УДК 004.4

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАЗБУХАНИЯ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА*

Имомназаров Б. Х., Имомназаров Х. Х., Хайдаров И. К. imom@omzg.sscc.ru

¹Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, 630090, Россия, Новосибирск, ул. Пирогова, 2;

²Учреждение Российской академии наук Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, 630090, Россия, Новосибирская обл., пр. Академика Лаврентьева, 6;

> ³Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Механико-математический факультет, Ташкент, Узбекистан

Предложен модифицированный вариант линейной теории пороупругости для описания разбухания сланца водным электролитом. При этом, предполагается, что сланец ведет себя как изотропная, идеальная ионная мембрана, и в этом случае разбухание зависит только от полного тензора напряжения и от химического потенциала воды в порах породы. Составлены уравнения для напряжения сланца и диффузии для воды.

Ключевые слова: пористая среда, насыщающая жидкость, упругие параметры, тензор напряжений, парциальная плотность, закон Дарси, химический потенциал.

Цитирование: Имомназаров Б. Х., Имомназаров Х. Х., Хайдаров И. К. Об одной математической модели разбухания глинистого сланца // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2019. — № 3(21). — С. 49–56.

1 Введение

Бурение нефтяной скважины через глинистые сланцевые образования может быть медленным и затрудненным. Некоторые глинистые сланцы поглощают воду из бурового раствора в скважине, если химический потенциал воды в буровом растворе выше, чем уровень воды в сланце. Эксперименты, показывающие это, были отмечены в работах [1-8]. Если глинистый сланец, окружающей ствол скважины, набухает, то диаметр ствола скважины будет уменьшаться, и бурильная колонна может оказаться в ловушке, на что потребуются дополнительные время и деньги.

Напротив, если набухающий сланец распадается, движение бурильной колонны будет затруднено из-за мягких, шероховатых стен колодца, и буровой раствор может стать чрезмерно вязким за счет дополнительных глинистых частиц, взвешенных в ней. В обзоре [9] дается более подробная информация о таких проблемах, которые в прошлом нефтяные инженеры буровых скважин стремились избежать с помощью бурового раствора на нефтяной основе. Тем не менее, такие жидкости могут быть неэкологичными, и, следовательно, существует большой интерес в поиске раствора на водной основе, который препятствовал бы разбуханию. Однако, подобные растворы могут быть вредными, поэтому имеется потребность в нахождении буровых растворов на основе воды, что препятствовало бы разбуханию. Известно, что в нефтяной промышленности добавление соли к водному буровому раствору может уменьшить

^{*}Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 18-31-00120) и Министерства инновационного развития РУз (грант OT-Atex-2018-340)

разбухание сланца, и в данной работе исследуются теоретические аспекты этого явления.

Хотя требуется нелинейный анализ для прогнозирования больших деформаций (и обрушений) пород, малые деформации химически инертной породы (например, песчаника) могут, в первом приближении, быть предсказаны с помощью модифицированного аналога теории пороупругости [10, 11]. Это связывает напряжение в породе с изменениями в деформации и давлении в порах [12, 13]. В работе [14] показано, как теория пороупругости Френкеля-Био модифицируется, когда химические эффекты важны. В теории Френкеля-Био скорости распространения таких волн являются функциями четырех упругих параметров для заданных значений физических параметров среды [15, 16]. В 1989 году Доровский В.Н. [11], основываясь на общих первых физических принципов, построил нелинейную математическую модель для пористых сред. Также, как и в теории Френкеля-Био, в модели Доровского есть три типа звуковых колебаний: поперечный и два типа продольных. В отличие от моделей типа Френкеля-Био в линеаризованной модели Доровского среда описывается тремя упругими параметрами [17, 18].

Эти упругие параметры G, K, α_3 взаимно-однозначно выражают скорость распространения поперечной волны и две скорости продольных волн c_{p1}, c_{p2} с помощью формул [19, 20]:

$$G = \rho_{0,s} c^2{}_s$$

$$K = \frac{\rho_0}{2} \frac{\rho_{0,s}}{\rho_{0,l}} \left(c_{p_1}^2 + c_{p_2} - \frac{8}{3} \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} c^2{}_s - \sqrt{(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2)^2 - \frac{64}{9} \frac{\rho_{0,l}\rho_{0,s}}{\rho_0^2} c^4{}_s} \right),$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2\rho_0^2} \left(c_{p_1}^2 + c_{p_2} - \frac{8}{3} \frac{\rho_{0,l}}{\rho_0} c^2{}_s + \sqrt{(c_{p_1}^2 - c_{p_2}^2)^2 - \frac{64}{9} \frac{\rho_{0,l}\rho_{0,s}}{\rho_0^2} c^4{}_s} \right).$$

