

УДК 519.711.3

ТРУБАДАГИ СУЮҚЛИКЛАР ҲАРАКАТИНИ МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ

Нормуродов Ч.Б., Менглиев Ш.А.

shoydullo@mail.ru

Термиз давлат университети, Термиз шаҳри, Баркамол авлод кўчаси, 43 уй

Мақолада трубада ҳаракатланаётган қисилмайдиган ёпишқоқ суюқлик ҳаракатини математик моделлаштиришга оид маълумотлар келтирилган. Тадқиқотда трубада, каналларда ва чегаравий қатламда ҳаракатланаётган суюқликнинг ламинар ва турбулент режимда бўлиши, ҳамда ушбу режимларнинг пайдо бўлишининг физик моҳияти таҳлил этилган. Бутун узунлиги бўйича ўзгармас диаметрли трубадаги суюқлик оқимини қарайлик, оқим тезлиги ёпишқоқлик эвазига труба деворида нолга тенг бўлади, труба ўртасида эса максимал қийматга эришади. Суюқлик ичига жойлаштирилган характерли узунлик ҳамда радиусга эга бўлган, ўқи труба ўқи билан мос тушадиган цилиндр орқали оқиб ўтадиган суюқлик ҳаракати ўрганилган. Ушбу цилиндрдаги оқимнинг максимал тезлигини, трубанинг кўндаланг кесими орқали оқиб ўтадиган суюқлик ҳажмини, оқим узунлиги бўйича трубанинг ишқаланиш қаршилиқ кўрсатиш коэффициентини ҳамда уринма кучланишнинг максимал қийматини ҳисоблаш формуласи чиқарилган. Ишқаланишга қаршилиқ кўрсатиш коэффициентини ҳисоблашнинг эмпирик ва ярим эмпирик формулаларини таққослаш натижалари келтирилган.

Ключевые слова: Рейнольдс сони, ламинар оқим, турбулент оқим, параболик оқим, ишқаланиш кучи, интеграл, координата, труба, босим, ёпишқоқлик, зичлик, асосий оқим тезлиги, ўртача тезлиги, максимал тезлиги, радиус, Гук, Гаген, Пуазейл, Дарси-Вейсбах, Блазиус, Никурадзе, суюқлик ҳажми, қаршилиқ коэффициенти, эмпирик, ярим эмпирик.

Цитирование: *Нормуродов Ч.Б., Менглиев Ш.А.* Трубадаги суюқликлар ҳаракатини математик моделлаштириш // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2018. — № 2(14). — С. 36–46.

1 Кириш

Суюқликларда ёпишқоқликнинг мавжудлиги суюқлик қатламларининг бир бирига нисбатан силжишига қаршилиқ кўрсатади. Бошқача қилиб айтганда, ламинар (қатламли) оқимларда ёпишқоқлик эвазига ички ишқаланиш пайдо бўлади, у қатламлар чегараларидаги уринма кучланишлар миқдори билан ифодаланади, яъни бирлик юзага тўғри келадиган уринма куч миқдори билан характерланади. Суюқликнинг айрим концентрик қатламлари бир бирига нисбатан шундай ҳаракатланадики, бунда суюқлик тезлиги асосий ўқ бўйлаб йўналган бўлади. Бундай турдаги суюқлик ҳаракати ламинар оқим дейилади [1-12].

Реал суюқликларнинг ҳаракати кўпгина ҳолларда ламинар оқим ҳаракатидан кескин фарқланади. Улар шундай махсус хусусиятга эга бўладики, у турбулентлик деб аталади. Трубалар, каналлар ва чегаравий қатламлардаги реал суюқлик оқимларида Рейнольдс сонининг ортиб бориши билан ламинар формадаги оқимнинг турбулент оқимга айланиши яққол кузатилади. Ламинар оқимнинг турбулент оқимга бундай ўтишини баъзан турбулентликнинг пайдо бўлиши деб ҳам аташади, у бутун гидродинамика соҳасида фундаментал аҳамиятга эга. Дастлаб бундай ўтиш тўғри

