

УДК 519.6+ 004.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ВОЗДУШНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

Маликов З.М.

доктор технических наук, ведущий научный сотрудник,
Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз,
тел.: +(99894) 650-99-51, e-mail: malikov.z62@mail.ru

Назаров Ф.Х.

ассистент,
Ташкентский государственный технический университет,
тел.: +(99893) 539-66-57, e-mail: farrukhn88@umail.uz

В статье приводится математическое моделирование и численное исследование динамики двухфазного потока (газ + твердые частицы) в воздушном классификаторе. Рассматривается процесс сепарации частиц порошка по размерам. Динамика несущего – газового потока моделирована на основе уравнений гидродинамики Эйлера. Для моделирования динамики частиц порошка использован подход Лагранжа. Для реализации полученных уравнений использована численная схема Лакса.

Ключевые слова: Классификатор, сепарация частиц, гидродинамические уравнения Эйлера, силы, действующие на частиц, схема Лакса, Лагранжевый подход.

MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL STUDY OF THE TRANSPORT OF SOLID PARTICLES IN AN AIR CLASSIFIER

Malikov Z.M., Nazarov F.Kh.

The paper presents mathematical modeling and numerical study of the dynamics of a two-phase flow (gas + solid particles) in an air classifier. The process of separation of powder particles by size is considered. The dynamics of the carrier-gas flow is modeled on the basis of Euler's hydrodynamic equations. To model the dynamics of powder particles, the Lagrange approach is used. A numerical Lax scheme was used to realize the equations obtained.

Keywords: Classifier, particle separation, Euler hydrodynamic equations, forces acting on particles, Lax scheme, Lagrangian approach.

HAVO KLASSIFIKATORIDA MAYDA ZARRACHLARNING HARAKATLARINI MATEMATIK MODELLASH VA SONLI YECHISH

Malikov Z.M., Nazarov F.X.

Maqola ikki fazali (gaz + kukun zarrachalari) muhitning matematik modeli va uning sonli yechimlari keltirilgan. Sonli yechimlar orqali zarrachalarning o'rchamlariga bog'liq ravishda separasiya jarayoni o'rganilgan. Gaz oqimining dinamikasi Eyler gidrodinamik tenglamalari asosida modellashtirilgan. Zarrachlarning dinamikasini modellashtirishda esa Lagranj uslubi ishlatilgan. Olingan matematik tenglamalarni sonli yechishda Laks sxemasidan foydalanilgan.

Kalit s'ozlar: Klassifikator, zarrachlarning separatsiyasi, Eyleming gidrodinamik tenglamalari, zarrachaga ta'sir qiluvchi kuchlar, Laks sxemasi, Lagranj uslubi

1. Введение

Одним из приоритетных направлений развития Республики Узбекистан в годы независимости является создание новых и совершенствование существующих технических и технологических оборудований, используемых в горнодобывающей, химической, строительной и т.д. промышленности. При обработке, сортировке, приготовлении и производстве продуктов питания, очистке и обработке горно-обогажительных пород, извлечении из сырья дорогостоящих металлов, выборе биологически полноценных семян различных сельскохозяйственных культур и др. роль процесса сепарирования и сортирования огромна. В большинстве случаев получение мелкодисперсного порошка возможно только путем сепарирования исходного порошка на классификаторах. Процесс классификации (или фракционирования) заключается в разделении порошка на двух и более частей по величине частиц относительно заданной граничной крупности.

С целью разделения сыпучих материалов крупностью от нескольких миллиметров до сотых долей миллиметра используются воздушно-центробежные классификаторы. Воздушно-центробежные классификаторы бывают динамические и статические. В динамических воздушно-центробежных классификаторах вихревой поток, в котором происходит разделение сыпучего материала, генерируется за счет механического вращения ротора классификатора типа «белчьего колеса» вокруг вертикальной оси. При статическом воздушно-центробежном классификаторе в конструкции отсутствует вращающийся ротор, и вращение потока происходит за счет завихрителей.

Аэродинамические процессы в классификаторах имеют очень сложный характер. Поэтому при проектировании новых классификаторов для выбора их оптимальных параметров необходимо проведение комплексного исследования указанных процессов с помощью того или иного инструмента. Одним из эффективных инструментов для исследования и оптимального управления технологическими процессами сепарирования сыпучих смесей являются математическое моделирование и вычислительный эксперимент, реализуемые в виде программно-алгоритмических средств с учетом новых информационных технологий и возможностей современной вычислительной техники.