Здесь $\rho_{0,s}$ – парциальная плотность пористого тела, $\rho_{0,l}$ – парциальная плотность насыщающей жидкости $\rho_0 = \rho_{0,l} + \rho_{0,s}$, $\rho_{0,s} = \rho_{0,s}{}^f(1-d_0)$, $\rho_{0,l} = \rho_{0,l}^f d_0 \rho_{0,s}^f$ и $\rho_{0,l}^f$ – физические плотности упругого пористого тела и жидкости соответственно, d_0 – пористость, $\alpha = \rho_0 \alpha_3 + K/\rho_0^2$, $\rho_0^3 \alpha_3 > 0$ – модуль объемного сжатия жидкой компоненты гетерофазной среды.

Это обстоятельство является важным для численного моделирования распространения упругих волн в пористых средах, когда известны распределения скоростей акустических волн, отношений физической плотности вмещающей среды к насыщающей её жидкости и значение коэффициента пористости [21].

В данной работе применена модифицированная теория пороупругости, описываемую тремя упругими параметрами к набуханию глинистого сланца, окружающего ствол скважины. Приведены основные уравнения пороупругости при наличии химических эффектов. Полный анализ предсказывает, что деформация зависит от изменений в химических потенциалах как воды, так и ионов, присутствующих в жидкости пор. В работах [8, 22] предполагается, что только химический потенциал воды будет иметь важное значение в определении напряжений вокруг ствола скважины.

2 Теория пороупругости

Био [10] предсказал, что изменение деформации ε_{ij} пористой породы и изменение массы пористой жидкости на единицу исходного объема породы должны зависеть от

изменений порового давления p и полного напряжения σ_{kl} . Реакция породы описывается коэффициентами S_{ijkl}, Q_{ij} и C:

$$d\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} d\sigma_{kl} + Q_{ij} dp, \tag{1}$$

$$dm = Q_{ij}d\sigma_{ij} + Cdp,\tag{2}$$

При наличии химических эффектов соотношение деформация-напряжения и изменение массы с участием порового давления и химических потенциалов μ химического рода, присутствующих в жидкости пор, и уравнения состояния принимают вид:

$$d\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} d\sigma_{kl} + \sum_{r} Q_{ij}^{r} d\mu_{r}, \qquad (3)$$

$$dm^r = Q_{ij}^r d\sigma_{ij} + \sum_s B^{rs} d\mu^s, \tag{4}$$

где коэффициенты S_{ijkl}, Q_{ij}^r и B^{rs} описаны как реакция породы [23], m^r (в молях) и μ^r – масса и химический потенциал *r*-го химического вида. Когда порода химически инертна, можно показать, что уравнения (3) и (4) сводятся к (1) и (2) из [14].

Задача определения коэффициентов S, Q и B даже в химически инертном материале является нетривиальной. Поэтому мы ограничимся рассмотрением изотропного материала, хотя это явно не подходит для сланца. Далее используем линейную теорию малых деформаций.

Соотношения для напряжения и массы для химически инертной породы имеют следующий вид [12, 24]:

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{v}{1+v}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3(v_u - v)}{B(1+v)(1+v_u)}p\sigma_{ij},\tag{5}$$

$$m - m_0 = \frac{3\rho_{0,l}^f(v_u - v)}{2\mu(1+v)(1+v_u)} \left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B}p\right],$$
(6)

В формулах (5) и (6) σ_{ij} – тензор напряжения, ε_{ij} – тензор деформации, p – поровое давление, G – модуль сдвига, B – параметр Скемптона, ν – коэффициент Пуассона упругого материала, ν_u – коэффициент Пуассона пористого материала насыщенной флюидом, m – масса поровой жидкости (на единицу объема породы), m_0 – масса поровой жидкости в исходном состоянии, $\rho_{0,l}^f$ – плотность жидкости.

Далее, также как в [14], рассмотрим квазистационарный случай. Тогда тензор напряжений удовлетворяет уравнению равновесия

$$\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{6(v_u - v)}{B(1 - v)(1 + v_u)} p \right] = 0,$$
(7)

где Δ – оператор Лапласа, повторяющиеся индексы суммируются от 1 до 3.

