

УДК 512.312

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА СЕПАРИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ

Равшанов Н.

д.т.н., заведующий лабораторией Центра разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском университете информационных технологий,
тел.: 237-62-34, e-mail: ravshanzade-09@mail.ru

Палванов Б.Ю.

с.н.с., Центр разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при Ташкентском университете информационных технологий,
тел.: +(99894) 607-67-80, e-mail: bozorboy@yandex.ru

Орифжонова У.

доц. кафедры информатики и информационной технологии, ТашГАУ,
тел.: +(99894) 610-27-05

Обоснована актуальность решения задачи нестационарного технологического процесса сепарирования и сортирования сыпучих смесей, которые задействованы при приготовлении, обработке и производстве продуктов питания, очистке и обработке горно-обогатительных пород, извлечении из сырья выщелоченных дорогостоящих металлов, выборе биологически полноценных семян различных сельскохозяйственных культур и т.д. В работе разработаны математическая модель и численный алгоритм для решения задачи технологического процесса сепарирования сыпучих смесей на плоских виброрешетках. Разработана нелинейная математическая модель на основе уравнения Навье-Стокса с учетом силы вибрации для определения скорости движения частиц по горизонтали и вертикали на плоской виброрешетке, и усовершенствована математическая модель для определения изменения концентрации сыпучих смесей. Математическая модель решена численно с применением методом переменных направлений. Приведены результаты проведенных численных экспериментов на ЭВМ при задании различных режимов работы сепарирующего агрегата, а также их интерпретации в виде графических объектов и выводы по проведенному исследованию в целом.

Ключевые слова: математическая модель, численный метод, сепарирование, сыпучие смеси, технологический процесс, вычислительный эксперимент.

COMPUTER MODELING OF COMPLEX TECHNOLOGIC PROCESSES OF SEPARATION OF GRANULAR MIXTURES

Ravshanov N., Palvanov B. Yu., Orifjonova U.

In the article the urgency of solving the problem of non-stationary technological process of separation and sorting of granular mixtures which are involved in the preparation, processing and food production, cleaning and processing of mining rocks, extraction of raw materials leached costly metals, selecting a biologically full of seeds of different crops etc. To solve the above problems in the work developed the mathematical model and numerical algorithm to solve the problem of technological process of separation of loose mixture in a flat vibrating screen. Developed nonlinear mathematical model based on the Navier-Stokes equation taking into account the force of the vibration to determine the speed of particle motion horizontally and vertically on a flat vibration lattice and improved mathematical model to determine changes in the concentration of the bulk mixture. The mathematical model to solved numerically applying the method of alternating directions. Also in this work, the results of numerical experiments carried out on a computer when setting various modes of operation of the separating unit, and their interpretation as graphical objects and the findings of the study as a whole.

Keywords: mathematical model, numerical method, separation, bulk mixture, process technology, computational experiment.

SOCHILUVCHAN ARALASHMALARNI TOZALASH O'ZGARUVCHAN TEXNOLOGIK JARAYONINING KOMPYUTERLI MODELI

Ravshanov N., Palvanov B. Yu., Orifjonova U.

Maqolada qishloq ho'jaligi ekinlarida ishlatiladigan turli xildagi biologik sog'lom urug'larni tanlash, xom-ashyolardan qimmatbaho metallarni ajratib olish, tog'-kon jinslarni tozalash va qayta ishlashda, oziq ovqat mahsulotlarini ishlab chiqarish va qayta ishlash va boshqalarda qo'llaniladigan sochiluvchan aralashmalarni saralash va tozalash o'zgaruvchan texnologik jarayonining masalasini yechish dolzarbligi ilmiy asoslab berilgan.

Yuqorida aytib o'tilgan masalalarni hal etish uchun ushbu ishda tekis yuzali vibrog'alvirda sochiluvchan aralashmalarni tozalash texnologik jarayoni masalasini yechish uchun matematik model va sonli yechish algoritmi keltirilgan. Buning uchun tekis yuzali vibrog'alvirda aralashmadagi zarralarning gorizonta va vertical tezliklarini hisoblash uchun Nave-Stoks tenglamasi asosida vibratsiya kuchini inobatga olgan holda chiziqsiz differentsial tenglamalar tizimi ko'rinishidagi hamda aralashmaning konsentratsiyasi o'zgarishini ifodalaydigan matematik modeli yaratildi. Yaratilgan matematik model chekli ayirmali (sonli) usulda, ya'ni o'zgaruvchan yo'nalishli usul yordamida yechimi olingan.

Tozalovchi agregatlarning turli ish rejimi qiymatlari uchun EHMda o'tkazilgan hisoblash tajriba natijalari va ularning qiymatlari grafik ko'rinishida keltirilgan hamda butun izlanishlarning umumiy hulosalari chiqarilgan.

Tayanch iboralar: Matematik model, sonli usul, separatsiyalash, sochiluvchan aralashma, texnologik jarayon, hisoblash experimenti.

1. Введение

При приготовлении, обработке, сортировке и производстве продуктов питания, очистке и обработке горно-обогащительных пород, извлечении из сырья выщелоченных дорогостоящих металлов, выборе биологически полноценных семян различных сельскохозяйственных культур и т.д. роль процесса сепарирования и сортирования огромна.

Для достижения максимально лучшего результата по очистке конечного продукта от нежелательных примесей в процессе сепарирования и сортирования последний должен быть организован как технологический цикл с оптимальными параметрами, включающими характеристики самих сепараторов и их режимы работы.

Поскольку процесс сепарирования особенно сильно загрязненных сыпучих смесей представляет собой сложный нестационарный процесс, зависящий от многих факторов, задача определения режимов работы сепараторов в зависимости от технических характеристик агрегатов представляет собой весьма серьезную задачу.

Как показала практика, разделение трудноразделяемых многокомпонентных сыпучих сред требует создания высокоэффективного оборудования, обеспечивающего однородность выходного продукта, повышение качества его очистки от нежелательных технических примесей и отходов.

Так как технологический процесс сепарирования сыпучих смесей (ТПССС) осуществляется с помощью различных видов агрегатов и машин с различными принципами работ, то неправильный выбор технологий и устройств приводит к значительной потере ценного сырья, уменьшению производительности сепараторов, снижению качества получаемого выходного продукта. Поэтому необходимо проведение комплексного исследования указанного процесса с помощью того или иного инструмента. Одним из эффективных инструментов для исследования и оптимального управления ТПССС являются математическое моделирование (ММ) и вычислительный эксперимент (ВЭ), реализуемые в виде программно-алгоритмических средств с учетом новых информационных

технологий и возможностей современной вычислительной техники.

Таким образом, исследование, прогнозирование и управление указанным процессом с помощью математического аппарата является перспективным и актуальным.

В области развития методов математического моделирования для исследования ТПССС к настоящему времени получены значительные результаты фундаментального и прикладного характера.