труба ва каналлардаги оқимларда кузатилган. Ўзгармас кўндаланг кесимга эга бўлган силлиқ деворли тўғри трубада Рейнольдс сонининг унчалик катта бўлмаган қийматларида суюқликнинг ҳар бир заррачаси тўғри чизиқли траектория бўйлаб ҳаракатланади. Ёпишқоқлик мавжуд бўлганлиги сабабли, суюқликнинг деворга яқин жойлашган заррачалари девордан узоқда жойлашган заррачаларга нисбатан секин ҳаракатлана бошлайди. Оқим тартибланган ҳолда бир-бирига нисбатан силжувчи ламинар оқим (қатламлар) сифатида ҳаракатланади. Аммо, кузатишлар шуни кўрсатадики, Рейнольдс сонининг катта қийматларида оқим тартибланмаган ҳолатга ўтади, яъни турбулент оқимга айланади. Оқимда кучли аралашиб содир бўлади, буни трубадаги суюқликка бўёқ киритиш орқали кўринарли тарзда ифодалаш мумкин.

Бу тажрибани амалда кузатиш дастлаб О. Рейнольдс (1883-1912) томонидан ўтказилган бўлиб, унда оқим таркибига ранг киритилган [1]. Оқим ламинар бўлганда бўёқ қатъий чегараланган чизиқлар бўйлаб ҳаракатланади ва оқим турбулентликка айланиши билан суюқликдаги ранг бутун труба бўйлаб тарқалиб кетади ва трубадаги оқим ранг билан тўлиқ бўялади. Бу шуни кўрсатадики, турбулент оқимда труба ўқи бўйлаб ҳаракатланаётган асосий оқимга кўндаланг ҳаракат пайдо бўлади, яъни труба ўқига перпендикуляр бўлган ҳаракат вужудга келади. Ана шу кўндаланг ҳаракат бўёқ рангининг оқимда аралашиб кетишига олиб келади [2-10].

Ушбу тажриба қурилмаси 1-расмда келтирилган

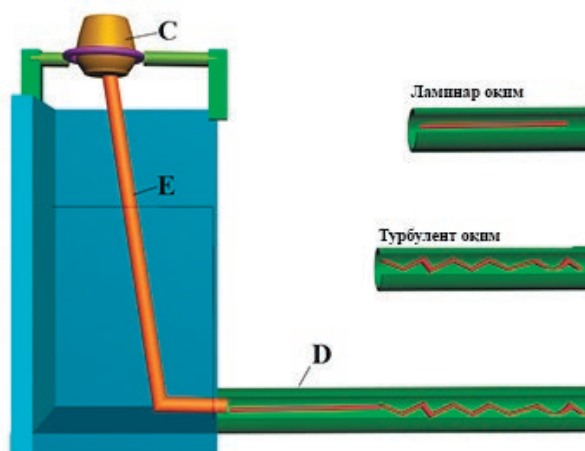


Рис. 1 Оқимга қўшилган рангли суюқлик тажрибаси

Дастлаб тажриба *D* трубага паст тезликка эга бўлган суюқликни киритишдан бошланади. Айнан бир вақтда *C* идишдан рангли бўёқ *E* трубача орқали қўшилади. Бунда қуйидаги ҳолат содир бўлади: бўялган оқим тўғри горизонтал кўринишда, суюқликнинг қолган барча массаси эса бўялмаган ҳолатда бўлади. Ўз навбатида, бўялган суюқлик заррачалари қолган суюқлик билан аралашиб кетмайди ва *D* трубадаги оқим ҳаракати ламинар режимда бўлади. Суюқлик тезлигининг аста-секин ортиб бориши билан *D* трубада шундай ҳолат пайдо бўладики, текис ҳаракатланаётган рангли бўёқ йўқолади ва бутун ҳаракатланаётган суюқлик текис бўялган ҳолатга ўтади. Ранг оқимга аралашиб кетади, бу шундан далолат берадики, *D* трубада оқимнинг турбулент режими пайдо бўлади.

Қисилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар ҳаракатида Рейнольдс сони, $Re = \frac{\rho UL}{\mu}$ нинг айнан битта қийматидан бошлаб, ламинар оқим турбулент оқимга айланади, Рейнольдс сонининг ана шу қиймати критик Рейнольдс сони деб аталади, бунда ρ -зичлик, μ -суюқликнинг ёпишқоқлиги, U -асосий оқимнинг максимал тезлиги, L -узунликнинг характерли масштаби.