В области развития методов математического моделирования для исследования технологических процессов сепарирования сыпучих смесей к настоящему времени получены значительные результаты фундаментального и прикладного

характера. В частности, в статье [1] описывается статистический метод для изучения характеристики скорости потоков гранулированных смесей по шероховатым наклонным поверхностям. Процессы течения и разделения смесей, состоящих из полидисперсных сферических частиц, в лопастном смесителе были исследованы с использованием экспериментальных и вычислительных методов в работе [2]. В работе [3] получена формула для расчёта проекций скорости и траектории полёта центра масс сферической частицы, вращающейся вокруг горизонтальной оси с постоянной угловой скоростью и анализ влияния различных параметров на кинематические характеристики в рамках линейной модели. В работе [4] были построены математические модели кинетики целого класса процессов переработки материалов, таких как: процессы смешения, измельчения, классификации зернистых материалов по размерам на основе теории Марковских процессов и приведены решения соответствующих дифференциальных уравнений.

В работе [5] предложена математическая модель процесса смешивания сыпучих материалов в устройстве гравитационно-пересыпного действия.

В настоящей работе проводится численное исследование сепарации мелкодисперсных порошков в воздушном статическом классификаторе. Принципиальная схема статического воздушного классификатора иллюстрирована на рис.1.

Принцип действия данного оборудования в следующем: воздух внутри классификатора с помощью специальных воздушососов отсасывается через отводную трубу, что приводит к поступлению воздуха во вход оборудования. На входе через дозатор подается сепарируемый порошок, который вместе с воздухом вовлекается внутрь классификатора. После этого с помощью завихрителей или лопаток поток приводится к вращательному движению и подается в кольцевой канал – между корпусом и отводящей трубой. Таким образом, поток вместе с порошками в кольцевом канале приобретают спиралеобразную траекторию. Крупные частицы порошка в результате действия центробежной силы будут двигаться к корпусу классификатора и далее, по внутренней поверхности конуса поступают в бункер, а частицы более мелких фракций вслед за воздухом уходят в отводящую трубу. После классификатора обычно ставится рукавный фильтр. Поэтому порошки мелких фракций будут улавливаться в данном рукавном фильтре. Следовательно, рассматриваемая система позволяет разделить исходный порошок на крупную и мелкую фракции.