Из закона сохранения массы с учетом закона Дарси [25] получим

$$q^1 = -\frac{1}{\chi \rho \rho_l} \nabla p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B} p \right] = D\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B} p \right],$$

$$D = \frac{1}{\chi \rho(\rho_{0,l}^{f})^{2} d_{0}} \left[\frac{2\mu(1-v)}{1-2v} \right] \left[\frac{B^{2}(1+v_{u})^{2}(1-2v)}{9(1-v_{u})(v_{u}-v)} \right],$$
(8)

где χ – коэффициент трения.

Отметим, что коэффициент диффузии *D* в отличие от [14] является функцией пористости. Если пористый материал действует как идеальная мембрана, то только химический потенциал μ_w – воды играет определенную роль [14]. Запишем

$$\mu_w = pV_w + RT\ln a_w + \mu_w^0 + M_w gz,$$

где V_w – парциальный молярный объем воды, R – газовая постоянная, T – температура, и a_w – активность воды, μ_w^0 – химический потенциал в исходном состоянии. Только различия в химическом потенциале будут представлять интерес для нас, и, следовательно, положим $\mu_w^0 = 0$. $M_w = \rho_w V_w$ – масса 1 моль воды, и гравитационный потенциал $M_w gz$. Очевидно, μ_w/V_w играет роль модифицированного давления. Будем считать, что V_w слабо изменяется с давлением.

Коэффициенты в уравнениях состояния будут определяться в соответствии с экспериментальными данными, и поэтому естественно выразить эти коэффициенты, используя G, ν , ν_u и B (или другие эквивалентные коэффициенты). Таким образом, уравнения (5) и (6) приобретают вид

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{v}{1+v}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3(v_u - v)}{B(1+v)(1+v_u)}\frac{\mu_w}{V_w}\delta_{ij}$$
(9)

$$2G\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{v}{1+v}\sigma_{kk}\delta_{ij} + \frac{3(v_u - v)}{B(1+v)(1+v_u)}\frac{\mu_w}{V_w}\delta_{ij}$$
(10)

При этом уравнение диффузии имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B} \frac{\mu_w}{V_w} \right] = D\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{3}{B} \frac{\mu_w}{V_w} \right].$$
(11)

Из (10) следует, что теперь параметр *B* относит изменение μ_w/V_w к изменению напряжений σ_{kk} в пористой деформации, и поэтому прямое расширение Скемптона *B*, которое вызывает изменение давления пор *p* в пористой деформации химически инертной системы. Уравнение равновесия для напряжений (8) имеет вид

$$\Delta \left[\sigma_{kk} + \frac{6(v_u - v)\mu_w}{BV_w(1 - v)(1 + v_u)} \right] = 0$$
(12)

Механические свойства глинистого сланца сильно изменяются в зависимости от неоднородностей и трещин. Тем не менее, здесь уместно указать порядок различных коэффициентов. Можно ожидать, что поведение уплотненной глины не сильно отличается от классического предела механики грунтов, в которых вода и глина являются несжимаемыми: $\nu_u = 0.5$ и B = 1. Механические свойства глинистого сланца Pierre обсуждались в [26], где также обсуждались анизотропные эффекты.

Эти свойства зависят от приложенного напряжения. Средний модуль упругой среды $\tilde{K} = \frac{2\mu(1+v)}{3(1-2v)}$, как правило, составлял 0.4 ГПа при напряжении 20 МПа.

Средний коэффициент диффузии измеряется при давлении 5 МПа и 10 МПа равнялся $D = 10^{-7} \text{ M}^2/\text{сек}$, при давлениях 20 МПа и 40 МПа принимал значение $10^{-8} \text{ M}^2/\text{сек}$. Соответственно, проницаемости равнялись $k = 1.4 \cdot 10^{-20} \text{ M}^2$ и $8.0 \cdot 10^{-22} \text{ M}^2$. Неопубликованным тестам сланцу Пьера, выполненным во время дренажа в экспериментах, предполагалось что G = 0.6 ГПа, $\nu_u = 0.44$ и $\nu = 0$. Несколько завышенные значения v, были представлены в [27].