В частности, в работе [1] представлена статистическо-механическая модель одномерного нормального роста зерна, которая не требует никакой параметризации скорости дрейфа для размера зерна, использующейся в уравнении непрерывности традиционных теорий поля осредненных величин. Модель отслеживает расположение (население), рассматривая размеры зерна в соседних парах; вероятность пары, имеющей соседей определенных размеров, определяет распределение частоты размера всех пар. Соответственно, развитие повинуется интегро-дифференциальному уравнению частного производного (ИДУЧП) свыше размера зерна против соседнего места размера зерна так, чтобы распределение размера зерна было проектированием решения ИДУЧП. Во время статистически самоподобного роста ИДУЧП правильно предсказывает норму округления, инвариантное распределение размера зерна и пространственные корреляции размера зерна, наблюдаемые в прямых моделированиях. ИДУЧП приводится к стандартному уравнению непрерывности, и получено явное выражение для скорости дрейфа. Можно сформулировать подобные модели без параметризации нормального роста зерна в двух и трех измерениях.

В работе [2] рассмотрена вертикальная большая часть передачи винта и напудренные материалы - неотъемлемая часть многих процессов производства в различных производствах и сельском хозяйстве. Использование упрощенной модели движения материала, которая значительно отличается от оптимальной, приводит к созданию неэффективных машин, структур и параметров рабочих органов. Адекватное математическое описание этого процесса должно позволить проектировщикам значительно

улучшать эффективность вертикальных конвейеров винта посредством вычисления и выбора оптимальных ценностей для геометрических, кинематических и динамических параметров рабочих органов.

В работе [3] анализируются условия потока несклеивающихся и связанных оптовых твердых частиц в точке разгрузки конвейера спускающегося пояса. Анализ выполнен для постоянных потоков в высоких скоростях. Он осуществлен с использованием математических методик описания скорости материалов, оставляя пункт разгрузки конвейера со спускающимся ленточным конвейером, а также заключительных уравнений, которые позволяют определить скорость материала от точки разгрузки с точностью, достаточной для практического использования. Затем полученные математические описания для упомянутых материальных групп были сравнены. Полноценность уравнений в определении скорости материала вне точки, которые позволяют опустить косвенные уравнения, была продемонстрирована. Наконец, различие между ценностями скоростей, полученных с предложенными и косвенными уравнениями так же, как и с относительной ошибкой для предложенного метода, было вычислено.

В работе [4] рассмотрен процесс, описывающий очистку сорго обыкновенного в постоянной молотилке, с использованием математической модели, основанной на физическо-аэродинамических свойствах машинных характеристик и сорго обыкновенного. Размерный анализ использовался, чтобы получить функциональные отношения между убывающей эффективностью и независимыми переменными, такими как влагосодержание зерна, соломенное влагосодержание, оптовая плотность зерна, соломенная оптовая плотность, норма подачи, частота колебания решета, диаметр отверстия решета, воздушная скорость и плотность частицы. Усовершенствованная модель эффективности очистки была проверена в результате сравнения предсказанной эффективности очистки со взвешенными экспериментальными данными от буровой установки тестирования молотилки сорго обыкновенного. Полученная модель эффективности показала хорошее соглашение между предсказанным и экспериментальным результатом на 5%-м уровне значения.

Авторами работы [5] доказано, что затраты на операции послеуборочной обработки, включающие сушку зернового вороха, достигают 50%. Разработка математических моделей, учитывающих вероятностно-статистический характер условий функционирования пунктов послеуборочной обработки зерна и случайного характера технологических операций, связанных с разделением компонентов, приведет к созданию новых технологий и технических средств для подготовки семян. Разработаны математические модели, позволяющие прогнозировать технологические и энергетические оценки операций предварительной очистки и сушки зернового вороха. Для увеличения производительности поточных линий нормализации

зернового вороха по влажности и засоренности и снижения энергетических затрат на их работу предложена двухступенчатая технология предварительной очистки зернового вороха с разделением ее на фракции с его дифференцированной тепловой обработкой. При использовании на второй ступени предварительной очистки цилиндрического решета диаметром 1200 мм, при среднем значении подачи 14200 кг/ч зернового вороха ячменя влажностью 22,3%, частота его вращения не должна превышать 20 раз/мин. Разработанная номограмма позволяет осуществлять выбор размеров отверстий решет, обеспечивающих при определенной полноте разделения, отделение во влажном состоянии фуражной фракции в заданном диапазоне с целью ее подготовки по различным технологиям к скармливанию животным.

В работе [6] проанализировано движение частиц, склонных к сегрегации во вращающемся барабане. С использованием теории цепей Маркова разработаны линейная и нелинейная модели процесса смешивания, которые позволяют оценить влияние геометрических и режимных параметров на качество смеси. Организация виртуальных перемещений ячеек с помощью матрицы перемещений упростила процедуру расчета концентрации ключевого компонента в ячейках и, в итоге, сократила время расчетов кинетики процесса смешивания.

В работе [7] рассмотрена интенсификация массообменных процессов на примере экстрагирования сахарозы из свекловичной стружки при воздействии на сокоотружечную смесь низкочастотных механических колебаний. Исследовано формирование и перемещение слоя сокоотружечной смеси под воздействием переменных силовых полей, которые создаются вращающимися лопастями транспортной системы колонного диффузионного аппарата, и их влияние на фильтрационную способность слоя, а соответственно, степень прогрева сокоотружечной смеси, скорость массопередачи сахарозы. Решена задача уплотнения слоя сокоотружечной смеси, что позволило выявить влияние ряда факторов на процесс распределения давления в слое и процесс фильтрации экстрагента через слой стружки. Получен закон изменения давления от времени для любого фиксированного сечения слоя, а также закон изменения давления по высоте слоя для любого фиксированного промежутка времени. Распределение давлений в сокоотружечной смеси под действием рабочих органов транспортных систем в аппаратах различных типов влияет на фильтрационную способность слоя стружки и, соответственно, формирует температурные поля в аппаратах. Получены результаты математического моделирования процесса сжатия пористой среды для волнообразного профиля транспортных лопастей диффузионных аппаратов, которые вызывают пульсационные низкочастотные колебания сокоотружечной смеси, что приводит к заметной интенсификации массообменных процессов. Их рекомендуется применять при профилировании рабочей поверхности элементов транспортных систем, при

разработке новых и модернизации существующих промышленных экстракторов.

В работе [8] описываются непрерывный способ смешивания сыпучих материалов и математические модели различных типов потоков частиц, предложена оценка точности потоков компонентов и смеси.

В работе [9] разработаны гидродинамические модели виброкопящего (псевдожидкости) слоя под действиями колебаний в вертикальной плоскости на основе уравнения Навье-Стокса. Представленные критерии подобия могут быть использованы для исследования поведения сыпучего материала в лабораторных установках с последующим переносом результатов экспериментов на рабочие вибрационные машины, а также для дальнейших теоретических исследований.

В работе [10] предлагается математическая модель процесса смешивания сыпучих фракций, сильно различающихся по размеру частиц, в открытом ленточном устройстве барабанного типа с прямой подачей мелкой фракции в установившийся поток обрушения на свободной поверхности крупной фракции. Определен оптимальный режим дозирования и распределения мелкой фракции вдоль поверхности обрушения. Полученные значения коэффициента неоднородности смеси на разных этапах процесса согласуются с экспериментальными данными.