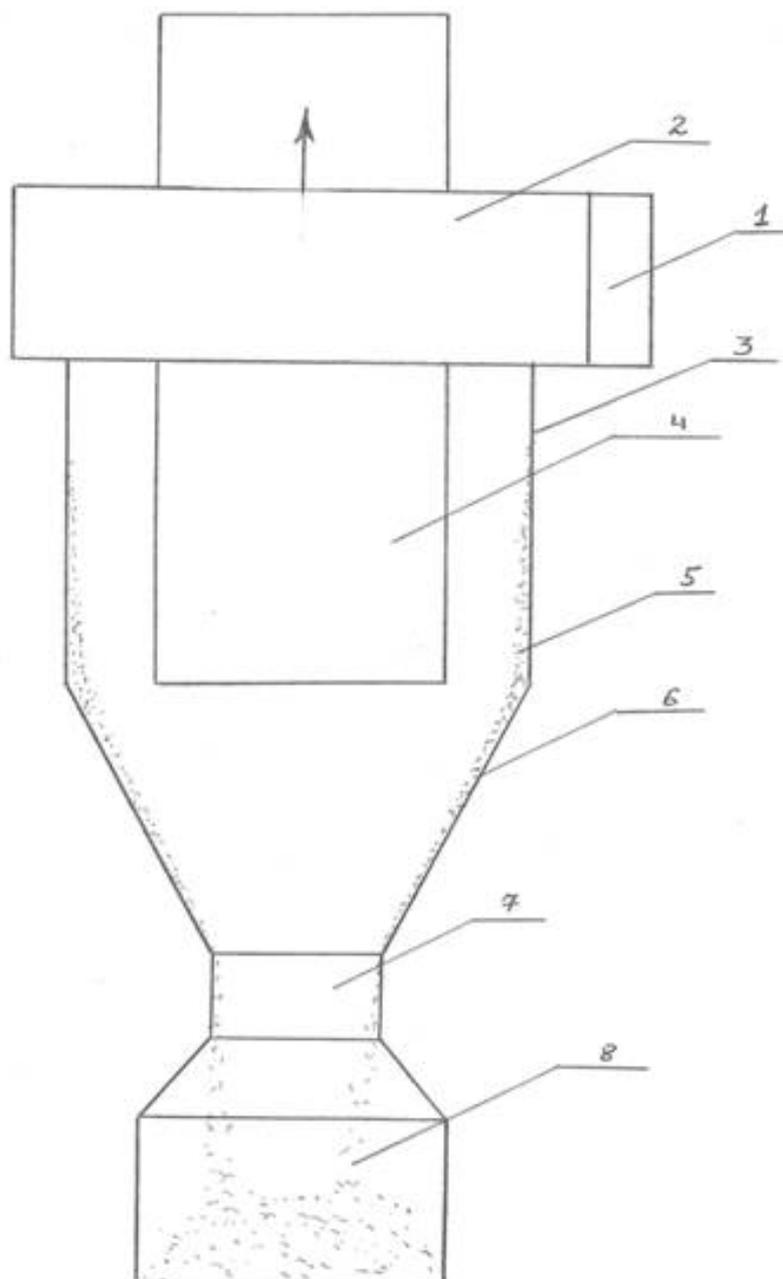


Рис. 1. Принципиальная схема воздушного статического классификатора

1 – вход для воздуха в оборудования, 2 – улитка для закрутки потока воздуха, 3 – корпус классификатора, 4 – отводящая трубка для воздуха и порошков мелкой фракции, 5 – сепарированный порошок крупной фракции, 6 – конусная часть классификатора, 7 – трубка для гашения скорости потока воздуха, 8 – бункер для сбора порошка крупной фракции.

2. Постановка задачи

Для исследования закрученного потока используются гидродинамические уравнения Эйлера. При этом сделаем предположение, что объемная плотность частиц в основной зоне потока пренебрежимо мала по сравнению с плотностью потока газа. Действительно, в реальных классификаторах плотность пыли не превосходит 50 г/м^3 при плотности воздуха $1,3 \text{ кг/м}^3$. Однако плотность сепарируемых частиц около стенки за счет

скопления может намного превосходить данный показатель. Но это происходит довольно в узком слое, размером которого по сравнению с характерными параметрами пылеуловителя можно пренебречь. Данное обстоятельство существенно упрощает решение поставленной задачи, т.к. можем рассматривать систему уравнений Эйлера для чистого потока газа. Таким образом, рассматривается задача о течении газа в области, указанной на рис. 2.