Литература

- Ченеверт М. Е. Изменение сланца пути адсорбции воды // J. Pet. Technol., 1970. Т.22, №9. С. 1141–1148.
- [2] Бол Г. М. Влияние различных полимеров и солей на скважину и устойчивость к резанию в буровых растворах на водной основе. — // В учеб. IADC / SPE Drilling Conf., Документ 14802. 1986. Ричардсон, Техас: Общество инженеров-нефтяников.
- [3] Симпсон Дж П., Диринг Н Л., Солсбери С. К. Скважинная имитационная ячейка показывает неожиданные эффекты гидрации сланца на стенку скважины. — // SPE Drilling Engng, 1989. №4. С. 24–30.
- [4] Солсбери Д. Р., Рамос Г. Г., Уилтон В. С. Скважинная имитационная ячейка показывает неожиданные эффекты гидрации сланца на стенку скважины. — Роттердам: Горная механика как междисциплинарная наука, 1991. С. 1015-1024.
- [5] Ченеверт М. Е., Осисаня С. О. Развитие математических моделей диффузионного горения и транспортировки газа по трубопроводу. — Роттердам: В Rock Mechanics, Proc. 1992. 33-й американский симпозиум (ed. J.R. Tiller W.R. Wawersik), С. 869–878. Балкема.
- [6] Бол Г. М., Вонг С. В., Дэвидсон С. Дж., Вудленд Д. С. Устойчивость скважин в сланцах. — Техас: В учеб. Эм. Petroleum Conf., Документ 24975. 1992. Ричардсон, Общество инженеров-нефтяников.
- [7] Моди Ф. К., Хейл А. Х. Модель скважины, объединяющая механику и химию взаимодействия бурового раствора со сланцем. — Техас: В учеб. SPE / IADC Drilling Conf., 1993. Документ 25728. Ричардсон, Общество инженеров-нефтяников.
- [8] Аудиберт А., Бибер М. Т., Бейли Л., Денис Дж., Хаммонд Р. С. Рентгеновская томография и механическое моделирование набухающих сланцев // J. Petrol. Sci. Engng., 1993. V. 9. C. 313–329.
- [9] Bailey L., Denis J. H., Maitland Г. С. 1991 Буровые растворы и стабильность ствола скважины - текущая производительность и будущие проблемы. — В учеб. Е. Soc. Химреагент 150-й ежегодный конгресс Симпозиум по химикатам в нефтяной промышленности (ред. П. Х. Огден), специальная публикация ESC, №97, С. 53–70.
- [10] Биот М. А. Общая теория трехмерной консолидации // J. Appl. Phys., 1941. Vol. 12, № 2. С. 155–164.
- [11] Доровский В. Н. Континуальная теория фильтрации // Геология и геофизика, 1989.
 С. 39–45
- [12] Райс Дж. Р., Клири М. П. Некоторые основные решения для диффузии напряжений для флюидонасыщенных упругих пористых сред с сжимаемыми составляющими // Преподобный Геофиз. Space Phys., 1976. V. 14, С. 27–241
- [13] Детоурнай Е., Ченг А. Х. Пороупругий отклик скважины в поле негидростатических напряжений // Int. J. Rock Mech. Минимум Sci. Geomech. Abstr., Vol. 1988. 25, № 3, C. 171–182
- [14] Шервуд Дж. Д. Био-пороупругость химически активного сланца // Ргос. R. Soc. облигация, А 440, 1993. С. 365–377.

- [15] Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве // Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофизика, 1944. Т.8, №4. С. 133–146.
- [16] Биот М.А. Теория распространения упругих волн в насыщенном жидкостью пористом твердом теле І. Низкочастотный диапазон // Журнал Акустического Общества Америки, 1956. Том 28. С. 168–178.
- [17] Доровский В. Н., Перепечко Ю. В., Роменский Е. И. Волновые процессы в насыщенных пористых упруго деформируемых средах // Физика горения и взрыва. № 1. С. 100–111.
- [18] Блохин А. М., Доровский В. Н. Математическое моделирование в теории многомерного континуума // Nova Science, Нью-Йорк. 1995.
- [19] Имомназаров Х. Х. Несколько замечаний о системе уравнений Био // Доклады РАН, 2000. Т. 373, № 4. С. 536–537.
- [20] Имомназаров Х.Х. Общая теория трехмерной консолидации // Аррl. Математика Lett., 2000. Том 13, №3. С. 33–35.
- [21] Воскобойникова Г., Имомназаров Х., Михайлов А., Танг Дж. Г. Влияние снежного покрова на распространение сейсмических волн // Конспект лекций в области компьютерных наук, 2017. С. 697-703
- [22] Тис С. Х., Ченеверт М. Э., Ван С. Л., Осисанья С. О. Распределение напряжений в стволе скважины при адсорбции влаги SPE Drilling Engn, 5, 1990 г. С. 311–316
- [23] Шервуд Дж. Д., Бейли Л. Набухание сланца вокруг цилиндрического ствола скважины // Proc. Royal Soc. Lond A., v. 1994. 444, С. 161–184.
- [24] Имомназаров Б., Имомназаров Х. Х. Теория пороупругости химически активных глинистых сланцев // Bull. Ноябрь комп. Центр, Матем. Модель. в Geoph., № 20., 2017. С. 11–17
- [25] Имомназаров Х. Х., Холмуродов А. Е. Моделирование и исследование прямых и обратных динамических задач. // Моделирование и исследование прямых и обратных динамических задач пороупругости. Издание Университет, Ташкент, 2017. 120 с.
- [26] Саваге Щ. З., Браддоцк Щ. А. Модель гидростатического уплотнения сланца Пьера // Int. Дж. Рок. Мех. Минимум Sci. Geomech. Abstr., 1991. V. 28, С. 345–354
- [27] Сщолфс Х.С., Николс Т.С. Анизотропная характеристика сланца Пьерапредварительные результаты. Отчет геологической службы США, 1987.