Рис. 2 Ламинар оқимнинг турбулент оқимга ўтиши

2-расмдан кўринадики, $Re < Re_{krt}$, бўлганда оқим ламинар, $Re_{krt} < Re$ бўлганда эса оқим турбулент режимга ўтади.

2 Масаланинг қўйилиши

Бутун узунлиги бўйича ўзгармас диаметрли трубаги суюқлик оқими ва суюқлик ичига жойлаштирилган узунлиги L га ва радиуси y га тенг бўлган ўқи труба ўқи билан мос тушадиган цилиндрни қарайлик. Ёпишқоқлик эвазига труба деворларидаги тезлик нолга тенг, трубанинг ўртасида тезлик ўзининг энг катта қийматига эришади. Асосий ўқи труба ўқи билан мос келувчи цилиндрсимон сатҳ нуқталарида оқим тезлиги ўзгармас бўлади. Айрим концентрик қатламлар ўзаро шундай ҳаракатланадики, тезлик ҳамма жойда ўқ бўйича йўналтирилган ва оқим ламинар режимда бўлади. Трубанинг бошланғич нуқтасидан етарлича узок масофада трубадаги оқимнинг тезлик тақсимоти радиус бўйлаб, узунасига йўналтирилган координатадан боғлиқ бўлмайди.

Трубадаги суюқлик ҳаракати труба ўқи бўйлаб босимнинг пасайиши аммо, ҳар бир труба ўқига перпендикуляр кўндаланг кесимда босимни ўзгармас деб қараш мумкинлиги эвазига содир бўлади. Суюқликнинг ҳар бир элементи ҳаракати босимнинг пасайиши эвазига тезлашади ва ишқаланиш ҳисобидан пайдо бўладиган силжиш кучланиши сабабли секинлашади [2-12].

Асосий ўқ бўйлаб цилиндрга босим кучлари $p_1\pi y^2$ ва $p_2\pi y^2$ таъсир этади, улар мос равишда цилиндрнинг кириш ва чиқиш асосларига мос келади, ҳамда цилиндрнинг ён сирти бўйича таъсир этадиган уринма куч $2\pi y L \tau$ мавжуд бўлади. Ушбу цилиндрдаги оқимнинг максимал тезлигини, трубанинг кўндаланг кесими орқали оқиб ўтадиган суюқлик ҳажмини, оқим узунлиги бўйича трубанинг ишқаланишга қаршилик коэффициентини ҳамда уринма кучланишнинг максимал қийматини аниқлаш талаб этилади.

3 Масаланинг ечилиши

Цилиндрдаги суюқликка таъсир этувчи кучларни тенглаштириб (3-расм), ҳаракат йўналиши бўйича мувозанат шarti сифатида ушбу тенгламани ҳосил қиламиз

$$p_1\pi y^2 = p_2\pi y^2 + 2\pi y L \tau. \quad (1)$$

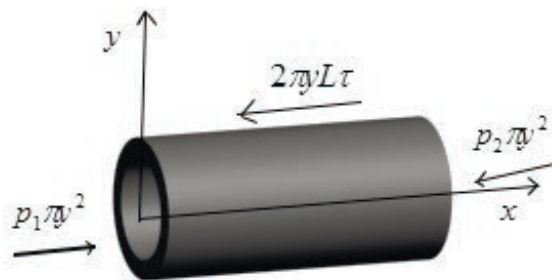


Рис. 3 Цилиндрдаги суюқликка таъсир этувчи кучлар

Ички ишқаланиш кучи проекцияси мусбат ишора билан олинган, чунки тезлик градиенти манфий (қатламнинг оқим тезлиги радиус r нинг ортиб бориши билан камаяди). Формула (1) дан уринма кучланиш τ ни аниқлаб оламиз

$$\tau = \frac{p_1 - p_2}{L} \cdot \frac{y}{2}. \quad (2)$$

Қаралаётган ҳолда тезлик u координата y нинг ортиши билан камаяди ва u ёпишқоқлик эвазига $y = r$ бўлганда нолга айланади. Шу сабабли, Гук ишқаланиш қонунига асосан $\tau = -\mu \frac{du}{dy}$ деб оламиз. Ушбу ифодани (2) га қўйиб, қуйидагига эга бўламиз

$$-\mu \frac{du}{dy} = \frac{p_1 - p_2}{L} \cdot \frac{y}{2},$$

бундан

$$\frac{du}{dy} = -\frac{p_1 - p_2}{\mu L} \cdot \frac{y}{2}. \quad (3)$$

эканлигини кўриш мумкин.