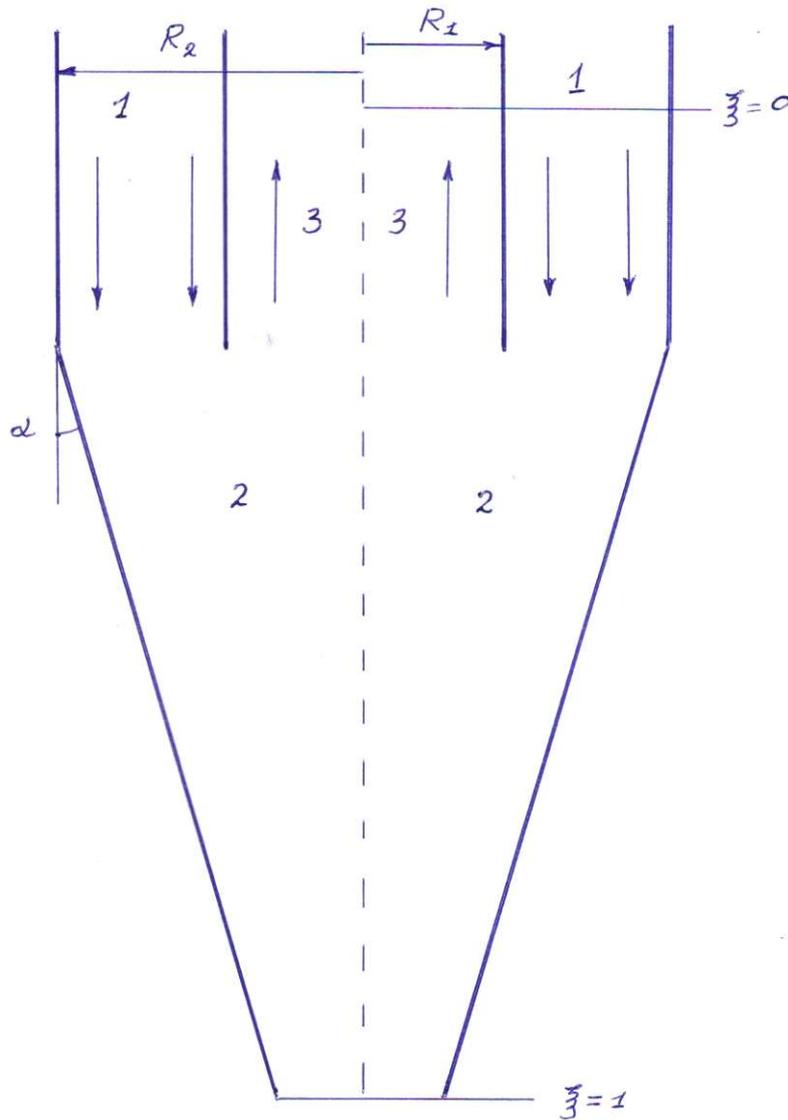


Рис. 2. Область течения потока в классификаторе

3. Метод решения

На входе 1 мы задаем закрученный поток, который поступает в сепарационную область 2 и всасывается в отводящую трубу 3. Данная задача не имеет аналитическое решение. Поэтому ее необходимо решить численно. Поставленная задача является стационарной и для получения ее решения используем общеизвестный метод установления. Суть данного метода заключается в том, что задается начальное распределение параметров потока газа и решается нестационарная задача. Полученное решение такой задачи при большом значении времени соответствует к стационарному решению. Задача является осесимметричной, поэтому уравнения Эйлера запишем в цилиндрических координатах:

$$\begin{cases} \frac{\partial(rv_z)}{\partial z} + \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} = 0, \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

В этой системе уравнений p, ρ, v_z, v_r - давление, плотность газа и две составляющие скорости потока соответственно. Для удобства введем новые неизвестные ψ, ζ, Γ . Первая неизвестная ψ - эта функция тока, вторая ζ - вихрь потока и последняя Γ - циркуляция вращения потока. Эти переменные со скоростями потока связаны следующим образом

$$\begin{aligned} v_r &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \\ \zeta &= \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}, \quad \Gamma = rv_\phi. \end{aligned}$$

Исключая давление, вышеприведенную систему уравнений в новых переменных запишем в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial v_r \zeta}{\partial r} + \frac{\partial v_z \zeta}{\partial z} = \frac{\partial \Gamma^2}{\partial z r^3}, \\ \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + v_r \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + v_z \frac{\partial \Gamma}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r \zeta. \end{cases} \quad (2)$$

Для удобства постановки граничных условий сделаем замену переменных:

$$(z, r) \rightarrow (\xi(z, r), \eta(z, r)).$$

$$\xi = z/L, \quad \eta = \frac{r}{R(z)}, \quad R(z) = R_2 - z \operatorname{tg} \alpha,$$

где R_2 – большой радиус кольцевого канала, следовательно, поверхность конуса соответствует $\eta = 1$; $\operatorname{tg} \alpha$ – тангенс угла конуса, т.е. между осью и образующей конуса, L - расстояние от входа потока до начала трубки гашения скорости (рис. 1). В новых переменных, производные определяются по известной формуле [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial z} &= \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial z} \frac{\partial f}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial f}{\partial r} &= \frac{\partial \xi}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial \eta}. \end{aligned}$$

По этой формуле получим:

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{L} \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{R(\xi)} \frac{\partial f}{\partial \eta}; \quad \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{R(\xi)} \frac{\partial f}{\partial \eta};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} &= \frac{1}{L} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{LR(\xi)} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{1}{R^2(\xi)} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \\ &+ \left(\frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{R(\xi)} \right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + 2 \frac{\eta \operatorname{tg}^2 \alpha}{R^2(\xi)} \frac{\partial f}{\partial \eta}; \end{aligned}$$