Поступила в редакцию 18.03.2019

UDC 004.4

ON A MATHEMATICAL MODEL OF SWELLING SLATE

Imomnazarov B. X., Imomnazarov X. X., Khaidarov I. K.

imom@omzg.sscc.ru

 1 Novosibirsk National Research State University. Pirogova St., 2, Novosibirsk 630090, Russia;

² Establishment of the Russian Academy of Sciences Institute of Computing Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS. Lavrentieva ave., 6, Novosibirsk region, Russia, 630090;

³ National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek, Faculty of Mechanics and Mathematics, Tashkent, Uzbekistan

A modified version of the linear theory of poroelasticity is proposed for describing the swelling slate with an aqueous electrolyte. It is assumed that slate behaves as an isotropic, ideal ionic membrane, and in this case, the swelling depends only on the full stress tensor and on the chemical potential of water in the pores of the rock.

Keywords: porous medium, saturating fluid, elasticity parameters, stress tensor, partial density, Darcy's law, chemical potential.

Citation: Imomnazarov B. X., Imomnazarov X. X., Khaidarov I. K. 2019. On a mathematical model of swelling slate. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 3(21): 49–56.

References

- Chenevert M. E. Izmenenie slantsa putem adsorbtsii vody [Shale alteration by water adsorption]. J. Pet. Technol., v. 22, No. 9, 1141–1148 p.
- [2] Bol G. M. 1986. Vliyanie razlichnykh polimerov i soley na skvazhinu i ustoychivost' k rezaniyu v burovykh rastvorakh na vodnoy osnove. — [The effect of various polymers and salts on borehole and cutting stability in water-base shale drilling fluids]. // In Proc. IADC/SPE Drilling Conf., paper 14802. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
- [3] Simpson J.P., Dearing H.L., Salisbury C.K. 1989. Skvazhinnaya imitatsionnaya yacheyka pokazyvaet neozhidannye effekty gidratatsii slantsa na stenku skvazhiny. — [Downhole simulation cell shows unexpected effects of shale hydration on borehole wall] // SPE Drilling Engng, 4, 24–30 p.
- [4] Salisbury D. P., Ramos G. G., Wilton B. S. 1991. Skvazhinnaya imitatsionnaya yacheyka pokazyvaet neozhidannye effekty gidratatsii slantsa na stenku skvazhiny. — [Nestabil'nost' stvola skvazhiny s ispol'zovaniem skvazhinnoy imitatsionnoy ispytatel'noy kamery] // In Rock mechanics as a multidisciplinary science, Proc. 32nd U.S. Symp. (ed. J.-C. Roegiers), 1015–1024 p. Rotterdam: Balkema.
- [5] Chenevert M. E., Osisanya S. O. 1992. Razvitie matematicheskikh modeley diffuzionnogo goreniya i transportirovki gaza po truboprovodu. — [Shale swelling at elevated temperature and pressure] In Rock Mechanics, Proc. 33rd U.S. Symp. (ed. J. R. Tiller W. R. Wawersik), 869–878 p. Rotterdam: Balkema.
- [6] Bol G. M., Wong S. W., Davidson C. J., Woodland D. C. 1992. Ustoychivost' skvazhiny v slantsakh. — [Borehole stability in shales] M.:Mir, 612 p. In Proc. Em. Petroleum Conf., paper 24975. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
- [7] Mody F. K., Hale A. H. 1993. A borehole model to couple the mechanics and chemistry of drilling fluid shale interaction. — In Proc. SPE/IADC Drilling Conf., paper 25728. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
- [8] Audibert A., Bieber M. T., Bailey L., Denis J., Hammond P. S. 1993. Rentgenovskaya tomografiya i mekhanicheskoe modelirovanie nabukhayushchikh slantsev. — [Xray tomography visualization and mechanical modelling of swelling shale] J. Petrol. Sci. Engng., v. 9, 313–329 p.
- [9] Bailey L., Denis J. H., Maitland G. C. 1991 Drilling Fluids and wellbore stability current performance and future challenges. — In Proc. E. Soc. Chem. 150th Annual Congr. Chemicals in the Oil Industry Symposium (ed. P. H. Ogden), ESC special publication, no. 97, 53–70 p.
- [10] Biot M. A. 1941. General theory of three-dimensional consolidation. J. appl. Phys., Vol. 12, No. 2, 155–164 p.
- [11] Dorovsky V. H. 1989. Kontinual'naya teoriya fil'tratsii. [Kontinual'naya teoriya fil'tratsii] Geology and geophysics. 39–45 p.