2. Постановка задачи

Изменение концентрации сыпучей смеси в результате интенсивного вибрационного колебания сита и с учетом конвективного переноса частиц как по вертикали, так и по горизонтали, описывается уравнением [11]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(b_c \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(b_c \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + u \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} \tag{1}$$

Начальное и граничное условия для уравнений (1) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \theta(x, z, t) \Big|_{t=0} &= \theta_0(x, z); \\ \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, z, t) \Big|_{x=0} &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \theta(x, z, t) \Big|_{x=L_x} &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial z} \theta(x, z, t) \Big|_{z=0} &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial z} \theta(x, z, t) \Big|_{z=L_z} &= -\frac{k_0}{b_c} \theta A_1 \omega_1^2 \cdot \cos \gamma; \end{aligned} \tag{2}$$

где θ - концентрации сыпучих смесей; k_0 - коэффициент отвода частиц; γ - угол наклона сита; b_c - коэффициент сепарирования; A_1, ω_1 - амплитуда и частота колебания сита по горизонтали; u, w - скорость частиц по горизонтали и вертикали.

Для определения скорости движения частиц по горизонтали u и по вертикали w воспользуемся следующими формулами [12-14]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = g \sin \gamma - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right) + \\ \quad + A_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g \cos \gamma - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right) + \\ \quad + A_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + g_1, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + g_2, \end{cases} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} u &= u(x, z, t), \quad w = w(x, z, t), \\ g_1 &= g \sin \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + A_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t, \\ g_2 &= g \cos \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + A_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t. \end{aligned}$$

Здесь g - ускорение силы тяжести; P - давление сыпучих смесей на плоскости виброрешета; ρ, μ - плотность и вязкость сыпучих смесей; A_2, ω_2 - амплитуда и частота вибрации сита по вертикали.

Для замыкания и интегрирования системы нелинейных дифференциальных уравнений (3) ставим начальные и краевые условия в соответствие реальной постановке задачи:

$$\begin{aligned} u(x, z, 0) &= u_0(x, z); \\ w(x, z, 0) &= w_0(x, z); \quad 0 \leq x \leq L_x; \quad 0 \leq z \leq L_z; \\ \frac{\partial}{\partial x} u(0, z, t) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} w(0, z, t) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} u(L_x, z, t) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} w(L_x, z, t) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial z} u(x, 0, t) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial z} w(x, 0, t) = 0; \\ \frac{\partial}{\partial z} u(x, L_z, t) &= 0; \quad \frac{\partial}{\partial z} w(x, L_z, t) = -k_0 w \cos \gamma. \end{aligned} \tag{4}$$

Итак, получена математическая модель, описывающая изменение концентрации и движение частиц процесса сепарации сыпучей смеси в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений (1), (3) и соответствующих им краевым условий (2), (4).

3. Метод решения

Согласно постановке задачи (1) - (4), получить решение в аналитическом виде затруднительно. При

такой постановке задачи можно получить решение путем численного метода. Сначала по численным методам будем определять скорости u и w . После определения скорости частиц сыпучих смесей вычислим изменение концентрации θ . Для численного интегрирования используем конечно-разностный метод и заменяем дифференциальные операторы задачи (1) - (4) на разностные. Для этого заменяем область непрерывного решения на сеточную по пространственному и временному переменным:

$$D_h = \begin{cases} x_i = h_x \cdot i, \quad i = 1, \dots, N_1 + 1, \quad h_x = \frac{L_x}{N_1 + 1}, \\ z_j = h_z \cdot j, \quad j = 1, \dots, N_2 + 1, \quad h_z = \frac{L_z}{N_2 + 1}, \\ t = n \cdot \tau, \quad n = 1, 2, 3, \dots, T. \end{cases}$$

Для численного интегрирования задачи вводим конечно-разностную схему по методам переменных направлений и вместо системы (3) получаем следующую:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{u_{i,j}^{n+1/2} - u_{i,j}^n}{\tau/2} + \hat{u}_{i,j} \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2h_x} + w_{i,j}^n \frac{u_{i,j+1}^n - u_{i,j-1}^n}{2h_z} = \\ & \quad = \frac{\mu}{\rho} \Delta_{1x} + \frac{g_{1,i,j}}{2}, \\ & \frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1/2}}{\tau/2} + \hat{u}_{i,j} \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2h_x} + w_{i,j}^n \frac{u_{i,j+1}^{n+1} - u_{i,j-1}^{n+1}}{2h_z} = \\ & \quad = \frac{\mu}{\rho} \Delta_{1z} + \frac{g_{1,i,j}}{2}, \\ & \frac{w_{i,j}^{n+1/2} - w_{i,j}^n}{\tau/2} + u_{i,j} \frac{w_{i+1,j}^{n+1/2} - w_{i-1,j}^{n+1/2}}{2h_x} + \hat{w}_{i,j} \frac{w_{i,j+1}^n - w_{i,j-1}^n}{2h_z} = \\ & \quad = \frac{\mu}{\rho} \Delta_{2x} + \frac{g_{2,i,j}}{2}, \\ & \frac{w_{i,j}^{n+1} - w_{i,j}^{n+1/2}}{\tau/2} + \hat{w}_{i,j} \frac{w_{i,j+1}^{n+1} - w_{i,j-1}^{n+1}}{2h_z} + u_{i,j} \frac{w_{i+1,j}^{n+1/2} - w_{i-1,j}^{n+1/2}}{2h_x} = \\ & \quad = \frac{\mu}{\rho} \Delta_{2z} + \frac{g_{2,i,j}}{2}. \end{aligned} \right.$$

Здесь

$$\begin{aligned} g_{1,i,j} &= g \sin \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{h_x} + A_1 \omega_1^2 \sin \omega_2 t, \\ g_{2,i,j} &= g \cos \gamma - \frac{1}{\rho} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{h_z} + A_2 \omega_2^2 \sin \omega_2 t, \\ \Delta_{1x} &= \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} - 2u_{i,j}^{n+1/2} + u_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i,j-1}^n}{h_z^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1z} &= \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} - 2u_{i,j}^{n+1/2} + u_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_x^2} + \frac{u_{i,j+1}^{n+1} - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i,j-1}^{n+1}}{h_z^2}, \\ \Delta_{2x} &= \frac{w_{i+1,j}^{n+1/2} - 2w_{i,j}^{n+1/2} + w_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_x^2} + \frac{w_{i,j+1}^n - 2w_{i,j}^n + w_{i,j-1}^n}{h_z^2}, \\ \Delta_{2z} &= \frac{w_{i+1,j}^{n+1/2} - 2w_{i,j}^{n+1/2} + w_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_x^2} + \frac{w_{i,j+1}^{n+1} - 2w_{i,j}^{n+1} + w_{i,j-1}^{n+1}}{h_z^2}. \end{aligned}$$