Энди $y = r$ бўлганда $u(y) = 0$ бўлишини эътиборга олиб, ушбу бошланғич шарт билан тенглама (3) ни интеграллаб қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз

$$u(y) = -\frac{p_1 - p_2}{4\mu L} y^2 + C, \quad (4)$$

Тенглама (4) даги ўзгармас константа C ни топиш учун $y = r$ бўлганда тезлик $u(r) = 0$ бўлиш шартидан фойдаланамиз, яъни

$$u(r) = -\frac{p_1 - p_2}{4\mu L} r^2 + C = 0,$$

бундан

$$C = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} r^2. \quad (5)$$

эканлигини аниқлаймиз. Ўзгармас C нинг бу қийматини (4) га қўйиб

$$u(y) = -\frac{p_1 - p_2}{4\mu L} y^2 + \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} r^2,$$

тенгламани ва бундан ўз навбатида

$$u(y) = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} (r^2 - y^2). \quad (6)$$

тенгламага эга бўламиз.

Шундай қилиб, труба радиуси бўйлаб тезликнинг параболик тақсимотига эга бўламиз (4-расм). Ушбу тезлик ўзининг энг катта қийматига трубанинг ўртасида ($y = 0$) эришади ва у қуйидаги максимал қийматга эга бўлади:

$$u_{max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} r^2. \quad (7)$$

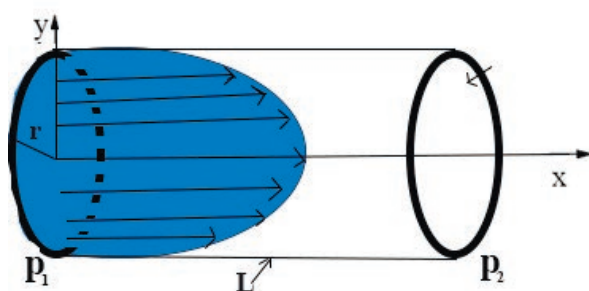


Рис. 4 4-расм.

Труба кесими бўйлаб оқиб ўтадиган тўлиқ суюқлик миқдори Q (суюқлик сарфи) айланма параболоид ҳажми сифатида аниқланади (4-расм) ва ўз навбатида қуйидагича аниқланади.

Тенглама (6) ни r^2 кўпайтирамиз ва бўламиз

$$u(y) = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} (r^2 - y^2) \cdot \frac{r^2}{r^2},$$

бундан

$$u(y) = \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} r^2 \left(\frac{r^2 - y^2}{r^2} \right) = u_{max} \left(1 - \frac{y^2}{r^2} \right). \quad (8)$$

эканлигини кўриш мумкин.

Доиравий кесимга эга бўлган труба орқали ўтадиган суюқликнинг умумий оқими учун Гаген-Пуазейл формуласи [1,3,7,8,11,12] дан фойдаланиб, қуйидагини аниқлаймиз

$$Q = \int_0^r u(y) 2\pi y dy = 2\pi u_{max} \int_0^r \left(y - \frac{y^3}{r^2} \right) dy = 2\pi u_{max} \left[\frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{4r^2} \right] \Big|_0^r,$$

яъни оқим сарфи учун ушбу формулага эга бўламиз

$$Q = 2\pi \cdot \frac{p_1 - p_2}{4\mu L} \cdot r^2 \cdot \frac{r^2}{4} = \frac{\pi(p_1 - p_2)r^4}{8\mu L}. \quad (9)$$

Трубанинг қўндаланг кесими бўйича қиймати қуйидагича аниқланадиган оқимнинг ўртача тезлигини киритамиз:

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi r^2}. \quad (10)$$

Формула (9) ни эътиборга олган ҳолда (10) ни қуйидагича ёзамиз

$$\bar{u} = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{8\mu L},$$

Функция $\bar{u}(y)$ ни формула (7) билан аниқланадиган u_{max} билан таққослаб, $\bar{u}(y) = \frac{1}{2}u_{max}$ эканлигини кўриш мумкин, яъни трубадаги ламинар оқим ҳаракатида ўртача тезлик максимал тезликнинг ярмига тенг (4-расм) бўлади.