- [12] Rice J. R., Cleary M. P. 1976. Some basic stress diffusion solutions for fluidsaturated elastic porous media with compressible constituents — Rev. Geophys. Space Phys., v. 14, 227– 241 p.
- [13] Detournay E., Cheng A. H. 1988. Poroelastic response of a borehole in a nonhydrostatic stress field. — Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol. 25, No. 3, 171–182 p.
- [14] Sherwood J. D. 1993. Biot poroelasticity of a chemically active shale. Proc. R. Soc. bond., A 440, pp. 365-377.
- [15] Frenkel Ya. I. 1944. K teorii seysmicheskikh i seysmoelektricheskikh yavleniy vo vlazhnoy pochve. — [To the theory of seismic and seismic-electric phenomena in wet soil] Izv. USSR Academy of Sciences, ser. geogr. and geophysics. v.8, 133–146 p.
- [16] Biot M. A. 1956. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid I. low-frequency range. — The Journal of the Acoustical Society of America. Vol. 28. 168–178 p.
- [17] 1993. Dorovsky V.N., Perepechko Yu.V., Romensky E.I. Wave processes in saturated porous elastically deformable media. — Combustion and explosion physics. No. 1. 100– 111 p.
- [18] Blokhin A. M., Dorovsky V. N. 1995. Mathematical modelling in the theory of multivelocity continuum. — Nova Science., New York.
- [19] Imomnazarov Kh. H. 2000. Several remarks on the system of equations of Biot. Reports of the RAS. T. 373, No. 4. 536–537 p.
- [20] Imomnazarov Kh. Kh. 2000. General theory of three-dimensional consolidation. Appl. Math. Lett. Vol. 13, No. 3. 33–35 p.
- [21] Voskoboynikova G., Imomnazarov Kh., Mikhailov A., Tang J. G. 2017. Influence of snow cover on the seismic waves propagation. — Lecture Notes in Computer Science, 697-703 p.
- [22] Yew C. H., Chenevert M. E., Wang C. L., Osisanya S. O. 1990. Wellbore stress distribution produced by moisture adsorption — SPE Drilling Engn, 5, 311–316 p.
- [23] Sherwood J. D., Bailey L. 1994. Swelling of a shale around a cylindrical wellbore. Proc Royal Soc Lond A., v. 444, 161—184 p.
- [24] Imomnazarov B., Imomnazarov Kh. 2017. Poroelasticity theory of chemically active clay shales. — Bull. Nov. Comp. Center, Math.Model. in Geoph., No. 20., 11–17 p.
- [25] Imomnazarov Kh. H., Kholmurodov A. E. 2017. Modelirovanie i issledovanie pryamykh i obratnykh dinamicheskikh zadach porouprugosti.. — [Modeling and research of direct and inverse dynamic problems of poroelasticity.] Ed. University, Tashkent, 120 p.
- [26] Savage W. Z., Braddock W. A. 1991. A model for hydrostatic consolidation of Pierre shale. — Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., v. 28, 345–354 p.
- [27] 1993. Swolfs H.S., Nichols T.C.Jr 1987. Anisotropic characterization of Pierre shale preliminary results. — U.S. Geological Survey Open file report,

Received March 18, 2019