После группировки членов и некоторых преобразований переходим к системе линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей:

$$\left\{ \begin{aligned} & a_{1i} u_{i+1}^{n+1/2} - b_{1i} u_i^{n+1/2} + c_{1i} u_{i-1}^{n+1/2} = -d_{1i}, \\ & \bar{a}_{1j} u_{j+1}^{n+1} - \bar{b}_{1j} u_j^{n+1} + \bar{c}_{1j} u_{j-1}^{n+1} = -\bar{d}_{1j}, \\ & a_{2i} w_{i+1}^{n+1/2} - b_{2i} w_i^{n+1/2} + c_{2i} w_{i-1}^{n+1/2} = -d_{2i}, \\ & \bar{a}_{2j} w_{j+1}^{n+1} - \bar{b}_{2j} w_j^{n+1} + \bar{c}_{2j} w_{j-1}^{n+1} = -\bar{d}_{2j}. \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Элементы трехдиагональной матрицы [14]:

$$\begin{aligned} a_{1i} &= \frac{\mu}{\rho h_x^2} - \frac{\hat{u}_{i,j}}{2h_x}, \quad b_{1i} = \frac{2\mu}{\rho h_x^2} + \frac{2}{\tau}, \quad c_{1i} = \frac{\mu}{\rho h_x^2} + \frac{\hat{u}_{i,j}}{2h_x}, \\ d_{1i} &= \frac{g_{1,i,j}}{2} - \left(\frac{w_{i,j}^n}{2h_z} - \frac{\mu}{\rho h_z^2} \right) u_{i,j+1}^n - \left(\frac{2\mu}{\rho h_z^2} - \frac{2}{\tau} \right) u_{i,j}^n + \\ & \quad + \left(\frac{w_{i,j}^n}{2h_z} + \frac{\mu}{\rho h_z^2} \right) u_{i,j-1}^n, \\ \bar{a}_{1j} &= \frac{\mu}{\rho h_z^2} - \frac{w_{i,j}}{2h_z}, \quad \bar{b}_{1j} = \frac{2\mu}{\rho h_z^2} + \frac{2}{\tau}, \quad \bar{c}_{1j} = \frac{\mu}{\rho h_z^2} + \frac{w_{i,j}}{2h_z}, \\ \bar{d}_{1j} &= \frac{g_{1,i,j}}{2} - \left(\frac{\hat{u}_{i,j}^{n+1/2}}{2h_x} - \frac{\mu}{\rho h_x^2} \right) u_{i,j+1}^{n+1/2} - \left(\frac{2}{\tau} - \frac{2\mu}{\rho h_x^2} \right) u_{i,j}^{n+1/2} - \\ & \quad - \left(\frac{\hat{u}_{i,j}^{n+1/2}}{2h_x} + \frac{\mu}{\rho h_x^2} \right) u_{i,j-1}^{n+1/2}, \\ a_{2i} &= \frac{\mu}{\rho h_x^2} - \frac{u_{i,j}}{2h_x}, \quad b_{2i} = \frac{2\mu}{\rho h_x^2} + \frac{2}{\tau}, \quad c_{2i} = \frac{\mu}{\rho h_x^2} + \frac{u_{i,j}}{2h_x}, \\ d_{2i} &= \frac{g_{2,i,j}}{2} - \left(\frac{\hat{w}_{i,j}^n}{2h_z} - \frac{\mu}{\rho h_z^2} \right) w_{i,j+1}^n - \left(\frac{2\mu}{\rho h_z^2} - \frac{2}{\tau} \right) w_{i,j}^n - \\ & \quad - \left(\frac{\hat{w}_{i,j}^n}{2h_z} + \frac{\mu}{\rho h_z^2} \right) w_{i,j-1}^n, \\ \bar{a}_{2j} &= \frac{\mu}{\rho h_z^2} - \frac{\hat{w}_{i,j}}{2h_z}, \quad \bar{b}_{2j} = \frac{2\mu}{\rho h_z^2} + \frac{2}{\tau}, \quad \bar{c}_{2j} = \frac{\mu}{\rho h_z^2} + \frac{\hat{w}_{i,j}}{2h_z}, \end{aligned}$$

$$\bar{d}_{2j} = \frac{g_{2,i,j}}{2} - \left(\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} - \frac{\mu}{\rho h_x^2} \right) w_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{2}{\tau} - \frac{2\mu}{\rho h_x^2} \right) w_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} + \frac{\mu}{\rho h_x^2} \right) w_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}.$$

Для интегрирования системы уравнений (5) используем метод прогонки, и решение ищем в виде

$$\begin{aligned} u_i^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{1i} u_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{1i}, & u_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{1i-1} u_i^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{1i-1}, \\ u_j^{n+1} &= \bar{\alpha}_{1j} u_{j+1}^{n+1} + \bar{\beta}_{1j}, & u_{j-1}^{n+1} &= \bar{\alpha}_{1j-1} u_j^{n+1} + \bar{\beta}_{1j-1}, \\ w_i^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{2i} w_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{2i}, & w_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{2i-1} w_i^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{2i-1}, \\ w_j^{n+1} &= \bar{\alpha}_{2j} w_{j+1}^{n+1} + \bar{\beta}_{2j}, & w_{j-1}^{n+1} &= \bar{\alpha}_{2j-1} w_j^{n+1} + \bar{\beta}_{2j-1}, \end{aligned}$$

где прогоночные коэффициенты вычисляются с помощью

$$\begin{aligned} \alpha_{1i} &= \frac{a_{1i}}{b_{1i} - c_{1i} \alpha_{1i-1}}, & \beta_{1i} &= \frac{c_{1i} \beta_{1i-1} + d_{1i}}{b_{1i} - c_{1i} \alpha_{1i-1}}, \\ \bar{\alpha}_{1j} &= \frac{\bar{a}_{1j}}{b_{1j} - \bar{c}_{1j} \bar{\alpha}_{1j-1}}, & \bar{\beta}_{1j} &= \frac{\bar{c}_{1j} \bar{\beta}_{1j-1} + \bar{d}_{1j}}{b_{1j} - \bar{c}_{1j} \bar{\alpha}_{1j-1}}, \\ \alpha_{2i} &= \frac{a_{2i}}{b_{2i} - c_{2i} \alpha_{2i-1}}, & \beta_{2i} &= \frac{c_{2i} \beta_{2i-1} + d_{2i}}{b_{2i} - c_{2i} \alpha_{2i-1}}, \\ \bar{\alpha}_{2j} &= \frac{\bar{a}_{2j}}{b_{2j} - \bar{c}_{2j} \bar{\alpha}_{2j-1}}, & \bar{\beta}_{2j} &= \frac{\bar{c}_{2j} \bar{\beta}_{2j-1} + \bar{d}_{2j}}{b_{2j} - \bar{c}_{2j} \bar{\alpha}_{2j-1}}. \end{aligned}$$

Теперь переходим к замене краевых условий (4) задачи (3) на конечно-разностную схему.

Из граничных условий находим нулевые прогоночные коэффициенты для переменной u и в целях повышения порядка погрешности воспользуемся следующими формулами для аппроксимации краевых задач:

$$\frac{-3u_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} + 4u_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0,$$

$$\frac{3u_{N_1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 4u_{N_1-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{N_1-2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0,$$

или

$$\begin{cases} \frac{-3u_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} + 4u_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0; \\ a_{11}^{n+\frac{1}{2}} u_{2,j}^{n+\frac{1}{2}} + b_{11}^{n+\frac{1}{2}} u_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_{11}^{n+\frac{1}{2}} u_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = -d_{11}^j; \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} (3a_{11}^i - c_{11}^i) u_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} &= (4a_{11}^i - b_{11}^i) u_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + d_{11}^i; \\ u_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{(4a_{11}^i - b_{11}^i)}{(3a_{11}^i - c_{11}^i)} u_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{d_{11}^i}{(3a_{11}^i - c_{11}^i)}. \end{aligned}$$

