

УДК 512.312

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИОНООБМЕННОЙ СОРБЦИИ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ РАСТВОРОВ

**Равшанов Н.**

д.т.н., заведующий лабораторией,  
Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий,  
тел.: +(99871) 262-71-62, e-mail: ravshanzade-09@mail.ru

**Палванов Б.Ю.**

старший научный сотрудник-соискатель,  
Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий,  
тел.: +(99894) 607-67-80, e-mail: bozorboy@yandex.ru

В работе приведена математическая модель и вычислительный алгоритм для исследования задачи процесса фильтрования ионообменной сорбции двухкомпонентных растворов. Модель представлена в виде систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Нелинейные члены математической модели линеаризованы по методу Бельман-Калава. Математическая модель решена численно с использованием метода векторной конечно-разностной схемы Самарского-Фрязинова. Разработано программное средство для определения изменения концентрации первого и второго компонента суспензий. С помощью, разработанного программного средства проведены численные эксперименты на ЭВМ при задании различных режимов работы фильтрующего агрегата, приведены результаты и их интерпретация в табличном виде, а также выводы по проведенному исследованию в целом.

**Ключевые слова:** математическая модель, численный метод, фильтрования, жидких растворов, технологический процесс, вычислительный эксперимент.

## MATHEMATICAL MODEL FOR ION-EXCHANGE SORPTION OF TWO-COMPONENT FLUIDS Ravshanov N., Palvanov B.Yu.

The paper presents a mathematical model and a computational algorithm for studying the problem of filtering ion-exchange sorption of two-component solutions. The model is represented in the form of systems of nonlinear partial differential equations of the second order. The nonlinear terms of the mathematical model are linearized by the Belman-Kalava method. The mathematical model was solved numerically using the finite-difference vector scheme of Samaraskiy-Fryazinov. In the numerical solution of the problem, a software has been developed to determine the change in the concentration of the first and second components of the suspensions. The results of the numerical computer experiments were carried out with the setting of different operation modes of the separating unit, as well as their interpretation in tabular form and conclusions on the study as a whole.

**Keywords:** mathematical model, numerical method, filtration, liquid solution, process technology, computational experiment.

## IKKI TARKIBLI ARALASHMALARNING IONALMASHINUV SORBSIYASI UCHUN MATEMATIK MODEL Ravshanov N., Palvanov B.Yu.

Ishda ikki tarkibli aralashmalarni filtrlash jarayonining ionalmashinuv sorbsiyasi masalasini tadqiq etish uchun matematik model va hisoblash algoritmlari keltirilgan. Matematik model ikkinchi tartibli hususiy hosilali differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishda ifodalangan. Matematik modelning chiziqsiz hadlari Belman – Kalava usuli yordamida chizikli ko'rinishiga keltirildi. Matematik model Samaraskiy-Fryazinovning vektorli chekli ayirmali usulini qo'llash orqali yechildi. Suspenziyadagi birinchi va ikkinchi tarkibli aralashmaning konsentrasiyasini hisoblash dasturiy vositasi yaratildi. Yaratilgan dasturiy vosita asosida tozalovchi agregatlarning turli ish rejimi qiymatlari uchun EHMda o'tkazilgan hisoblash tajriba natijalari va ularning qiymatlari jadval ko'rinishida keltirilgan hamda butun izlanishlarning umumiy hulosalari chiqarilgan.

**Kalit s'ozlar:** matematik model, sonli usul, filtrlash, suyuq aralashma, texnologik jarayon, hisoblash experimenti.

## 1. Введение

Процессы разделения и фильтрования отдельных компонентов или фаз сложных смесей являются неотъемлемой частью многочисленных отраслей производства. Очищения питьевой воды, разделение растворов от вредных примесей (особенно тяжелых металлов), очистка и переработка нефти, рафинация растительных масла, обогащение полезных ископаемых, производства редких элементов (золота, вольфрама, урана, серебра, платины и других) и многие другие могут служить примером использования технология сепарирования и фильтрования. Эти процессы отличаются друг от друга не только разделяемыми фазовыми или компонентными составами, но и способами и технологическими оборудованьями, которые используются для достижения цели. Желанный результат может быть достигнут как с использованием одного этапа, так и использованием многоэтапного процесса (например, сепарация природного газа, подготовка питьевой воды). В зависимости от реологии составляющих смеси может быть использованы различные внешние воздействия на смеси, как механические воздействия (колебания, поток газа или жидкости), электромагнитные поля, сила гравитации и другие. Аналогичным путем могут быть использованы различные добавки (кислоты при добыче урана и золота или другие ингибиторы, катализаторы и поверхностно активные вещества), которые оказывают воздействие на внутренние свойства смеси и создают благоприятные условия для разделения составляющих смеси.