Таким образом, система уравнений (2) приобретает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial v_z \zeta}{L \partial \xi} + \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{R(\xi)} \frac{\partial v_r \zeta}{\partial \eta} + \frac{1}{R(\xi)} \frac{\partial v_r \zeta}{\partial \eta} &= \\ = \frac{\partial}{L \partial \xi} \left[\frac{\Gamma^2 R^3(\xi)}{\eta^3} \right] + \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{R(\xi)} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\Gamma^2 R^3(\xi)}{\eta^3} \right]. \\ \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{v_z}{L} \frac{\partial \Gamma}{\partial \xi} + \left(v_z \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{R(\xi)} + \frac{v_r}{R(\xi)} \right) \frac{\partial \Gamma}{\partial \eta} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \psi}{L^2 \partial \xi^2} + 2 \frac{\eta \operatorname{tg} \alpha}{LR(\xi)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + \left[\frac{1}{R^2(\xi)} + \frac{\eta \operatorname{tg}^2 \alpha}{R^2(\xi)} \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} &+ \\ + \left[2 \frac{\eta \operatorname{tg}^2 \alpha}{R^2(\xi)} - \frac{1}{\eta} \right] \frac{\partial \psi}{\partial \eta} &= -\eta R(\xi) \zeta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $v_r = \frac{-1}{L \eta R(\xi)} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{R^2(\xi)} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}$; $v_z = \frac{1}{\eta R^2(\xi)} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}$.

Граничные условия для этой системы поставим на сечении 1, которое отстоит на расстоянии $2(R_2 - R_1)$ от начала конуса пылеуловителя (рис. 2). Координата данного сечения соответствует $\xi = 0$. Условия на этом сечении следующие:

а) Диапазон $\frac{R_1}{R_2} \leq \eta \leq 1$ соответствует входному сечению. Для данного сечения поставим следующие условия:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{V(\eta^2 R_2^2 - R_1^2)}{2}, \quad \Gamma = \omega \eta^2 R_2^2, \\ \zeta &= 0, \quad v_z = V, \quad v_r = 0. \end{aligned}$$

Здесь V, ω – продольная и угловая скорости потока соответственно.

Из этого выражения видно, что на этом сечении $\psi = 0$ при имеем условие $\eta = R_1 / R_2$, а также имеем

$$\psi = \psi_2 = \frac{V(R_2^2 - R_1^2)}{2} \text{ при } \eta = 1.$$

б) условие $0 < \eta < \frac{R_1}{R_2}$ соответствует к выходу потока. Здесь поставим условия экстраполяции

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = 0.$$

Данные условия являются стандартными при численной реализации гидродинамических уравнений на выходе [7]. Пусть $\xi = 1$ соответствует сечению, где начинается трубка для гашения скорости потока воздуха 7 (рис. 2). На этом сечении поставим условия:

в) для $0 < \eta < 1$: $\psi = \psi_2$; $\Gamma = \Gamma_2$; $\zeta = \zeta_2$.

Здесь индекс 2 относится к внешней трубе и конусу.

Кроме этих условий, необходимы условия при $\eta = 0$ и $\eta = 1$, которые имеют вид

$$\psi = \psi_2; \quad \Gamma = \Gamma_2; \quad \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} = 0.$$

Для численного решения уравнения переноса циркуляции потока системы (3) использована конечно-разностная схема Мак-Кормака, которая являясь двух шаговой, имеет точность второго порядка $O(\Delta t^2, \Delta \xi^2, \Delta \eta^2)$. Анализ сходимости, устойчивости и других характеристик схемы подробно обсуждено, в частности в [7], и поэтому здесь рассматривать не будем. Покажем только саму схему Мак-Кормака.

Пусть решается следующее уравнение переноса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = G.$$

Сначала находим промежуточное значение из схемы, которое называется предиктором

$$\frac{\bar{u}_{i,j} - u_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{E_{i+1,j}^n - E_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{F_{i,j+1}^n - F_{i,j}^n}{\Delta y} = G_{i,j}^n.$$

Затем из схемы находим уточненное значение неизвестной, которая называется корректором, из уравнения:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - 0,5(\bar{u}_{i,j} + u_{i,j}^n)}{\Delta t} + \frac{\bar{E}_{i,j} - \bar{E}_{i-1,j}}{\Delta x} + \frac{\bar{F}_{i,j} - \bar{F}_{i,j+1}}{\Delta y} = \bar{G}_{i,j}.$$

Уравнение функции тока в системе (3) имеет эллиптический вид. Для численного решения таких

уравнений эффективным и довольно простым является метод релаксации по направлению η и прогонка по ξ .