Отсюда получаем формулы для определения прогоночных коэффициентов:

$$\alpha_{10}^i = \frac{(4a_{11}^i - b_{11}^i)}{(3a_{11}^i - c_{11}^i)}; \quad \beta_{10}^i = \frac{d_{11}^i}{(3a_{11}^i - c_{11}^i)}.$$

Для выполнения обратного хода прогонки требуется найти $u_{N,j}^{n+\frac{1}{2}}$. Для этого используем граничные условия (4) и аппроксимируем вторым порядком точности:

$$\frac{3u_{N_1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 4u_{N_1-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + u_{N_1-2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0,$$

$$u_{N_1-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{1N_1-1}^i u_{N_1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{1N_1-1}^i.$$

В итоге получаем

$$u_{N_1,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{4\beta_{1N_1-1}^i - \alpha_{1N_1-2}^i \beta_{1N_1-1}^i - \beta_{1N_1-2}^i}{3 - 4 \cdot \alpha_{1N_1-1}^i + \alpha_{1N_1-1}^i \alpha_{1N_1-2}^i}.$$

Теперь находим остальные половины шага по оси Oz :

$$\frac{-3u_{i,0}^{n+1} + 4u_{i,1}^{n+1} - u_{i,2}^{n+1}}{2h_z} = 0,$$

$$\frac{3u_{i,N}^{n+1} - 4u_{i,N-1}^{n+1} + u_{i,N-2}^{n+1}}{2h_z} = 0,$$

или

$$\begin{cases} \frac{-3u_{i,0}^{n+1} + 4u_{i,1}^{n+1} - u_{i,2}^{n+1}}{2h_z} = 0; \\ \bar{a}_{11}^j u_{i,2}^{n+1} + \bar{b}_{11}^j u_{i,1}^{n+1} + \bar{c}_{11}^j u_{i,0}^{n+1} = -\bar{d}_{11}^j; \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} (3\bar{a}_{11}^j - \bar{c}_{11}^j) u_{i,0}^{n+1} &= (4\bar{a}_{11}^j - \bar{b}_{11}^j) u_{i,1}^{n+1} + \bar{d}_{11}^j; \\ u_{i,0}^{n+1} &= \frac{(4\bar{a}_{11}^j - \bar{b}_{11}^j)}{(3\bar{a}_{11}^j - \bar{c}_{11}^j)} u_{i,1}^{n+1} + \frac{\bar{d}_{11}^j}{(3\bar{a}_{11}^j - \bar{c}_{11}^j)}. \end{aligned}$$

Отсюда получаем формулы для определения прогоночных коэффициентов:

$$\alpha_{10}^j = \frac{(4a_{11}^j - b_{11}^j)}{(3a_{11}^j - c_{11}^j)}; \quad \beta_{10}^j = \frac{d_{11}^j}{(3a_{11}^j - c_{11}^j)}.$$

Для выполнения обратного хода прогонки требуется найти $u_{i,N}^{n+1}$. Для этого используем граничные условия (4) и аппроксимируем вторым порядком точности:

$$\begin{cases} \frac{3u_{i,N_2}^{n+1} - 4u_{i,N_2-1}^{n+1} + u_{i,N_2-2}^{n+1}}{2h_z} = 0; \\ u_{i,N_2-1}^{n+1} = \alpha_{1N_2-1}^j u_{i,N_2}^{n+1} + \beta_{1N_2-1}^j. \end{cases}$$

В итоге получаем

$$u_{i,N_2}^{n+1} = \frac{4\beta_{1N_2-1}^j - \alpha_{1N_2-2}^j \beta_{1N_2-1}^j - \beta_{1N_2-2}^j}{3 - 4 \cdot \alpha_{1N_2-1}^j + \alpha_{1N_2-1}^j \alpha_{1N_2-2}^j}.$$

Аналогично для вычисления искомого переменного $w_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$ и $w_{i,j}^{n+1}$ воспользуемся краевыми условиями (4) и получаем формулу для вычисления прогоночных коэффициентов:

$$\alpha_{20}^i = \frac{(4a_{21}^i - b_{21}^i)}{(3a_{21}^i - c_{11}^i)}; \quad \beta_{20}^i = \frac{d_{21}^i}{(3a_{21}^i - c_{11}^i)},$$

$$w_{N_1,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{4\beta_{2N_1-1}^i - \alpha_{2N_1-2}^i \beta_{2N_1-1}^i - \beta_{2N_1-2}^i}{3 - 4 \cdot \alpha_{2N_1-1}^i + \alpha_{2N_1-1}^i \alpha_{2N_1-2}^i},$$

$$\bar{\alpha}_{20}^j = \frac{(4\bar{a}_{21}^j - \bar{b}_{21}^j)}{(3\bar{a}_{21}^j - \bar{c}_{11}^j)}; \quad \bar{\beta}_{20}^j = \frac{\bar{d}_{21}^j}{(3\bar{a}_{21}^j - \bar{c}_{11}^j)},$$

$$w_{i,N_2}^{n+1} = \frac{4\bar{\beta}_{2N_2-1}^j - \bar{\alpha}_{2N_2-2}^j \bar{\beta}_{2N_2-1}^j - \bar{\beta}_{2N_2-2}^j}{3 - 4 \cdot \bar{\alpha}_{2N_2-1}^j + \bar{\alpha}_{2N_2-1}^j \bar{\alpha}_{2N_2-2}^j - k_{01}},$$

где $k_{01} = -2k_0 h_z \cdot \cos \theta$.

Так как поставленная задача описывается с помощью систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, для ее решения используется итерационный метод Беллман-Калаба. Сходимость итерационного метода проверяется с помощью соотношения

$$\left| U_{i,j}^{(s)} - U_{i,j}^{(s-1)} \right| < \varepsilon, \quad \left| W_{i,j}^{(s)} - W_{i,j}^{(s-1)} \right| < \varepsilon,$$

где ε - точность метода итерации.

Определим изменения концентрации сыпучей смеси. Для этого также воспользуемся методом переменных направлений. Тогда уравнение (1) после применения конечно-разностного метода принимает следующий вид:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i,j}^n}{\tau} = \frac{\mu}{h_x^2} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \\ & + \frac{u}{2h_x} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \frac{\mu}{h_z^2} \left(\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n \right) + \\ & + \frac{w}{2h_z} \left(\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n \right), \\ & \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = \frac{\mu}{h_z^2} \left(\theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\theta_{i,j}^{n+1} + \theta_{i,j-1}^{n+1} \right) + \\ & + \frac{w}{2h_z} \left(\theta_{i,j+1}^{n+1} - \theta_{i,j-1}^{n+1} \right) + \frac{\mu}{h_x^2} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \\ & + \frac{u}{2h_x} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right), \\ & \left\{ \begin{aligned} & a_i \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - b_i \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_i \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = -d_i, \\ & \bar{a}_i \theta_{i,j+1}^{n+1} - \bar{b}_i \theta_{i,j}^{n+1} + \bar{c}_i \theta_{i,j-1}^{n+1} = -\bar{d}_i. \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Элементы трехдиагональной матрицы имеют следующий вид:

$$a_i = \frac{\mu}{h_x^2} + \frac{u}{2h_x}; \quad b_i = \frac{2\mu}{h_x^2} + \frac{1}{\tau}; \quad c_i = \frac{\mu}{h_x^2} - \frac{u}{2h_x};$$

$$d_i = \left(\frac{\mu}{h_z^2} + \frac{w}{2h_z} \right) \theta_{i,j+1}^n - \left(\frac{2\mu}{h_z^2} - \frac{1}{\tau} \right) \theta_{i,j}^n +$$

$$+ \left(\frac{\mu}{h_z^2} - \frac{w}{2h_z} \right) \theta_{i,j-1}^n;$$

$$\bar{a}_i = \frac{\mu}{h_z^2} + \frac{w}{2h_z}; \quad \bar{b}_i = \frac{2\mu}{h_z^2} + \frac{1}{\tau}; \quad \bar{c}_i = \frac{\mu}{h_z^2} - \frac{w}{2h_z};$$

$$\bar{d}_i = \left(\frac{\mu}{h_x^2} + \frac{u}{2h_x} \right) \theta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{2\mu}{h_x^2} - \frac{1}{\tau} \right) \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} +$$

$$+ \left(\frac{\mu}{h_x^2} - \frac{u}{2h_x} \right) \theta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}.$$