Совершенствование существующих и разработка новых эффективных способов и устройств сепарирования, и фильтрования сложных смесей, опираясь на результаты натурального эксперимента, требует солидных капиталовложений, но не всегда осуществимо. В связи с этим целесообразно обратиться к методам математического моделирования и вычислительного эксперимента с новыми возможностями современных информационных технологий. Для этого требуется тщательный анализ используемых технологических процессов и относящихся им математических моделей. Разработка достоверной математической модели и использование эффективных численных методов решения практических задач зачастую позволяют не только анализировать технологический процесс, но и успешно управлять им, более того, предложить новый, эффективный способ организации технологического процесса и определить его оптимальных параметров функционирования.

Над данной проблемой занимаются многие ученые и получены значительные результаты фундаментального и прикладного характера.

В частности, в работе [1] разработана математическая модель процесса очистки воды методом электроразрядной обработки. Математическая модель представлена в виде дифференциальных уравнения частного производного. С помощью модели были определены

изменения концентрации ионов железа в составе воды. Математическая модель решено численными способами с использованием математического пакета MatLab. Результаты были сопоставлены с лабораторными экспериментами которого относительной ошибки составил не более 10 процентов.

В работе [2] исследовано определения свойств ионообменных смол для выделения лимонной и молочной кислот, определить изотермы сорбции для этих кислот при разных температурах (в диапазоне 20-60 градусов C) и определить коэффициенты диффузии внутри сорбента частицы. Также представлена математическая модель процесса ионообмена в хроматографической колонне и ее экспериментальная проверка. В ходе исследований были испытаны 18 типов ионообменных смол. Было обнаружено, что слабоосновные смолы более подходят для процесса восстановления, чем сильно основные. Лучшей смолой для разделения лимонной кислоты был Amberlite IRA-67 и для молочной кислоты Amberlite IRA-92. В результате экспериментов по сорбции переходного состояния были получены коэффициенты диффузии лимонной кислоты внутри частицы сорбента при разных температурах. Было обнаружено, что  $D(p)$  увеличилась с температурой в два раза в диапазоне 20-60 градусов Целься, а ее значение при 60 °C составляло  $7,2 \times 10^{-10}$  м.кв/с. Предложенная математическая модель была применена для определения параметров работы слоя в колонне для нужд моделируемого метода хроматографии с движущимся слоем.

В работе [3] разработано программного комплекса, математически описывающего процессы аэробной очистки сточных вод в аэротенке, имеющем блочной-модульный принцип построения. Проведение имитационных экспериментов с использованием программного комплекса позволяет получать достаточно адекватную модель процесса биологической очистки сточных вод, хорошо согласующуюся с практическими результатами эксплуатации реакторов биологической аэробной очистки. Применение данного программного продукта будет способствовать развитию представлений о таком сложном процессе как аэробная очистка сточных вод и улучшению методов проектирования соответствующих биореакторов и управления ими.

В работе [4] проведено математическое моделирование процесса фильтрования в линии подготовки морской воды для предприятий рыбной отрасли на основании теории В.А. Панфилова. На основании имеющихся данных формировалась цепочка процессов технологического потока подготовки морской воды, полученная цепочка преобразовывалась в операторную модель. Проводилась оценка уровня целостности функционирующего технологического потока, по результатам оценки осуществлялась корректировка операторной модели, включающая уточнение содержания и последовательности выполнения технологических операций. Определение

оптимальных параметров насыпных фильтров, на которых осуществляется процесс фильтрования морской воды, произведено на основе блок-схем алгоритма методом Зейделя.

Автором в работе [5] рассмотрена теоретическая модель, описывающая поведение сложной системы, включающей эмульсии нефти в воде и примеси магнитных наночастиц в неоднородном магнитном поле. Выполнены численные оценки скорости удаления эмульсии. Полученные результаты свидетельствуют о реальной возможности использования предлагаемого метода для очистки загрязненных нефтью вод.

А в работе [6] Разработана 2D-численная модель для расчета вертикального отстойника с перегородкой. Модель основывается на численном интегрировании уравнения конвективно-диффузионного переноса примеси и модели потенциального течения. Модель решено численными способами с использованием попеременно – треугольная разностная схема. Численный расчет реализуется на прямоугольной разностной сетке. Значение концентрации загрязнителя рассчитывается в центрах разностных ячеек.

Описания механизма модифицированных активированных углей углеродными нанотрубками в процессе газофазного химического осаждения приводится в работе [7]. На основе этого механизма разработана математическая модель, описывающая процессы адсорбции на модифицированных активированных углях. С использованием разработанной математической модели процессов адсорбции выполнена обработка результатов экспериментального исследования, позволившая определить основные характеристики модифицированных сорбентов. Методом сравнения с экспериментальными данными проведена проверка адекватности разработанной математической модели.