Босим фарқи $(p_1 - p_2)$ ни аниқлаймиз

$$p_1 - p_2 = \frac{8\mu L \bar{u}}{r^2},$$

бундан

$$p_1 - p_2 = \frac{8\mu L \bar{u}}{r^2} = \frac{32\mu \bar{u}}{2r} \cdot \frac{L}{2r} = \frac{32\mu \bar{u}}{D} \cdot \frac{L}{D}, \quad (11)$$

бу ерда $D = 2r$ труба диаметри.

Оқим узунлиги бўйлаб йўқотилган босим Дарси-Вейсбах тенгламаси орқали топилади

$$\lambda = \frac{p_1 - p_2}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}^2} \cdot \frac{L}{D}. \quad (12)$$

Формула (11) дан $p_1 - p_2$ нинг қийматини (12) га қўйиш натижасида қуйидаги формулага эга бўламиз

$$\lambda = \frac{32\mu \bar{u}}{D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{2}{\rho \bar{u}^2} \cdot \frac{D}{L} = \frac{64\mu}{\rho \bar{u} D},$$

ёки бундан

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (13)$$

эканлигини кўриш мумкин, бу ерда $Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu}$.

Формула (12) дан қуйидагига эга бўламиз

$$\frac{p_1 - p_2}{L} = \frac{\lambda}{D} \frac{\rho}{2} \bar{u}^2. \quad (14)$$

Уринма кучланиш ўзининг энг катта қийматига труба деворида эришади, бу ерда ушбу кучланиш қуйидагига тенг бўлади.

$$\tau_0 = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{r}{2}, \quad (15)$$

ҳамда ушбу формула оқим қандай режимда бўлишидан қатъий назар (ламинар ёки турбулент) ўринли бўлади. Шундай қилиб, труба деворидаги уринма кучланиш бо-симнинг пасайишини ўлчаш йўли билан экспериментал аниқланиши мумкин.

Формула (14) дан $\frac{p_1 - p_2}{L}$ нинг қийматини (15) га қўйиш натижасида қуйидаги формулага эга бўламиз

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{u}^2. \quad (16)$$

Бу трубадаги уринма кучланишнинг максимал қийматини ҳисоблаш формуласидан иборат.

4 Натижалар таҳлили

Турбулент оқимни ҳисоблашдаги усуллардан бири бу эмпирик формулалардан ёки ярим эмпирик назарияларга асосланган формулалардан фойдаланишдан иборат. Айтилган фикрларнинг намоёниши сифатида силлиқ трубалар учун экспериментал маълумотларнинг иккита энг яхши ашпроксиматциясини келтирамиз, ҳамда уларнинг Рейнольдс сони Re бўйича қўлланилиши мумкин бўлган чегараларини кўрсатамиз.

1911 йилда Блазиус томонидан силлиқ трубаларда қаршилик коэффитциенти учун эмпирик формула олинган бўлиб, ($u \ 2320 \div 4 \cdot 10^5$ гача ўринли):

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}. \quad (17)$$

бу формула Блазиуснинг қаршилик қонуни сифатида маълум.

Никурадзе формуласи ($u \ Re = 1 \cdot 10^5 \div 1 \cdot 10^6$ интервалда қўлланилади):

$$\lambda = 0.0032 + \frac{0.221}{Re^{0.237}}. \quad (18)$$

Критик Рейнольдс сонининг юқорида келтирилган қўлами, текис каналдаги Пуазейл оқими учун олинган критик Рейнольдс сони $Re_{krt} = 5770$ билан мутаносиб эканлигини кўриш мумкин [2,13-20].

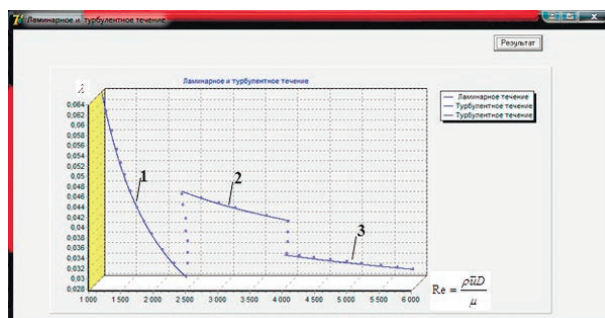


Рис. 5 Силлиқ трубада қаршилик коэффиценти. 1–ламинар оқим(Пуазейл), 2–турбулент оқим (Блазиус), 3–турбулент оқим (Никурадзе), ●–экспиментал маълумот

Юқорида (13), (17), (18) формулалар асосида олинган натижалар 5-расмда келтирилган.