Решение первого уравнения системы (6) будем искать в виде

$$\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_i \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_i, \quad \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i-1} \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i-1}. \quad (7)$$

Уравнение (7) подставляем в (6):

$$a_i \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - b_i \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_i \alpha_{i-1} \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_i \beta_{i-1} = -d_i,$$

$$(b_i - c_i \alpha_{i-1}) \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = a_i \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_i \beta_{i-1} + d_i,$$

$$\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{a_i}{b_i - c_i \alpha_{i-1}} \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{c_i \beta_{i-1} + d_i}{b_i - c_i \alpha_{i-1}}.$$

Из уравнения (7) прогоночные коэффициенты:

$$\alpha_i = \frac{a_i}{b_i - c_i \alpha_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{c_i \beta_{i-1} + d_i}{b_i - c_i \alpha_{i-1}}.$$

Для обеспечения прямого хода прогонки необходимы начальные прогоночные коэффициенты α_0 и β_0 . Для этого из уравнения (2) используем граничное условие. Чтобы повысить порядок погрешности, используем следующую формулу:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{-3\theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} + 4\theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0, \\ & \frac{3\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} - 4\theta_{N-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{N-2,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2h_x} = 0. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Первое уравнение (6) при $i = 1$ имеет вид

$$a_1 \theta_{2,j}^{n+\frac{1}{2}} - b_1 \theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_1 \theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = -d_1. \quad (9)$$

Из (9) находим $\theta_{2,j}^{n+\frac{1}{2}}$ и подставляем в первое уравнение в системе (8):

$$-3a_1 \theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} + 4a_1 \theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} - b_1 \theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + c_1 \theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} + d_1 = 0,$$

$$(c_1 - 3a_1) \theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = (b_1 - 4a_1) \theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} - d_1$$

или

$$(3a_1 - c_1)\theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = (4a_1 - b_1)\theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + d_1 \Rightarrow \theta_{0,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{(4a_1 - b_1)}{(3a_1 - c_1)}\theta_{1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{d_1}{(3a_1 - c_1)}.$$

Отсюда получаем

$$\alpha_0 = \frac{4a_1 - b_1}{3a_1 - c_1}, \beta_0 = \frac{d_1}{3a_1 - c_1}.$$

Для обеспечения обратного хода прогонки используем второе уравнение (8) и уравнение (7) и находим $\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}}$. При $i = N-1$ уравнение (7) принимает вид

$$\theta_{N-1,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{N-1}\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{N-1}, \theta_{N-2,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{N-2}\theta_{N-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{N-2}. \tag{10}$$

Из (8) и (10) имеем

$$3\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} - 4\alpha_{N-1}\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} - 4\beta_{N-1} + \alpha_{N-2}\alpha_{N-1}\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} + \alpha_{N-2}\beta_{N-1} + \beta_{N-2} = 0, (3 - 4\alpha_{N-1} + \alpha_{N-2}\alpha_{N-1})\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} = 4\beta_{N-1} - \alpha_{N-2}\beta_{N-1} - \beta_{N-2}$$

или

$$\theta_{N,j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{4\beta_{N-1} - \alpha_{N-2}\beta_{N-1} - \beta_{N-2}}{3 - 4\alpha_{N-1} + \alpha_{N-2}\alpha_{N-1}}.$$

Аналогично $\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$ определяем указанным выше способом:

$$\bar{\alpha}_i = \frac{\bar{a}_i}{b_i - \bar{c}_i\bar{\alpha}_{i-1}}, \bar{\beta}_i = \frac{\bar{c}_i\bar{\beta}_{i-1} + \bar{d}_i}{b_i - \bar{c}_i\bar{\alpha}_{i-1}}.$$

Из второго уравнения (6) при $j = 1$ имеем

$$\bar{a}_1\theta_{i,2}^{n+1} = \bar{b}_1\theta_{i,1}^{n+1} - \bar{c}_1\theta_{i,0}^{n+1} - \bar{d}_1, -3\bar{a}_1\theta_{i,0}^{n+1} + 4\bar{a}_1\theta_{i,1}^{n+1} - \bar{b}_1\theta_{i,1}^{n+1} + \bar{c}_1\theta_{i,0}^{n+1} + d_1 = 0, (3\bar{a}_1 - \bar{c}_1)\theta_{i,0}^{n+1} = (4\bar{a}_1 - \bar{b}_1)\theta_{i,1}^{n+1} + \bar{d}_1$$

или

$$\theta_{i,0}^{n+1} = \frac{4\bar{a}_1 - \bar{b}_1}{3\bar{a}_1 - \bar{c}_1}\theta_{i,1}^{n+1} + \frac{\bar{d}_1}{3\bar{a}_1 - \bar{c}_1},$$

отсюда

$$\bar{\alpha}_0 = \frac{4\bar{a}_1 - \bar{b}_1}{3\bar{a}_1 - \bar{c}_1}, \bar{\beta}_0 = \frac{\bar{d}_1}{3\bar{a}_1 - \bar{c}_1}.$$

Для обеспечения обратного хода прогонки, используя (2), получаем

$$\frac{3\theta_{i,N}^{n+1} - 4\theta_{i,N-1}^{n+1} + \theta_{i,N-2}^{n+1}}{2h_z} = -\frac{k_0}{\mu}\theta_{i,N}^{n+1}A_1\omega_1^2 \cos \gamma,$$

$$\theta_{i,N-1}^{n+1} = \bar{\alpha}_{N-1}\theta_{i,N}^{n+1} + \bar{\beta}_{N-1}, \theta_{i,N-2}^{n+1} = \bar{\alpha}_{N-1}\bar{\alpha}_{N-2}\theta_{i,N}^{n+1} + \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\beta}_{N-1} + \bar{\beta}_{N-2}, 3\theta_{i,N}^{n+1} - 4\bar{\alpha}_{N-1}\theta_{i,N}^{n+1} - 4\bar{\beta}_{N-1} + \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\alpha}_{N-1}\theta_{i,N}^{n+1} + \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\beta}_{N-1} + \beta_{N-2} + \frac{2k_0h_z}{\mu}\theta_{i,N}^{n+1}A_1\omega_1^2 \cos \gamma = 0,$$

$$\left(3 - 4\bar{\alpha}_{N-1} + \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\alpha}_{N-1} + \frac{2k_0h_z}{\mu}A_1\omega_1^2 \cos \gamma\right)\theta_{i,N}^{n+1} = 4\bar{\beta}_{N-1} - \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\beta}_{N-1} - \beta_{N-2},$$

или

$$\theta_{i,N}^{n+1} = \frac{4\bar{\beta}_{N-1} - \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\beta}_{N-1} - \beta_{N-2}}{3 - 4\bar{\alpha}_{N-1} + \bar{\alpha}_{N-2}\bar{\alpha}_{N-1} + \frac{2k_0h_z}{\mu}A_1\omega_1^2 \cos \gamma}.$$

4. Обсуждение результатов

Для определения основных параметров технологического процесса, в зависимости от режимов работы сепарирующего агрегата, физико-механических свойств сыпучей смеси и характеристики сита, на основе математического обеспечения объекта исследования разработано программное средство для проведения ВЭ на ЭВМ. Результаты проведенных численных экспериментов приведены на рис. 1 - 6.