Процесс очистки сточной жидкости, образующейся при промывке технологического оборудования в производстве молока из соевого концентрата с помощью сорбентов исследован в работе [8]. Также в работе исследовалось влияние сорбентов, как традиционных, так и альтернативных, на качество очистки сточных вод. Проведена математическая обработка экспериментальных данных с помощью интерполяционных полиномов Лагранжа.

В работе [9] описаны конструкция и принцип работы медленного самоочищающегося фильтра обезжелезивания природных вод. Приведены экспериментальные данные, иллюстрирующие эффективность работы фильтра на имитатах природной воды с концентрацией железа от 6,0 до 16,0 мг/л. Экспериментально установлено, что выход фильтра на рабочий режим составляет 1,5—2,0 часа.

В работе [10] рассмотрена математическая модель процесса фильтрования запыленных газов с закупориванием пор. Получены теоретические зависимости, определяющие скорость перемещения фронта пыли, глубину проникновения пыли в фильтрующий слой и остаточную запыленность при

очистке газов от пыли в зернистых фильтрах. Предложен показатель, определяющий стационарность процесса фильтрования.

В работе [11] рассмотрен современный способ подготовки морской воды на рыбоходных и рыбоперерабатывающих предприятиях, представлена краткая характеристика насыпных фильтров с зернистой загрузкой. Определена зависимость эффективности процесса фильтрования от физико-химических свойств примесей в морской воде и насыпных зернистых материалов и от гидродинамических факторов. Описаны стадии процесса выделения взвешенных частиц из морской воды при фильтровании и определяющие факторы в доставке частиц к зернам загрузки. Представлены иллюстрации образования порового канала зернистого слоя, изменения сечения поры, зарастания поры в течение времени фильтрования и модели фильтровальной колонны. Описан эффект очистки морской воды как суммарный результат двух противоположных процессов – изъятия частиц из воды вследствие адгезии к зернам и отрыва ранее прилипших частиц под влиянием гидродинамического воздействия потока. Обобщена методика расчета насыпных фильтров с зернистыми перегородками.

В работе [12] разработана конструкция устройства с сетчатой фильтрующей поверхностью для очистки сточных вод предприятий пищевой промышленности от грубодисперсных примесей. Для разработки метода расчета устройства рассмотрены два варианта осуществления процесса фильтрования. В результате получены математическое выражения, учитывающие как технологические особенности процесса, так и конструкторские параметры устройства.

Метод асимптотического решения системы декомпозиционных уравнений которой предложена авторам в работе [13] в рамках математических моделей электромембранных процессов очистки воды для бинарного, тернарного и тетрарного типов электролитов, открывающий возможность приближенного решения краевых задач для более сложных систем электродиффузионных уравнений.

Динамика адсорбции многокомпонентных смесей в изотермических условиях в режиме параллельного передвижения сорбционных фронтов теоретически впервые рассмотрена в работах И. И. Жужикова. Схема распределения двух адсорбентов по длине слоя адсорбента для некоторого, достаточного большого, фиксированного момента времени приведена в работе И. М. Федоткина.

Решения более сложной задачи изотермической динамики сорбции смесей, не связанной с допущениями о параллельном переносе фронтов сорбции, было получено в работе Ю. М. Шехтмана. Для случае двухкомпонентной смеси система уравнений состояла из двух уравнений баланса (при  $D = 0$ ) и двух уравнений кинетики сорбции. В качестве уравнения, равновесия использовались уравнения Бентана-Маркгема.

Система уравнений с соответствующими краевыми условиями решалась численным методом.

## 2. Постановка задачи

Запишем безразмерные уравнения баланса и кинетики сорбции в виде:

$$m \frac{\partial n_{ij}}{\partial t} + a_0 \frac{\partial n_{ij}}{\partial x} + \frac{\partial N_{ij}}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 n_{ij}}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{i1}}{\partial t} = a_2 \left( n_{i1} - \frac{P_1 b_0 N_{i1}}{b_1 + b_0 N_{i1} + b_2 N_{i2}} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_{i2}}{\partial t} = a_2 \left( n_{i2} - \frac{P_2 b_0 N_{i2}}{b_1 + b_0 N_{i1} + b_2 N_{i2}} \right). \quad (3)$$

Краевые условия задачи для уравнение (1)-(3) следующие:

$$\begin{aligned} n_{11} = 0, n_{21} = n_{01}, \\ n_{12} = 0, n_{22} = n_{02}, \\ N_{11} = 1, N_{21} = 0, \\ N_{12} = 1, N_{22} = 0 \quad \text{при } t = 0, \end{aligned}$$

$$n_{11} = 0, n_{21} = n_{01}, n_{12} = 0, n_{22} = n_{02} \quad \text{при } x = 0,$$

$$n_{11} = n_{01}, n_{21} = 0, n_{12} = n_{01}, n_{22} = 0 \quad \text{при } x = 1,$$