Для численной реализации полученной конечно-разностной схемы необходимо задать начальные условия. Так как нас интересует только установившийся режим течения, то начальное условие может быть произвольным, потому что при $t \rightarrow \infty$ мы получим единственное установившееся стационарное решение. Однако в целях экономии машинного времени необходимо выбрать такое начальное условие, которое давало бы минимальное количество шагов по фиктивному времени t для достижения стационарного решения. Для этой цели в качестве начального условия выбрано решение системы (2) без учета влияния циркуляции на уравнения вихря и без влияния вихря на уравнение функции тока. Тогда уравнение вихря можем преобразовать к виду:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial v_z \zeta}{\partial z} + \frac{\partial v_r \zeta}{\partial r} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_z r \frac{\partial \zeta / r}{\partial z} + v_r r \frac{\partial \zeta / r}{\partial r} + \frac{\zeta}{r} \left(\frac{\partial v_z r}{\partial z} + \frac{\partial v_r r}{\partial r} \right).$$

Последний член в данном уравнении равен нулю, т.к. представляет уравнение неразрывности. Следовательно, для определения вихря имеем уравнение

$$\frac{\partial \zeta / r}{\partial t} + v_z \frac{\partial \zeta / r}{\partial z} + v_r \frac{\partial \zeta / r}{\partial r} = 0.$$

Данное уравнение аналогично уравнению для циркуляции и означает, что сохраняются вдоль линии тока Γ и $\frac{\zeta}{r}$, которые являются функциями только от ψ :

$$\Gamma = \Gamma(\psi), \quad \frac{\zeta}{r} = \phi(\psi).$$

Из начального условия а) несложно найти:

$$\Gamma(\psi) = \omega \left(\frac{2\psi}{V} + R_1^2 \right). \quad (4)$$

Начальное условие для вихря есть $\zeta = 0$. Т.к. уравнение для вихря является уравнением переноса, то и во всем пространстве будет $\zeta = 0$. Таким образом, для определения функции тока необходимо решить уравнение:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0.$$

Для данного уравнения, сделав замену переменных $(z, r) \rightarrow (\xi, \eta)$ и воспользовавшись граничными условиями, составим конечно-разностное уравнение второго порядка точности, которое решается численно методом релаксации. Таким образом, для любой точки (ξ, η) находится значение ψ и по (4) находится циркуляция потока $\Gamma = \Gamma(\psi)$. Полученное решение будет начальным условием для системы (3).

Для математического моделирования динамики частиц порошка примем следующие допущения: во-первых, концентрация пыли в потоке считается

настолько малой, что не будем рассматривать такой сложный процесс, как столкновение между частицами пыли; во-вторых, пренебрежем влиянием частиц на динамику потока газа; в-третьих, будем пренебрегать гравитационной, магнусовой, сефеновой, рахматулиновой, турбулентной и электромагнитными силами, т.к. эти силы намного меньше чем центробежная и гидродинамическая силы; в-четвертых, будем считать, что частицы пыли имеют сферическую форму с эффективным диаметром δ . В силу сделанных предположений уравнению динамики для частиц порошка запишем в виде:

$$\begin{cases} m_p \frac{DV_{zp}}{Dt} = \frac{3\pi\mu\delta}{C_m} (V_z - V_{zp}), \\ m_p \frac{DV_{rp}}{Dt} = \frac{3\pi\mu\delta}{C_m} (V_r - V_{rp}) + \frac{m_p V_{\phi p}^2}{r}, \\ m_p \frac{DV_{\phi p}}{Dt} = \frac{3\pi\mu\delta}{C_m} (V_\phi - V_{\phi p}). \end{cases} \quad (5)$$

Здесь V_r, V_z, V_ϕ – скорости несущего потока; m_p – масса, $V_{zp}, V_{rp}, V_{\phi p}$ – скорости частиц; $\frac{D}{Dt}$ – субстанциональная производная, C_m – коэффициент Кеннингема. В обычных условиях $C_m \approx 1$.

