i)}$$

для каждого из классов $h \in \{1, K, M\}$ как метка класса с максимальным коэффициентом доверия:

$$d(A_k \rightarrow \text{класс } C_k = \max_{h=1, K, M} (d(A_k \rightarrow \text{класс } p))). (2)$$

Вес правила V_k определяется следующим образом:

$$V_k = d(A_k \rightarrow \text{класс } C_k) - \frac{1}{M-1} \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq C_k}}^M d(A_k \rightarrow \text{класс } h). (3)$$

При классификации i -го объекта с помощью нечеткой модели S используется стратегия «победитель забирает все», т.е. определяется класс, соответствующий следствию правила с наибольшим значением произведения степени активации и веса правила:

$$\mu_{A_w}(x_i) \cdot V_w = \max_{R_k \in S} (\mu_{A_k}(x_i) \cdot V_k).$$

Для каждого признака x_i^j , характеризующего объект данных x_i , определяется p_j нечетких множеств ($j = \overline{1, \dots, n}$). Для того чтобы набор нечетких правил был лингвистически интерпретируем, первоначальный вид функций принадлежности нечетких множеств задается пользователем или определяется автоматически и не изменяется в процессе работы генетического алгоритма.

Каждое из p_j лингвистических значений может использоваться в качестве элемента предпосылки для j -го признака нечеткого правила. Таким образом, максимально возможное количество нечетких правил, которое может быть образовано с использованием комбинации нечетких множеств, равно $p_1 \times p_2 \times K \times p_n$. Нечеткая модель классификации набора данных с большим количеством признаков, построенная с использованием максимального количества правил максимальной длины (количество элементов предпосылки), является в большинстве случаев избыточной и трудно интерпретируемой. Для того чтобы иметь возможность учитывать правила меньшей длины, для каждого из признаков вводится дополнительное лингвистическое значение «пустой», которое позволяет не учитывать отдельные признаки

в составе предпосылки правила [8]. Например, следующее правило является правилом длины 2, опущенные признаки имеют лингвистическое значение «пустой» (рис.1):

Если x^1 малое и x^5 большое, то класс 1 с весом $V = 0,75$. (4)



Рис. 1. Функция принадлежности лингвистического значения «пустой»

Таким образом, задача построения нечеткой модели классификации S , обладающей достаточной степенью точности классификации, может рассматриваться как задача оптимизации.

Пусть Ω – множество наборов различных комбинаций лингвистических значений признаков (нечетких правил) из максимально возможного количества комбинаций $(p_1 + 1) \times K \times (p_n + 1)$. В ходе решения задачи оптимизации происходит поиск набора комбинаций лингвистических значений признаков $S \subset \Omega$, который является оптимальным решением для функции оптимизации $F(S)$, определяющей точность классификации набора данных:

$$F(S) \rightarrow \max, \text{ где } S \subset \Omega.$$

В данной работе рассматривается процесс построения компактного и интерпретируемого набора нечетких правил с высокой степенью точности мониторинга, который является примером решения задачи многокритериальной оптимизации. Для поиска оптимальных решений относительно нескольких оптимизируемых функций (критериев) используется многокритериальный генетический алгоритм.

3. Многокритериальный генетический алгоритм

Задачу построения интерпретируемой нечеткой модели мониторинга сформулируем как оптимизационную задачу с тремя целевыми функциями [2]:

$$\max f_1(S), \min f_2(S) \text{ и } \min f_3(S), \quad (5)$$

где $f_1(S)$ – количество правильно классифицированных объектов с использованием набора правил S ; $f_2(S)$ – количество нечетких правил в S ; $f_3(S)$ – суммарное количество элементов предпосылок в S .

Задача построения интерпретируемой нечеткой модели классификации может решаться с использованием стандартного генетического алгоритма, в этом случае три целевые функции

объединяются в одну скалярную функцию с соответствующими весовыми коэффициентами:

$$F(S) = w_1 \cdot f_1(S) - w_2 \cdot f_2(S) - w_3 \cdot f_3(S) \rightarrow \max, \quad (6)$$

где w_1, w_2, w_3 – действительные числа из интервала $[0,1]$ и $\sum_{i=1}^3 w_i = 1$.

При этом весовые коэффициенты должны быть изначально определены пользователем согласно его предпочтениям в рамках решаемой задачи классификации.

В рамках проекта использован многокритериальный генетический алгоритм, который не требует изначально определения весовых коэффициентов, соответствующих отдельным целевым функциям [5]. Решение задачи оптимизации в этом случае можно получить в виде нескольких наборов недоминируемых правил.