где

$$a_0 = \frac{W \alpha_\tau}{H_0}, a_1 = \frac{D_i \alpha_\tau}{H_0^2},$$

$$a_2 = \beta \alpha_\tau, b_0 = 1 + P_2,$$

$$\alpha_\tau = \frac{\rho H K_0}{\mu H_0 W},$$

$$b_2 = 1 + P_1, b_1 = b_0 b_2,$$

$$P_j = \frac{A_{j\max}}{\Gamma_j C_{j0}}, \quad j = 1, 2.$$

Здесь  $n_{ij}, N_{ij}$  - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в растворе и сорбенте,  $i = 1, 2$  означает сорбции и десорбции соответственно  $j = 1, 2$  означает первой и второй компонентом;  $D_j$  - коэффициент диффузии для  $j$ -го компонента;  $H$  - высота фильтровальной колонны;  $H_0$  - толщина фильтра;  $W$  - скорость фильтрования;  $C_{j0}$  - содержащая  $j$  компонентом с концентрацией  $n_{j0}$ ;  $\beta$  - эффективная константа обменивающихся ионов;  $A_{j\max}$  - максимальная ёмкость шиты по  $j$ -у компоненту в отсутствии другого компонента (при  $n_j \rightarrow \infty$ );  $\Gamma_j$  - безразмерный коэффициент Генри, характеризующий линейный участок индивидуальной изотермы адсорбции.

## 3. Метод решения

Как и выше в уравнениях (1)-(3) при  $i = 1$  соответствует процессу десорбции, а  $i = 2$  - сорбции. Уравнения (1)-(4) при  $i = 1, 2$  запишется в виде:

$$\left\{ \begin{aligned} m \frac{\partial u_1}{\partial t} + \bar{a}_0 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial N_{u_1}}{\partial t} &= \bar{a}_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial N_{u_1}}{\partial t} &= \bar{a}_2 \left( u_1 - \frac{P_1 \bar{b}_0 N_{u_1}}{b_1 + \bar{b}_0 N_{u_1} + \bar{b}_2 N_{u_2}} \right), \\ m \frac{\partial v_1}{\partial t} + a_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial N_{v_1}}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial N_{v_1}}{\partial t} &= a_2 \left( v_1 - \frac{P_1 b_0 N_{v_1}}{b_1 + b_0 N_{u_1} + b_2 N_{u_2}} \right), \\ m \frac{\partial u_2}{\partial t} + a_0 \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{\partial N_{u_2}}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial N_{u_2}}{\partial t} &= a_2 \left( u_2 - \frac{P_2 b_0 N_{u_2}}{b_1 + b_0 N_{u_1} + b_2 N_{u_2}} \right), \\ m \frac{\partial v_2}{\partial t} + a_0 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial N_{v_2}}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial N_{v_2}}{\partial t} &= a_2 \left( v_2 - \frac{P_2 b_0 N_{v_2}}{b_1 + b_0 N_{v_1} + b_2 N_{v_2}} \right). \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Тогда краевые условия для системы (5) следующие

$$\begin{aligned} u_1 = v_1 = u_2 = v_2 = 0, \\ N_{u_1} = N_{v_1} = N_{10}, N_{u_2} = N_{v_2} = N_{20}, \quad (t = 0); \\ u_1 = v_1 = u_2 = v_2 = 0, \quad (x = 0); \\ u_1 = v_1 = n_{10}, v_2 = u_2 = n_{20}, \quad (x = 1). \end{aligned} \quad (6)$$

Применяя метод квазилинеаризации Бельман-Калава к нелинейным членам системы (5) и аппроксимируя дифференциальных оператор в этих уравнениях разностной схемой получим [14-17]:

$$\left\{ \begin{aligned} N_{1i}^* &= \alpha_{1i} U_{1i} + \alpha_{2i} N_{2i}^* - \alpha_{3i} \\ N_{2i}^* &= \alpha_{4i} U_{2i} + \alpha_{5i} N_{1i}^* - \alpha_{6i} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_{1i} &= \frac{a_2 \Delta t}{1 + a_2 \Delta t q_{2i}}, \quad \alpha_{2i} = \alpha_{1i} q_{3i}, \quad \alpha_{3i} = \alpha_{1i} q_{1i}, \\ \alpha_{4i} &= \frac{a_3 \Delta t}{1 + a_3 \Delta t q_{5i}}, \quad \alpha_{5i} = \alpha_{4i} q_{6i}, \quad \alpha_{6i} = \alpha_{4i} q_{4i}, \\ q_{1i} &= \frac{K_1 N_{1i}^{*(s-1)}}{\gamma_{1i}} \left( 1 - \frac{b_1}{\gamma_{1i}} \right), \\ q_{2i} &= \frac{K_1 (b_1 + b_2 N_{21}^{*(s-1)})}{\gamma_{2i}^2}, \quad q_{3i} = \frac{K_1 b_2 N_{1i}^{*(s-1)}}{\gamma_{1i}^2}, \\ q_{4i} &= \frac{K_2 N_{2i}^{*(s-1)}}{\gamma_{2i}} \left( 1 - \frac{b_1}{\gamma_{2i}} \right), \\ q_{5i} &= \frac{K_2 (b_2 + b_3 N_{1i}^{*(s-1)})}{\gamma_{2i}^2}, \\ q_{6i} &= \frac{K_2 b_2 N_{2i}^{*(s-1)}}{\gamma_{2i}^2}, \\ \gamma_{1i} &= b_1 + b_0 N_{1i}^{*(s-1)} + b_2 N_{2i}^{*(s-1)}, \end{aligned}$$

$$\gamma_{2i} = b_1 + b_0 N_{2i}^{*(s-1)} + b_2 N_{1i}^{*(s-1)},$$

$$K_1 = P_1 b_0,$$

$$N_1^* = \begin{pmatrix} N_{u_1} \\ N_{v_1} \end{pmatrix}, \quad N_2^* = \begin{pmatrix} N_{u_2} \\ N_{v_2} \end{pmatrix}.$$

Аппроксимируя уравнения баланса этой системы неявной разностной схемой по  $x$  получим

$$\left. \begin{aligned} a_{1i}u_{i+1} - b_{1i}u_{i-1} + c_{1i}u_{i-1} - d_{1i}v_{1i} + e_{1i}v_{1i-1} + f_{1i}u_{2i} + g_{1i} &= 0 \\ a'_{1i}v_{i+1} - b'_{1i}v_{i-1} + c'_{1i}v_{i-1} - d'_{1i}u_{i+1} + e'_{1i}u_{1i} + f'_{1i}v_{2i} + g'_{1i} &= 0 \\ a_{2i}u_{2i+1} - b_{2i}u_{2i} + c_{2i}u_{2i-1} - d_{2i}v_{2i} + e_{2i}v_{2i-1} + f_{2i}u_{1i} + g_{2i} &= 0 \\ a'_{2i}v_{2i+1} - b'_{2i}v_{2i} + c'_{2i}v_{2i-1} - d'_{2i}u_{2i+1} + e'_{2i}u_{2i} + f'_{2i}v_{1i} + g'_{2i} &= 0 \end{aligned} \right\} (8)$$

где

$$a_{1i} = a_{2i} = a'_{1i} = a'_{2i} = c_{1i} = c_{2i} = c'_{1i} = c'_{2i} = \frac{a_1}{h^2},$$

$$d_{1i} = d_{2i} = d'_{1i} = d'_{2i} = e_{1i} = e_{2i} = e'_{1i} = e'_{2i} = \frac{a_0}{h},$$

$$b_{1i}^* = \frac{2a_1}{h^2} + \frac{m + \alpha_{1i}}{\Delta t}, \quad b_{2i}^* = \frac{2a_1}{h^2} + \frac{m + \alpha_{4i}}{\Delta t},$$

$$f_{1i}^* = \frac{\alpha_{2i}}{\Delta t}, \quad f_{2i}^* = \frac{\alpha_{5i}}{\Delta t},$$

$$g_{1i}^* = \frac{\tilde{N}_{1i} + m\tilde{U}_{1i} + \alpha_{3i}}{\Delta t}, \quad g_{2i}^* = \frac{\tilde{N}_{2i} + m\tilde{U}_{2i} + \alpha_{6i}}{\Delta t},$$

$$b_k^* = \begin{pmatrix} b_k \\ b'_k \end{pmatrix}, \quad f_k^* = \begin{pmatrix} f_k \\ f'_k \end{pmatrix}, \quad g_k^* = \begin{pmatrix} g_k \\ g'_k \end{pmatrix}$$

Решение (8) представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} u_{1i} &= A_{1i}u_{i+1} + B_{1i}v_{i+1} + c_{1i}u_{2i+1} + D_{1i}v_{2i+1} + F_{1i}, \\ u_{2i} &= A_{2i}u_{2i+1} + B_{2i}v_{2i+1} + c_{2i}u_{1i+1} + D_{2i}v_{1i+1} + F_{2i}, \\ v_{1i} &= A'_{1i}v_{i+1} + B'_{1i}u_{i+1} + c'_{1i}v_{2i+1} + D'_{1i}u_{2i+1} + F'_{1i}, \\ v_{2i} &= A'_{2i}v_{2i+1} + B'_{2i}u_{2i+1} + c'_{2i}v_{1i+1} + D'_{2i}u_{1i+1} + F'_{2i}, \end{aligned} \right\} (9)$$