5-расмда силлик труба учун трубанинг қаршилиқ коэффициенти λ нинг Рейнольдс сони Re га боғлиқлигини кўрсатувчи экспериментал ва ҳисоблаш натижалари келтирилган. Олинган натижаларни таққослаш шуни кўрсатадики Re сонининг кичик қийматларида назарий формула (13) эксперимент орқали тасдиқланади. Ҳисоблаш ва экспериментал натижаларнинг мослиги $Re = 2000 \div 2320$ гача бўлганда кузатилади. Re сонининг янада катта қийматларида турбулентлик механизмларининг фаол ишга тушиши эвазига, қаршилиқ ортади. Параметр Re нинг λ сонидан келгусидаги боғлиқлиги ламинар оқим учун олинган натижадан кескин фарқланади.

5 Хулоса

Шундай қилиб, каналлар, трубалар ва чегаравий қатламлардаги қисилмайдиган ёпишқоқ суюқликлар ҳаракати ламинар ва турбулент режимда бўлиши, ҳамда ушбу режимларнинг пайдо бўлишининг физик моҳияти кўрсатилган. Ушбу жараён О. Рейнольдс томонидан тавсия этилган ҳаракатланаётган суюқликка ранг киритиш тажрибаси орқали намойиш этилган.

Труба ичига жойлаштирилган цилиндрга суюқлик оқимининг максимал тезлиги, трубанинг кўндаланг кесими орқали оқиб ўтадиган суюқлик миқдори ҳажми, оқим узунлиги бўйича трубанинг ишқаланишга қаршилиқ коэффициенти ҳисоблаш формуллари чиқарилган.

Трубанинг қаршилиқ коэффициенти Пуазейл [1], Блазиус [2], Никурадзе [3] ва экспериментал [4] формуллари орқали ҳисоблаш натижалари келтирилган, ҳамда критик Рейнольдс сонининг Пуазейл ва Блазиус оқимлари учун ўзгариш кўлами аниқланган, ҳамда текис каналдаги Пуазейл оқими учун олинган натижа [2,18] билан мутаносиблиги кўрсатилган.

Литература

- [1] *Reynolds O.* On the experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels // *Phil. Trans.roy.soc.* 1883. № 174. С. 935–982.
- [2] *Абуталиев Ф. Б., Нармурадов Ч. Б.* Математическое моделирование проблемы гидродинамической устойчивости — Т.: Fan va texnologiya, 2011. 188 с.
- [3] *Лойцянский Л. Г.* Ламинарный пограничный слой — М: Физматлит, 1962. 479 с.
- [4] *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. 571 с.
- [5] *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамической устойчивости и турбулентность. — Новосибирск: Наука, 1977. 366 с.
- [6] *Дразин Ф.* Введение в теорию гидродинамической устойчивости. — М.: Физматлит, 2005. 88 с.
- [7] *Thomas H. H.* The stability of plane Poiseuille flow // *Phys.rev.*, 1953. № 4(91). С. 780–783.
- [8] *Patera A. T.* A spectral element method for fluid dynamics: laminar flow in a channel expansion // *Comp. Phys.*, 1984. Vol. 54. С. 468–488.
- [9] *Бахвалов К. С.* К оптимизации методов решения краевых задач при наличии пограничного слоя // *Вычисл. матем. и матем. физ.*, 1969. № 4(9). С. 841–854.
- [10] *Loer St.* Examination of the stability of disturbed boundary-layer flow by a numerical method // *Phys fluids.*, 1969. № 12(12). С. 139–143.
- [11] *Brown W. B.* A stability criterion for three-dimensional laminar boundary layers // *Boundary layer and flow control*, 1961. Vol. 2. С. 913–923.
- [12] *Гольдштик М. А., Сапожников В. А.* Устойчивость ламинарного потока в присутствии массовых сил // *РАН. Сер. Механика жидкости и газа*, 1968. № 5. С. 42–46.