Набор правил S_1 доминируется другим набором правил S_2 , если выполняются одновременно условия

$$f_1(S) \leq f_1(S_2), f_2(S_1) \geq f_2(S_2), f_3(S_1) \geq f_3(S_2)$$

и хотя бы одно из следующих условий:

$$f_1(S) < f_1(S_2), f_2(S_1) > f_2(S_2), f_3(S_1) > f_3(S_2). \quad (7)$$

Если не существует такого набора S_2 , удовлетворяющего условиям (7), то набор S_1 является недоминируемым.

Многокритериальный генетический алгоритм использует скалярную функцию оптимизации (6), для которой веса w_1, w_2, w_3 генерируются случайным образом из интервала $[0,1]$ при отборе каждой новой пары родительских особей. Кроме того, в процессе работы генетического алгоритма недоминируемые наборы правил хранятся отдельно от текущей популяции и обновляются после каждого этапа генерирования нового поколения особей.

Далее приводим краткое описание этапов работы генетического алгоритма [6-11].

1. Инициализация. Генерируется начальная популяция N наборов нечетких правил, которые представляют собой отдельные особи популяции, где N – размер популяции.

2. Оценка. Рассчитываются значения трех оптимизируемых функций для каждого набора правил в текущей популяции. Обновляется отдельно хранящаяся популяция, состоящая из недоминируемых наборов нечетких правил.

3. Отбор. Повторение перечисленных ниже шагов для отбора $N - N_{элит}$ пар наборов правил (родительских особей):

1) случайным образом генерируются значения весов w_1, w_2, w_3 ;

2) рассчитывается функция полезности для каждого набора правил согласно формуле (6). Отбирается пара наборов правил с использованием метода колеса рулетки, где вероятность отбора каждого из наборов рассчитывается как

$$P(S) = \frac{F(S) - F_{\min}}{\sum_S (F(S) - F_{\min})},$$

где F_{\min} – минимальное значение функции полезности в текущей популяции.

4. Скрещивание и мутация. Генерирование нового набора правил для каждой пары отобранных родительских наборов с использованием операций скрещивания и мутации с предварительно заданной вероятностью.

5. Стратегия элитаризма. Случайным образом отбирается $N_{элит}$ недоминируемых наборов правил из отдельно хранящейся и обновляемой популяции. Таким образом, формируется новая популяция из N особей.

Шаги 2 – 5 повторяются до момента выполнения условий останова алгоритма (например, количество генераций).

Выбор операторов скрещивания и мутации зависит от способа кодирования наборов правил.

4. Кодирование решений и генетические операции многокритериального генетического алгоритма

Каждая отдельная особь многокритериального генетического алгоритма в настоящей работе представляет собой закодированный набор S нечетких правил, представляющий собой нечеткую модель мониторинга. В связи с тем, что следствия и веса отдельных нечетких правил могут быть определены эвристически, согласно формулам (2), (3), с использованием набора обучающих данных, то кодируется только состав и количество нечетких правил классификации. Таким образом, только элементы предпосылок нечетких правил входят в состав каждой отдельной особи. Нечеткое правило R_k (1) представлено в особи как комбинация нечетких множеств предпосылки, закодированных в числовом виде. Например, когда каждый из признаков i представлен с использованием шести нечетких множеств с соответствующими им лингвистическими значениями (рис.1), и каждому из нечетких множеств поставлено в соответствие некоторое число (табл.1), то нечеткое правило (4) для набора данных с пятью признаками может быть представлено в составе особи в следующем виде (рис. 2).

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	-1	-1	-1	4

Рис. 2. Кодированное представление нечеткого правила типа (6)

Таблица 1
Кодирование лингвистических значений нечетких множеств

Малый	0
Среднемалый	1
Средний	2
Среднебольшой	3
Большой	4
Пустой	-1

Набор нечетких правил классификации S кодируется в виде строки чисел, где каждая из подстрок длины n представляет собой отдельное нечеткое правило в S , n - количество признаков или элементов предпосылки правила.

Предложены некоторые модификации многокритериального алгоритма, рассмотренного в [4,12], а именно:

- начальная популяция генерируется на основе имеющихся обучающих данных;

- после каждой генерации все нечеткие правила, которые не участвуют в классификации обучающего набора данных, удаляются из состава каждой особи. Эта операция не ухудшает точность классификации с использованием набора нечетких правил, закодированных в особи, и одновременно способствует уменьшению количества правил и общей длины предпосылок, т.е. минимизирует целевые функции $f_2(S)$ и $f_3(S)$ (выражение (5)).