Из проведенных численных расчетов на ЭВМ установлено, что частота колебания сита оказывает существенную роль на процесс сортирования сыпучих частиц. Также установлено, что с ростом частоты колебания сита происходит плавное изменение скорости перемещения частиц по поверхности решета агрегата.

Согласно проведенным расчетам и кривым на рис. 1, с ростом частоты колебания решета уменьшаются колебания частиц по поверхности решета агрегата. С ростом частоты колебания решета сокращается скорость пробега частиц, а при чрезмерных его значениях, во-первых, происходит недосев сыпучей смеси через отверстие решета, во-вторых, нарушается режим устойчивой работы сепарирующего агрегата.

На рис. 2 показаны изменения скорости перемещения частиц сыпучей среды в зависимости от составляющего угла поверхности сита относительно горизонтали. Из результатов проведенных численных расчетов видно, что в изменении скорости движения частиц по поверхности сита существенную роль играет угол наклона решета относительно горизонта.

С ростом угла наклона решета агрегата растет скорость перемещения частиц (рис. 2), при угле больше 9° резко растет скорость и сокращается время пробега частиц.

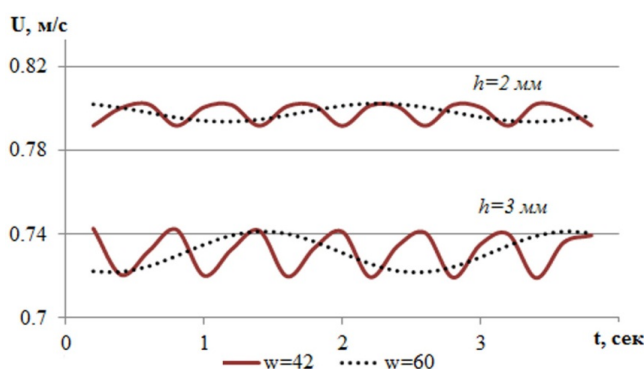


Рис. 1. Изменение скорости перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от частоты колебания поверхности сита

Изменение скорости перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от амплитуды колебания сита показано на рис. 3. Как видно из проведенных численных расчетов на ЭВМ (рис. 4), изменение амплитуды колебания сита не приводит к существенному изменению скорости перемещения частиц сыпучей смеси. С ростом амплитуды колебания сита происходят плавные изменения скорости перемещения частиц на поверхности

решета сита. Это особенно заметно в верхних слоях сыпучей смеси.

Для определения отклика плотности смеси на скорости перемещения частиц проведен ВЭ на ЭВМ (рис.5). Проведенными численными экспериментами установлено, что плотность частиц сыпучей смеси играет существенную роль в процессе перемещения частиц по поверхности сита и самосортирования их по толщине слоя материала.

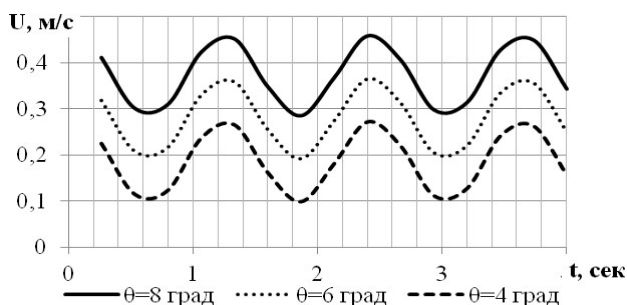


Рис. 2. Изменение скорости перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от составляющего угла поверхности сита относительно горизонтали

Горизонтальные и вертикальные скорости перемещения частиц растут с ростом плотности сыпучей смеси. Это особенно заметно с ростом угла наклона решета сепаратора относительно горизонта.

Для исследования коэффициента вибровязкости смеси в процессе сепарирования проведены численные расчеты на ЭВМ при различных его значениях (рис. 5). Из результатов проведенных расчетов следует, что (кривые на рис. 5) с ростом

коэффициента вибровязкости скорость перемещения сыпучего материала по поверхности решета сепаратора пропорционально уменьшается. Согласно проведенному ВЭ, коэффициент вибровязкости прямым образом зависит от частоты и амплитуды колебания решета сепарируемого агрегата.

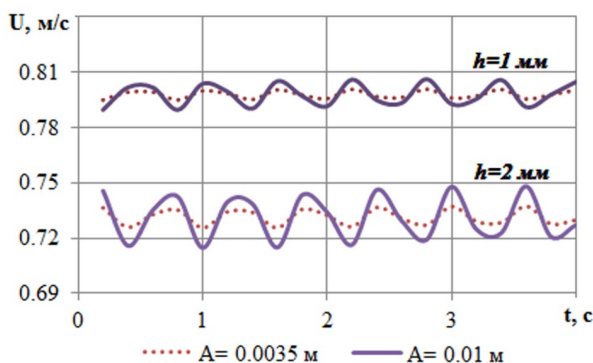


Рис. 3. Изменение скорости перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от амплитуды колебания сита по вертикали

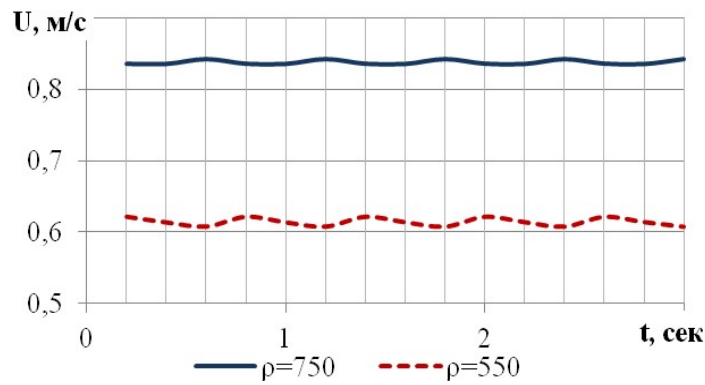


Рис. 4. Изменение скорости перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от плотности сыпучей смеси

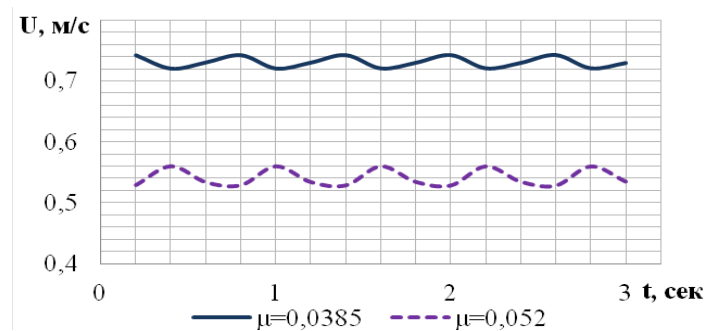


Рис. 5. Скорость перемещения частиц сыпучих смесей в зависимости от динамического коэффициента вибровязкости смеси

На рис. 6 приведены результаты численных расчетов на ЭВМ об изменении скорости перемещения частиц в различных слоях смеси по толщине. Из кривых рис. 6 видно, что максимальная скорость движения сыпучих смесей наблюдается в верхних слоях сепарируемого материала, а также заметно, что в нижних слоях скорость перемещения частиц изменяется зигзагообразно, а в верхнем слое плавно.