Для численного решения системы (5) удобно использовать лагранжевый подход. При этом для стационарного случая имеем:

$$\begin{cases} m_p V_p \frac{dV_{pz}}{d\ell} = 3\pi\mu\delta (V_z - V_{pz}), \\ m_p V_p \frac{dV_{pr}}{d\ell} = 3\pi\mu\delta (V_r - V_{pr}) + \frac{m_p V_{p\phi}^2}{r}, \\ m_p V_p \frac{dV_{p\phi}}{d\ell} = 3\pi\mu\delta (V_\phi - V_{p\phi}). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь: $V_p = \sqrt{V_{pz}^2 + V_{pr}^2}$; $d\ell = V_p dt$.

На твердой границе для этой системы ставим условия не протекания:

$$\begin{aligned} V_{pn} &= 0; \\ \frac{\partial V_{p\tau}}{\partial n} &= 0. \end{aligned}$$

В этих условиях V_{pn} – нормальная к стенке составляющая скорости, $V_{p\tau}$ – тангенциальная составляющая скорости к стенке.

Для численной реализации данной системы сначала решается система уравнений (3) и по полученным решениям скоростей потока воздуха решается система (6).

Численное исследование системы (6) произведено методом Эйлера с пересчетом [7]. Пусть частица пыли с диаметром δ в момент времени t находится в точке пространства с координатами (z^n, r^n) .

Скоростей потока газа и частицы в данной точке обозначим (V_z^n, V_r^n, V_ϕ^n) , $(V_{pz}^n, V_{pr}^n, V_{p\phi}^n)$ соответственно.

Аналогично, параметров потока газа и частицы, соответствующих к моменту $t+dt$ обозначим

$$(V_z^{n+1}, V_r^{n+1}, V_\phi^{n+1}) \text{ и } (V_{pz}^{n+1}, V_{pr}^{n+1}, V_{p\phi}^{n+1}),$$

а местоположение частицы – через (z^{n+1}, r^{n+1}) . Для начала найдем промежуточные значения

$$\bar{V}_{pz} = V_{pz}^n + \frac{\varepsilon(V_z^n - V_{pz}^n)}{2V_p},$$

$$\bar{V}_{pr} = V_{pr}^n + \frac{\varepsilon(V_r^n - V_{pr}^n)}{2V_p} + \frac{(V_{p\phi}^n)^2 dl}{2V_p r^n},$$

$$\bar{V}_{p\phi} = V_{p\phi}^n + \frac{\varepsilon(V_\phi^n - V_{p\phi}^n)}{2V_p},$$

$$\bar{z} = z^n + \frac{V_{pz}^n dl}{2V_p},$$

$$\bar{r} = r^n + \frac{V_{pr}^n dl}{2V_p}.$$

Здесь введено обозначение $\varepsilon = \frac{3\pi\mu\delta dl}{m_p}$. Далее

определим значения следующего шага:

$$V_{pz}^{n+1} = V_{pz}^n + \frac{\varepsilon(\bar{V}_z - \bar{V}_{pz})}{\bar{V}_p},$$

$$V_{pr}^{n+1} = V_{pr}^n + \frac{\varepsilon(\bar{V}_r - \bar{V}_{pr})}{\bar{V}_p} + \frac{\bar{V}_{p\phi}^2 dl}{\bar{V}_p \bar{r}},$$

$$V_{p\phi}^{n+1} = V_{p\phi}^n + \frac{\varepsilon(\bar{V}_\phi - \bar{V}_{p\phi})}{\bar{V}_p},$$

$$z^{n+1} = z^n + \frac{\bar{V}_{pz} dl}{\bar{V}_p},$$

$$r^{n+1} = r^n + \frac{\bar{V}_{pr} dl}{\bar{V}_p}.$$

Рассмотренная двухшаговая схема имеет точность второго порядка, т.е. ошибка вычислений имеет порядка $O(dl^2)$. При численной реализации приведенного алгоритма обеспечивалась точность не хуже 0.01%.

4. Обсуждение

Результаты численного расчета продемонстрированы на рис. 3, где показаны траектории частиц с диаметрами 3 мкм, 6 мкм и 10 мкм. Как видно из этого рисунка, частицы порошка размерами 3 мкм около половины собираются в бункере классификатора, а половина вместе с воздухом переходит в рукавный фильтр. А частицы размерами более 10 мкм полностью удерживаются классификатором. Следовательно, можно прогнозировать, что данный классификатор позволяет сепарировать частиц порошка менее 10 мкм.