Для генерирования N правил случайным образом отбираются N объектов обучающих данных. Для каждого объекта $x_i = (x_i^1, K x_i^n)$, $i = 1, \dots, N$ генерируется одно нечеткое правило по следующему алгоритму:

- 1) для каждого входного признака j , $j = 1, \dots, n$ объекта данных находим функцию принадлежности $\mu_k(x_i^j)$ (не учитывая функцию принадлежности с лингвистическим значением «пустой») такую, что $\mu_{k_j}(x_i^j) = \max_{k \in \{1, \dots, p_j\}} \{\mu_k(x_i^j)\}$;

- 2) создаем правило с предпосылкой $A = (\mu_{k_1}, \dots, \mu_{k_n})$;

- 3) с вероятностью $P = 0,5$ заменяем каждый из элементов предпосылки на элемент с лингвистическим значением «пустой»;

- 4) определяем следствие C_i (метку класса) и вес V_i правила.

После перебора всех N объектов получаем N правил, которые кодируются строкой чисел и определяют одну особь. Таким образом, генерирование начальной популяции на основе имеющихся данных позволяет ускорить процесс поиска оптимальных решений.

Преимуществом рассматриваемого многокритериального генетического алгоритма является изменяемая длина строки, которая представляет одну особь. Первоначально генерируется несколько особей (наборов правил), которые имеют равную длину. В процессе работы алгоритма длина отдельных особей может варьироваться, что позволяет вести поиск недоминируемых наборов нечетких правил в многомерном пространстве наборов правил разной длины. Длина строки регулируется с использованием операции одноточечного кроссовера с различными точками разбиения для каждой родительской особи. Операция кроссовера применяется с некоторой вероятностью $P_{крос}$ к каждой паре отобранных для репродукции родительских особей и позволяет генерировать новые особи с длинами, отличающимися от длины родительских.

Операция мутации позволяет слегка модифицировать каждую из особей и применяется с некоторой вероятностью P_{mut} . Предположим, что модифицируется набор правил S . Операция мутации заключается в генерировании $\alpha \cdot |S|$ новых нечетких правил, где $|S|$ – количество нечетких правил в S , $0,1 \leq \alpha \leq 0,5$. Причем одна половина новых правил генерируется на основе обучающих данных, которые были неправильно классифицированы с использованием набора нечетких правил классификации S . Вторая половина новых правил генерируется с использованием генетических операций из имеющихся в S правил. Основные шаги алгоритма модификации набора правил S следующие:

1. Оценивается значение функции полезности каждого нечеткого правила из набора S . Значение функции полезности правила определяется количеством обучающих объектов, которые правильно классифицируются этим правилом.

2. Генерируются $\alpha \cdot |S|$ новых правил. Половина или более новых правил генерируется с использованием генетических операций. Сначала с использованием метода «колесо рулетки» отбирается необходимое количество пар родительских нечетких правил. С использованием операции равномерного кроссовера генерируются потомки. К каждому из нечетких правил-потомков применяется операция мутации, которая с некоторой вероятностью позволяет модифицировать нечеткие множества предпосылки. Вторая часть новых нечетких правил генерируется на основе неправильно классифицированных объектов данных. Все новые правила присоединяются к набору правил S , образуя расширенный набор S^* .

3. Рассчитывается функция полезности каждого правила в расширенном наборе S^* . После этого $\alpha \cdot |S|$ нечетких правил с наименьшим значением функции полезности удаляются из расширенного набора правил S^* .

После выполнения описанных выше операций модифицируется состав нечетких правил исходного набора S , тогда как их общее количество не изменяется.

5. Результаты моделирования

В этом разделе демонстрируется использование многокритериального генетического алгоритма для извлечения недоминируемых наборов нечетких классифицирующих правил и построения результирующей нечеткой модели мониторинга для двух наборов данных iris (ирисы) и wine (вина). Для проведения сравнительного анализа взяты известные модельные задачи, расположенные по электронному адресу: <http://www.ics.uci.edu/~mllearn/databases/>.

В обоих случаях было задано несколько нечетких множеств для каждого из признаков исследуемых наборов данных, согласно рис. 1. Таким образом, выполнено равномерное разбиение диапазона значений каждого из признаков нечеткими

множествами и дополнительно рассматривалось нечеткое множество, соответствующее лингвистическому значению «пустой».

В начале работы генетического алгоритма каждая особь содержала набор из 20-ти нечетких правил. В процессе работы алгоритма длина особей или количество правил варьировалось. После каждой генерации из наборов нечетких правил удалялись правила, которые не участвовали в классификации обучающего набора данных. Весь процесс работы генетического алгоритма повторялся 10 раз с использованием различных начальных популяций. Полученные недоминируемые наборы нечетких правил после каждого из 10 запусков генетического алгоритма были сравнены между собой. Затем среди полученных десяти групп наборов были еще раз отобраны недоминируемые наборы нечетких правил. То есть, когда один из недоминируемых наборов в одной из групп доминируется набором из другой группы, то он удаляется из конечного множества результирующих недоминируемых наборов нечетких правил классификации. В табл. 2 и 3 показаны несколько недоминируемых наборов нечетких правил классификации, полученных после 10 запусков многокритериального генетического алгоритма.