Также численные расчеты были проведены при различных значениях угла наклона решета агрегата относительно горизонта и установлено, что при угле наклона решета на 9° происходит резкий рост скорости перемещения частиц и сокращение времени пробега частиц, а это приводит к недосеву сыпучего материала и потери ценного продукта.

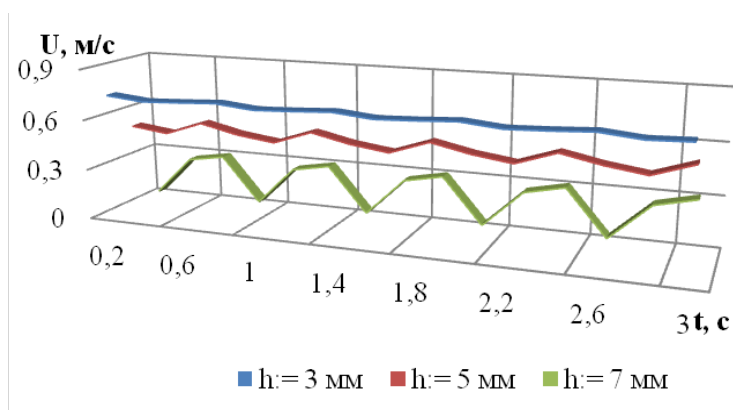


Рис. 6. Скорость перемещения частиц сыпучих смесей в различных слоях смеси

5. Заключение

Проведенными ВЭ при различных значениях частоты колебания сита по горизонтали установлено, что она существенную роль играет при процессе сепарирования и сортирования сыпучих масс, с ростом частоты колебания сита происходит плавное

изменение скорости перемещения частиц по поверхности решета агрегата.

Согласно ВЭ, в изменении скорости движения частиц по поверхности сита, а также времени пробега существенную роль играет угол наклона решета относительно горизонта. С ростом этого параметра сокращается вертикальная скорость перемещения частиц. Это в свою очередь приводит

к уменьшению вероятности контактирования частиц с поверхностью сита, за счет чего резко растет недосев сыпучего материала через отверстия сита.

Проведенные численные расчеты при различных значениях амплитуды колебания сита показали, что при росте этого параметра до определенных значений растет скорость перемещения частиц как по вертикали, так и по горизонтали. Установлено, что чрезмерный рост этого параметра не приводит к существенному изменению скорости перемещения частиц сыпучей смеси. Это особенно заметно в верхних слоях сепарируемого сыпучего материала.

Согласно проведенным расчетам на ЭВМ, плотность частиц сыпучей смеси играет существенную роль в процессе перемещения частиц по поверхности сита и самосортирования их по толщине слоя.

На основе анализа численных расчетов установлено, что коэффициент вибровязкости прямым образом зависит от частоты и амплитуды колебания решета сепарируемого агрегата. С ростом этих параметров увеличивается значение коэффициента вибровязкости.

Литература

- [1] *Felix S.L.* Statistical mechanics of normal grain growth in one dimension: A partial integro-differential equation model // *Acta Materialia*. – 2016. – № 120. – Pp. 453-462.
- [2] *Evstratov V.A., Rud A.V., Belousov K.Y.* Process modelling vertical screw transport of bulk material flow // *International Conference on Industrial Engineering, Procedia Engineering*. – 2015. – № 129. – Pp. 397-402.
- [3] *Joanna Cyganiuk, Piotr Kurylo, Edward Tertel* Modelling of the flow of streams of cohesionless and cohesive bulk materials in a conveyor discharge point of a descending belt conveyor // *Modelling of Mechanical and Mechatronic Systems (MMaMS), Procedia Engineering*. – 2014. – № 96. – Pp. 28-38.
- [4] *Simonyan K., Yiljep Y. and Mudiare O.* Modeling the Cleaning Process of a Stationary Sorghum Thresher // *Agricultural Engineering International: the CIGR E-journal. Manuscript P M 06 012*. – Vol.8. – 2006.
- [5] *Галкин В.Д., Галкин А.Д., Галкин С.В., Менгалиев И.П.* Математические модели нормализации зернового вороха по засоренности и влажности и технология его предварительной очистки и сушки // *Пермский аграрный вестник*. – 2014. – № 3 (7). – С. 23-32.
- [6] *Дурнев А.С., Першин В.Ф.* Применение теории цепей Маркова к моделированию процесса смешивания в гладком вращающемся барабане // *Вестник ТГТУ*. – 2013. – Т. 19. – № 4. – С. 783-792.
- [7] *Люлька Д.Н., Пономаренко В.В., Лементарь С.Ю.* Низкочастотные колебания давлений в гетерогенных системах как способ интенсификации массообменных процессов // *Техника и технология пищевых производств*. – 2015. – Т. 38. – № 3. – С. 94-100.
- [8] *Васин В.М.* Способ смешивания сыпучих материалов и математические модели потоков их частиц // *Известия ТулГУ. Технические науки*. – 2010. – Вып. 1. – С. 9-18.
- [9] *Федоренко И.Я., Пирожков Д.Н.* Критерии подобия гидродинамических моделей виброкипящего слоя сыпучего материала // *Вестник Алтайского государственного аграрного университета*. – 2005. – № 1 (17). – С. 105-108.
- [10] *Королев Л.В., Таршиц М.Ю.* Приготовление плотных сыпучих смесей в устройстве гравитационно-пересыпного действия методом прямой подачи мелкой фракции в поток обрушения // *Современные проблемы науки и образования*. – 2008. – № 3. – С. 8-13.
- [11] *Равшанов Н., Палванов Б.Ю., Исламов Ю.Н.* Компьютерная модель процесса сепарирования трудноразделяемых сыпучих смесей центробежным сепаратором // *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. – Ташкент, 2015. – № 1 (1). – С. 40-46.
- [12] *Равшанов Н., Палванов Б.Ю., Каршиев Д.* Численное моделирование технологического процесса сепарирования смесей при стесненном перемещении частиц // *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. – Ташкент. – 2015. – № 2 (2). – С. 19-24.
- [13] *Равшанов Н., Палванов Б.Ю.* Компьютерное моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей // *Научно-технический журнал «Информационные технологии моделирования и управления»*. – 2016. – № 2 (98). – С. 109-122.
- [14] *Палванов Б.Ю., Абдурахманова Ш., Каршиев Д.* Численное решение задачи технологического процесса сепарирования сыпучих смесей на плоских выброрешетках // *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. – 2016. – № 2. – С. 19-25.