- [13] *Нармурадов Ч. Б., Соловьев А. С.* О влиянии взвешенных частиц на устойчивость плоского течения Пуазейля // РАН. Сер. Механика жидкости и газа, 1986. № 1. С. 46–50.
- [14] *Нармурадов Ч. Б., Соловьев А. С.* Устойчивость двухфазного потока газ – твердые частицы в пограничном слое // РАН. Сер. Механика жидкости и газа, 1987. № 2. С. 60–64.
- [15] *Нармурадов Ч. Б., Чулиев Э. А., Хужайёров Б. Х.* Устойчивость пограничного слоя двухфазных потоков с учетом сил Стокса и Архимеда // Проблемы механики, 1998. № 4. С. 13–17.
- [16] *Нармурадов Ч. Б., Подгаев А. Г.* Сходимость спектрально–сеточного метода // Узбекский математический журнал, 2003. № 2. С. 64–71.
- [17] *Нармурадов Ч. Б.* Об эффективном методе решения задачи гидродинамической устойчивости для двухфазных потоков // Докл. АН РУз, 2004. № 1. С. 19–26.
- [18] *Нармурадов Ч. Б.* Об одном эффективном методе решения уравнения Орра – Зоммерфельда // Математическое моделирование, 2005. № 9(17). С. 35–42.
- [19] *Нармурадов Ч. Б.* Спектр собственных значений для двухфазного течения Пуазейля и пространственная зависимость характерных параметров // Техника и технология, 2007. № 5(23). С. 55–57.
- [20] *Нармурадов Ч. Б.* Математическое моделирование гидродинамических задач для двухфазных плоскопараллельных течений // Математическое моделирование, 2007. № 6(19). С. 53–60.

Поступила в редакцию 04.04.2018

UDC 519.711.3

MATHEMATICAL MODELING MOVEMENT OF LIQUIDS IN TUBES

Normurodov Ch.B., Mengliyev Sh.A.

shoydullo@mail.ru

Termez State University, 43 F. Xodjayev st., Termez, Uzbekistan

The article contains information on mathematical modeling of the motion of an incompressible viscous fluid in a pipe. Laminar and turbulent regimes of fluid motion are indicated in the research, and the physical meaning of the appearance of these regimes is analyzed. Consider a straight circular tube with a constant diameter over its entire length. The velocity of flow on the walls of the pipe due to adhesion is zero, in the middle of the pipe it has the greatest value. We consider a cylinder with a characteristic length and a characteristic radius inside a fluid whose axis coincides with the axis of the tube and the flow of liquid through the cylinder is studied. Calculation formulas are derived for calculating the maximum flow velocity in the cylinder, the volume of liquid passing through the cross section of the pipe, the coefficient of resistance to friction in the pipe along the length of the flow, and the maximum value of the tangential stress. The results of a comparison of empirical and semi-empirical formulas for calculating the coefficient of resistance to friction are presented.

Keywords: Reynolds number, laminar flow, turbulent flow, parabolic flow, frictional force, integral, coordinate, pipe, viscosity, density, main flow velocity, mean velocity,

maximum speed, radius, Guk, Gegin, Poiseuille, Darcy-Weisbach, Blasius, Nikuradze, volume of liquid, coefficient of resistance.

Citation: Normurodov Ch.B., Mengliyev Sh.A. 2018. Mathematical modeling movement of liquids in tubes. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 2(14):36–46.