Численные результаты получены при следующих значениях параметров:

$$R_1 = 3 \text{ см}, R_2 = 5 \text{ см}, L = 50 \text{ см},$$

$$V = 4.2 \text{ м/с}, \omega = 400 \text{ рад/с}.$$

Таким образом, в работе разработана методика численного исследования воздушного классификатора на основе известных гидродинамических уравнений. Разработанная численная программа является важным инструментом при проектировании различных воздушных классификаторов.

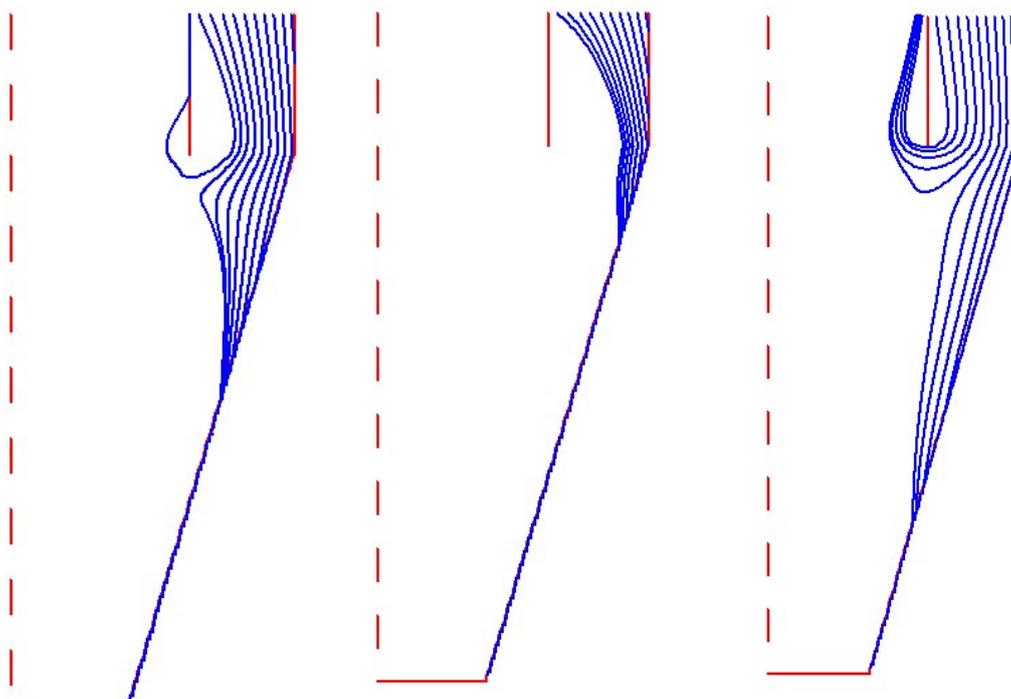


Рис. 3. Траектории частиц размерами 3 мкм, 6 мкм и 10 мкм в центробежном классификаторе

Литература

- [1] *Lo C.Y., Bolton M.D., Cheng Y.P.* Velocity fields of granular flows down a rough incline: a DEM investigation // *Granular Matter*. – 2010. – DOI 10.1007/s10035-010-0212-9. – P. 477-482.
- [2] *Remy B., Khinast G., Glasser B.J.* Polydisperse granular flows in a bladed mixer: Experiments and simulations of cohesionless spheres // *Chemical Engineering Science*. – 2011. – doi:10.1016/j.ces.2010.12.022. – P. 1811-1824.
- [3] *Ольшанский В.П., Ольшанский С.В.* Колебания кольцевого слоя зерновой смеси в цилиндрическом виброрешете // *Харьковский национальный технический университет, г. Харьков // Техническая механика*. – 2011. – №2. – С. 101-108.
- [4] *Ахмадиев Ф.Г.* Математическое моделирование кинетики технологических процессов переработки дисперсных сред // *Известия КГАСУ*. – 2011. – № 3 (17) . – С.257-267.
- [5] *Волков М.В., Королев Л.В., Таршис М.Ю.* Математическая модель процесса смешивания сыпучих материалов в новом устройстве гравитационно-пересыпного действия // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 9. – С. 960-964.
- [6] *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1981. – 287 с.
- [7] *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т.1. – М.: Мир, 1990.