Таблица 2
Недоминируемые наборы правил классификации для набора данных Ирис

Количество правил	Суммарная длина правил	Количество правильно классифицированных объектов	Правильно классифицированные объекты данных, %
2	2	99	66
3	3	142	94,6
4	4	145	96,7
4	6	146	97,3
6	8	148	98,7

Таблица 3
Недоминируемые наборы правил классификации для набора данных Вина

Количество правил	Суммарная длина правил	Количество правильно классифицированных объектов	Правильно классифицированных объектов данных, %
3	3	157	88,2
5	7	171	96,0
6	8	172	96,6
7	9	176	98,8
11	20	178	100

В связи с тем, что рассматриваемые выше наборы данных соответствуют трем классам, то для получения высокой точности классификации необходимо рассматривать только наборы, состоящие из трех и более правил. Отбор конечного набора нечетких правил из множества недоминируемых наборов зависит от предпочтений конечного пользователя.

В работе представлен процесс построения нечеткой модели мониторинга с использованием многокритериального генетического алгоритма. Описаны этапы работы, способ кодирования решений и генетические операции многокритериального генетического алгоритма. Предложены модификации многокритериального алгоритма, позволяющие ускорить процесс поиска оптимальных решений.

Основным преимуществом использования многокритериального генетического алгоритма для построения нечеткой модели мониторинга является возможность генерирования большого количества недоминируемых наборов нечетких правил.

Таким образом, проблема поиска компромисса между степенью точности и интерпретируемостью нечеткой модели мониторинга может решаться конечным пользователем путем отбора наиболее подходящего для конкретной задачи набора нечетких правил мониторинга.

Высокоуровневая гибридизация вложением (*high-level embedded hybridization*) предполагает слабую связь объединяемых методов. Комбинируемые

методы в этом случае сохраняют значительную автономию, так что в итоговом методе относительно легко выделить каждый из них [13]. При низкоуровневой гибридизации вложением (*low-level embedded hybridization*) комбинируемые методы интегрированы настолько сильно, что выделить составляющие итогового метода обычно невозможно, т.е. низкоуровневая гибридизация порождает, по сути, новый метод.

Поведенческие методы глобальной оптимизации и, в особенности, гибридные методы имеют большое число свободных параметров. От значений этих параметров часто в значительной мере зависит эффективность методов. С другой стороны, обычно отсутствуют правила выбора значений указанных параметров. Поэтому одним из основных путей повышения эффективности поведенческих методов является разработка алгоритмов адаптации значений их свободных параметров к особенностям конкретной задачи оптимизации либо к особенностям некоторого класса задач оптимизации - метаоптимизация поведенческих методов.

Литература

- [1] Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М.: Горячая линия - Телеком, 2004. – 452 с.
- [2] Aliev R.A., Aliev R. Theory of Intelligent Systems and Applications. – Baku: Chashyogly, 2001. – 720 p.
- [3] Zaychenko Yu. The Fuzzy Group Method of Data Handling and Its Application for Economical Processes forecasting // Scientific Inquiry. – 2006. – Vol. 7. – №1. – Pp. 83-98.
- [4] Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы / под ред. В.М. Курейчика. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с.
- [5] Кондрашина Е.Ю., Литвинцева Л.В., Поспелов Д.А. Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / под ред. Д.А. Поспелова // Серия «Проблемы искусственного интеллекта». – М.: Наука, 1989. – Вып. 6. – 328 с.
- [6] Goldberg D. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. – Massachusetts: Addison-Wesley, 1989.
- [7] Hartmann A.K., Rieger H. Optimization Algorithms in Physics. – Berlin: Wiley-VCH, 2002. – 383 p.
- [8] Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis With Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. – Cambridge: The MIT Press, 1992.
- [9] Koza J.R. Genetic Programming. – Cambridge: The MIT Press, 1998. – 609 p.
- [10] Michalewicz Z. Genetic algorithms + Data Structures = Evolution Programs. – New York: Springer-Verlag, 1996. – 387 p.
- [11] Mitchell M. An Introduction to Genetic Algorithms. – Cambridge: MIT Press, 1999. – 158 p.
- [12] Whitley D. A Genetic Algorithm Tutorial : Technical Report CS-93-103 (Revised) / Department of Computer Science ; Colorado State University. – Fort Collins, 1993.
- [13] Krasnogor N. Studies on the Theory and Design Space of Memetic Algorithms : Ph.D. Thesis / Faculty of Computing, Mathematics and Engineering ; University of the West of England. – Bristol, 2002. – 289 p.