References

- [1] Reynolds, O. 1883. On the experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels. *Phil. Trans.roy.soc.* 174:935–982.
- [2] Abutaliev, F. B., Ch. B. Narmuradov. 2011. *Matematicheskoe modelirovanie problemy gidrodinamicheskoy ustoychivosti* [Mathematical modeling of the hydrodynamic stability problem]. Tashkent: Fan va texnologiya. 188 p. (In Russian)
- [3] Loytsyanskiy, L. G. 1962. *Laminarnyy pogramichnyy sloy* [Laminar boundary layer]. Moscow: Fizmatlitz. 479 p. (In Russian)
- [4] Shlikhting, G. 1974. *Teoriya pogramichnogo sloya* [The boundary layer theory]. Moscow: Nauka. 571 p. (In Russian)
- [5] Goldshtik, M. A., V. N. Shtern. 1977. *Gidrodinamicheskoy ustoychivost i turbulentnost* [Hydrodynamic stability and turbulence]. Novosibirsk: Nauka. 366 p. (In Russian)
- [6] Drazin, F. 2005. *Vvedenie v teoriyu gidrodinamicheskoy ustoychivosti* [Introduction to the theory of hydrodynamic stability]. Moscow: Fizmatlitz. 88 p. (In Russian)
- [7] Thomas, H. H. 1953. The stability of plane Poiseuille flow. *Phys.rev.* 4(91):780–783.
- [8] Patera, A. T. 1984. A spectral element method for fluid dynamics: laminar flow in a channel expansion. *Comp. Phys.* 4:468–488.
- [9] Bakhvalov, K. S. 1969. K optimizatsii metodov resheniya kraevykh zadach pri nalichii pogramichnogo sloya [Optimization of methods for solving boundary value problems in the presence of a boundary layer]. *Vychisl. matem. i matem. fiz.* [Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 4(9):841–854.
- [10] Loer, S. 1969. Examination of the stability of disturbed boundary-layer flow by a numerical method. *Phys. fluids.* 12(12):139–143.
- [11] Brown, W. B. 1961. A stability criterion for three-dimensional laminar boundary layers. *Boundary layer and flow control.* 2:913–923.
- [12] Goldshtik, M. A., V. A. Sapozhnikov. 1968. Ustoychivost laminarnogo potoka v prisutstvii massovykh sil [Stability of laminar flow in the presence of mass forces]. *RAN. Ser. Mekhanika zhidkosti i gaza* [RAS. Ser. Mechanics of liquid and gas]. 5:42–46.
- [13] Narmuradov, Ch. B., A. S. Soloviev. 1986. O vliyaniy vzveshennykh chastits na ustoychivost ploskogo techeniya Puazeylya [On the influence of suspended particles on the stability of a flat Poiseuille flow]. *RAN. Ser. Mekhanika zhidkosti i gaza* [RAS. Ser. Mechanics of liquid and gas]. 1:46–50.
- [14] Narmuradov, Ch. B., A. S. Soloviev. 1987. Ustoychivost dvukhfaznogo potoka gaz – tverdye chastitsy v pogramichnom sloe [Stability of a two-phase gas-solid stream in a boundary layer]. *RAN. Ser. Mekhanika zhidkosti i gaza* [RAS. Ser. Mechanics of liquid and gas]. 2:60–64.
- [15] Narmuradov, Ch. B., E. A. Chuliev, B. Kh. Khuzhaerov. 1998. Ustoychivost pogramichnogo sloya dvukhfaznykh potokov s uchetom sil Stoksa i Arkhmeda [Stability of the boundary layer of two-phase flows with allowance for the Stokes and Archimedes forces]. *Problemy mekhaniki* [Problems of mechanics]. 4:13–17.
- [16] Narmuradov, Ch. B., A. G. Podgaev. 2003. Skhodimost spektralno-setochnogo metoda [Convergence of the spectral-grid method]. *Uzbekskiy matematicheskii zhurnal* [The Uzbek Mathematical Journal]. 2:64–71.

-
- [17] Narmuradov, Ch.B. 2004. Ob effektivnom metode resheniya zadachi gidrodinamicheskoy ustoychivosti dlya dvukhfaznykh potokov [An effective method for solving the hydrodynamic stability problem for two-phase flows]. *Dokl. AN RUz* [Reports of the Academy of Sciences of Uzbekistan]. 1:19–26.
- [18] Narmuradov, Ch.B. 2004. Ob odnom effektivnom metode resheniya uravneniya Orra – Zommerfelda [One effective method for solving the Orr – Sommerfeld equation]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Math modeling]. 9(17):35–42.
- [19] Narmuradov, Ch.B. 2007. Spektr sobstvennykh znacheniy dlya dvukhfaznogo techeniya Puazeylya i prostranstvennaya zavisimost kharakternykh parametrov [The eigenvalue spectrum for the two-phase Poiseuille flow and the spatial dependence of the characteristic parameters]. *Tekhnika i tekhnologiya* [Engineering and technology]. 5(23):55–57.
- [20] Narmuradov, Ch.B. 2007. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh zadach dlya dvukhfaznykh ploskoparallelnykh techeniy [Mathematical modeling of hydrodynamic problems for two-phase plane-parallel flows]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Math modeling]. 6(19):53–60.

Received April 4, 2018