Решая совместно (8) и (9) получим:

$$A_{1i} = H_1 + H_2 B'_{1i} + H_3 C_{2i} + H_4 D'_{2i},$$

$$C_1 = H_3 A_{2i} + H_4 B'_{2i} + H_2 D'_{1i},$$

$$B_{1i} = H_2 A'_{1i} + H_3 D_{2i} + H_4 C'_{2i},$$

$$D_{1i} = H_4 A'_{2i} + H_3 B_{2i} + H_2 C'_{1i},$$

$$F_{1i} = H_5 + H_2 F'_{1i} + H_3 F_{2i} + H_4 F'_{2i},$$

$$A_{2i} = H_6 + H_7 B'_{2i} + H_8 C_{1i} + H_9 D'_{1i},$$

$$B_{2i} = H_7 A'_{2i} + H_9 C'_{1i} + H_8 D_{1i},$$

$$C_{2i} = H_8 A_{1i} + H_9 B'_{1i} + H_7 D'_{2i},$$

$$D_{2i} = H_9 A'_{1i} + H_8 B_{1i} + H_7 C'_{2i},$$

$$F_{2i} = H_{10} + H_8 F_{1i} + H_9 F'_{1i} + H_7 F'_{2i},$$

$$A'_{1i} = H_{11} + H_{12} B_{1i} + H_{13} C'_{2i} + H_{14} D_{2i},$$

$$B'_{1i} = H_{12} A_{1i} + H_{13} D'_{2i} + H_{14} C_{2i} - H_{15},$$

$$C'_{1i} = H_{13} A'_{2i} + H_{14} B_{2i} + H_{12} D_{1i},$$

$$D'_{1i} = H_{14} A_{2i} + H_{13} B'_{2i} + H_{12} C_{1i},$$

$$F'_{1i} = H_{16} + H_{12} F_{1i} + H_{13} F'_{2i} + H_{14} F_{2i},$$

$$A'_{2i} = H_{17} + H_{18} B_{2i} + H_{19} C'_{1i} + H_{20} D_{1i},$$

$$B'_{2i} = H_{18} A_{2i} + H_{19} D'_{1i} + H_{20} C_{1i} - H_{21},$$

$$C'_{2i} = H_{19} A'_{1i} + H_{18} D_{2i} + H_{20} B_{1i},$$

$$D'_{2i} = H_{20} A_{1i} + H_{19} B'_{1i} + H_{18} C_{2i},$$

$$F'_{2i} = H_{22} + H_{19} F'_{1i} + H_{18} F_{2i} + H_{20} F_{1i},$$

$$H_1 = \frac{a_{1i}}{H_{01i}}, \quad H_2 = \frac{c_{1i} B_{1i-1} + e_{1i} A_{1i-1} - d_{1i}}{H_{01i}},$$

$$H_3 = \frac{c_{1i} C_{1i-1} + e_{1i} D'_{1i-1} - f_{1i}}{H_{01i}},$$

$$H_4 = \frac{c_{1i} D_{1i-1} + e_{1i} C'_{1i-1}}{H_{01i}},$$

$$H_5 = \frac{c_{1i} F_{1i-1} + e_{1i} F'_{1i-1} + g_{1i}}{H_{01i}}, \quad H_6 = \frac{a_{2i}}{H_{02i}},$$

$$H_7 = \frac{c_{2i} B_{2i-1} + e_{2i} A'_{2i-1} - d_{2i}}{H_{02i}},$$

$$H_8 = \frac{c_{2i} C_{2i-1} + e_{2i} C'_{2i-1} - f_{2i}}{H_{02i}},$$

$$H_9 = \frac{c_{2i} D_{2i-1} + e_{2i} D'_{2i-1}}{H_{02i}},$$

$$H_{10} = \frac{c_{2i} F_{2i-1} + e_{2i} F'_{2i-1} + g_{2i}}{H_{02i}}, \quad H_{11} = \frac{a'_{1i}}{H_{03i}},$$

$$H_{12} = \frac{e'_{1i} + c'_{1i} B'_{1i-1}}{H_{03i}}, \quad H_{13} = \frac{c'_{1i} C_{1i-1} - f'_{1i}}{H_{03i}},$$

$$H_{14} = \frac{c'_{1i} D'_{1i-1}}{H_{03i}}, \quad H_{15} = \frac{d'_{1i}}{H_{03i}},$$

$$H_{16} = \frac{c'_{1i} F'_{1i-1} + g'_{1i}}{H_{03i}}, \quad H_{17} = \frac{a'_{2i}}{H_{04i}},$$

$$H_{18} = \frac{e'_{2i} + c'_{2i} B'_{2i-1}}{H_{04i}}, \quad H_{19} = \frac{c'_{2i} D'_{2i-1} - f'_{2i}}{H_{04i}},$$

$$H_{20} = \frac{c_{2i} C'_{2i-1}}{H_{04i}}, \quad H_{21} = \frac{d'_{2i}}{H_{04i}},$$

$$H_{01i} = b_{1i} - c_{1i} A_{1i-1} - e_{1i} B'_{1i-1},$$

$$H_{02i} = b_{2i} - c_{2i} A_{2i-1} - e_{2i} B'_{2i-1},$$

$$H_{03i} = b'_{1i} - c'_{1i} A'_{1i-1},$$

$$H_{04i} = b'_{2i} - c'_{2i} A'_{2i-1}.$$

Таким способом разработан вычислительный алгоритм для разработки программного средства процесса фильтрования двухкомпонентных растворов. С помощью разработанного программного средства были проведены численных расчетов в ЭВМ.

Результаты расчета приведены в таблице 1.

Таблица 1

$x$	$n_1$	$n_2$	$N_1$	$N_2$
0,00	0,000000	0,0000000	0,009927	0,078431
0,05	0,000011	0,000714	0,009927	0,078431
0,10	0,000019	0,001241	0,009927	0,078431
0,15	0,000294	0,005691	0,009927	0,078431
0,20	0,000294	0,009116	0,009927	0,078431
0,25	0,000294	0,011700	0,009927	0,078431
0,30	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,35	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,40	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,45	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,50	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,55	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,60	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,65	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,70	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,75	0,000294	0,040551	0,009927	0,078431
0,80	0,000563	0,043749	0,009927	0,078431
0,85	0,000927	0,051330	0,009927	0,078431
0,90	0,002971	0,064566	0,009927	0,078431
0,95	0,009941	0,078431	0,009928	0,078431

#### 4. Обсуждение результатов

Для определения основных параметров технологического процесса, в зависимости от режимов работы фильтрующего агрегата, физико-механических свойств жидких растворов и характеристики агрегата, на основе математического обеспечения объекта исследования было разработано программное средства для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ. Результаты проведенных численных экспериментов приведены на рис. 1.

Из проведенных численных расчетов на ЭВМ установлены, что пористость фильтра существенный рол играет в процессе фильтрования двухкомпонентных растворов. Так же установлено, что с ростом скорости движущихся смеси процесс обмена ионов ускоряется. Распределения ионов в растворе первого и второго компонента по высоте фильтра приведена рис.1. Из результатов видно, что концентрация ионов в растворе на верхнем частях ионообменной колонны ниже чем нижнем частях.

Концентрация ионов в сорбенте со временем уменьшается для оба компонента.

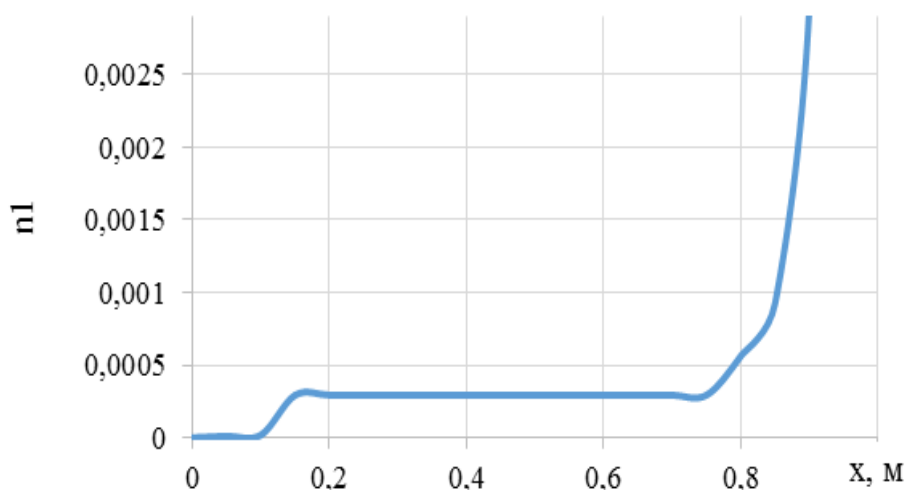


Рис. 1. Изменение концентрации первого компонента по глубине ионообменной колонны

## 5. Заключение

Анализ проведенные численные расчеты на ЭВМ показали, что при фильтровании суспензии с высокой степени засоренности в широком диапазоне изменения размеров гель-частиц для улучшения очистки необходимо пропускать многокомпонентных растворов через многослойных фильтровальных перегородок, что приводит к росту производительности агрегата и высокой степени очистки выходного продукта.

Проведенными численными расчетами установлены, что один из основных показателей

технологического процесса фильтрования играющий значительную роль это пористость и толщины фильтровальной перегородки агрегата. Их надо подобрать в зависимости от диаметров основной массы частиц находящейся в составе разделяемой суспензии.

Вычислительными экспериментами установлены, что для повышения степени очистки суспензии от гель-частиц и повышения производительности агрегата толщина перегородки фильтра и его пористость надо подобрать в зависимости выходной концентрации многокомпонентных растворов проходящий через первой степени очистки.

## Литература

- [1] Igor S and et.al. Mathematical Modeling of EDM Method of Water Purification // Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists 2016 Vol 1. «IMECS 2016», March 16 - 18, Hong Kong
- [2] Gluszc P., Jamroz T., Sencio B., Ledakowicz S. Equilibrium and dynamic investigations of organic acids adsorption onto ion-exchange resins // Bioprocess and Biosystems Engineering April 2004, Volume 26, Issue 3, pp. 185–190.
- [3] Пономарев В. Я., Юнусов Э. Ш., Ежкова Г. О. Математическое моделирование процесса аэробной очистки сточных вод предприятий пищевой промышленности // Вестник Казанского технологического университета. –2011. –№17. –С. 139-145.
- [4] Крикун А.И., Угрюмова С.Д. Математическое моделирование процесса фильтрования морской воды // Научные труды Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университета. – 2017. –Том 40. –С. 56-64.
- [5] Смирнов Ю. Г. Математическое моделирование процесса очистки сточных вод от нефти с использованием магнитных наночастиц // Известия Коми научного центра УрО РАН. Выпуск 2(10). Сыктывкар, –2012. –С. 104-107.
- [6] Беляев Н. Н., Нагорная Е. К. Математическое моделирование процесса очистки воды в вертикальном отстойнике // Вестник днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. – 2012. –№42. –С. 35-39.
- [7] Рухов А.В., Романцова И.В., Туголуков Е.Н. Математическое моделирование процессов адсорбции ионов кобальта активированными углями, модифицированными углеродными нанотрубками // Вестник ТГТУ. – 2013. –Том 19. –№ 2. –С. 360-367.
- [8] Шакиров Ф. Ф., Ахмадиев М. Г., Фридлянд С. В., Шайхиев И. Г. Математическое моделирование процессов очистки сточных вод с применением интерполяционных полиномов // Вестник Казанского технологического университета. –2009. –№6. –С. 267-275.
- [9] Лукашева Г. Н., Юровский А. В. Медленный самоочищающийся фильтр обезжелезивания природных вод // Вестник ассоциации вузов туризма и сервиса. –2010. –№4. –С. 56-63.
- [10] Самохвалов Н. М., Скачков Е. В., Сенотова С. А. Моделирование процесса фильтрования с закупориванием пор // Вестник ИрГТУ. –2009. –№2 (38). –С. 181-185.
- [11] Федорова А.И., Крикун Д.А., Угрюмова С.Д. Особенности фильтрования морской воды и расчет насыпной фильтрующей перегородки // Научные труды Дальрыбвтуза. –Том 29. –С. 110-117.
- [12] Жуков В.Г., Никифоров Л.Л., Хорунжева О.Е., Чечиков И.В. Расчет оборудования для очистки сточных вод от грубодисперсных примесей // Известия вузов. Пищевая технология. –2001. –№1. –С 71-82.
- [13] Лаврентьев А. В. Решение краевой задачи системы уравнений моделирующей процесс электромембранной очистки пластовых и сточных вод // Всероссийской научной конференции молодых учёных и студентов. –Краснодар: Просвещение-Юг. –2009. –С. 125–129.
- [14] Палванов Б.Ю., Исламов Ю. Н. Компьютерная модель и вычислительный эксперимент для исследования процесса многократного ионообменного фильтрования суспензий // Журнал «Проблемы вычислительной и прикладной математики». –Ташкент, 2016. – №4(6). –С. 48-63.
- [15] Ravshanov N, Palvanov BY (2017) Numerical solution of inverse problems filtering process of low-concentration solutions. // ISJ Theoretical & Applied science, 04 (48): pp.85-94. doi: <http://dx.doi.org/10.15863/tas>
- [16] Равшанов Н., Палванов Б. Ю. Компьютерное моделирование процесса сепарирования сыпучих смесей // Научно-технический журнал «Информационные технологии моделирования и управления», Издательство «Научная книга». –2016. –№ 2(98). –С.109-122.
- [17] Палванов Б.Ю., Абдурахманова Ш., Каршиев Д. Численное решение задачи технологического процесса сепарирования сыпучих смесей на плоских выборошметках // Проблемы вычислительной и прикладной математики Научный журнал. –2016. –№.2. –С.19-25.