

УДК 622.234

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОХРАНЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ В ПРОЦЕССАХ ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

¹Алимов И., ¹Пирназарова Т. Е., ²Тухтаназаров Д. С.

Dilmurod_84@inbox.ru

¹Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий;

²Ташкентский университет информационных технологий

В работе рассмотрена постановка задачи защиты окружающей среды в процессах подземного выщелачивания и их математическая модель. Расчет просачивающихся и поступающих жидкостей на границе вычслены по специальным формулам. Приведены вычислительный алгоритм решения задачи. Проверены созданный алгоритм и программное средство написанный на языке DELPHI, тестовым примером и модельной задачей в гидродинамической и диффузионной частях с разными видами расположения скважин. Полученные результаты представлены в виде графиков и таблиц.

Ключевые слова: месторождения, математическая модель, вычислительный алгоритм, результат, скважина

Цитирование: Алимов И., Пирназарова Т. Е., Тухтаназаров Д. С. Моделирование процесса охраны окружающей среды в процессах подземного выщелачивания // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2018. — № 6(18). — С. 35–50.

1 Введение

Выщелачивание — растворение отдельных компонентов твердого вещества с помощью водного, неводного или смешенного растворителя, избирательное растворение отдельных минералов из руд. Выщелачивание - избирательный процесс, переводящий к разрушению растворителем и переводу в растворяющих к разрушению только отдельных минералов или их составляющих с оставлением в твердой фазе остальных вещества в исходном состояний либо несколько измененном состоянии. Существуют следующие виды выщелачивания подземное, кучное, фильтрационное, перколяционное и т.д. Подземное выщелачивание(ПВ) - непосредственное из рудных тел растворение полезного компонента, без добычи их на дневную поверхность, методами скважинной добычи.

В процессе подземного выщелачивания движения растворителя осуществляется по паром и капилляром рудного пласта под воздействием искусственно создаваемого потока раствора реагента в специальных системах нагнетательных и дренажных устройств. Над подземным выщелачиванием полезного компонента из рудного тела следует понимать процесс избирательного растворения химическим реагентом на месте залегания с последующим извлечением образовавшихся химических соединений из зоны реакции с помощью движущегося потока растворителя.

В основном ПВ применяется при добыче цветных и редких металлов. Для отработки методом ПВ доступны месторождения приуроченными к печеным водопроницаемым породам с рудными минералами, растворимыми с слабых растворах кислот.

Выщелачивание, как фильтрационный процесс - растворитель движется от одной точки (от закачных скважин) к другой и транспортирует растворенные продукты к выходу (к откачной скважине) вместе фильтрующим потоком растворителя.

Основная проблема проектирования разработки месторождения методом ПВ – решение вопроса и выборе оптимального варианта системы разработки, под которым понимается расположения порядка и включения в работу добывающих и вспомогательных скважин [1–3].

Выбор того или иного варианта размещения эксплуатационных скважин должен проводиться на основе комплексного учета всех факторов, определяющих процесс подземного выщелачивания. Однако необходимо учитывать общие принципы и условия во всех конкретных случаях. Одна из специфических особенностей процесса ПВ - соблюдение баланса откачиваемых и закачиваемых растворов, т. е.

$$\sum_{i=1}^N q_0^H = \sum_{j=1}^M q_j^0,$$

где N - общее количество нагнетательных скважин; q_i^H - дебит i -ой нагнетательной скважины; M - общее количество откачных скважин; q_j^0 - дебит j -ой откачной скважины. В этом случае обеспечивается максимальная локализация зоны циркуляции растворов в плане в пределах рудной залежи.

При $\sum_{i=1}^N q_0^H < \sum_{j=1}^M q_j^0$ технологические растворы разубоживаются за счет привлечения пластовых вод с безрудной части пласта и далее возникают побочные задачи типа: а) постоянное понижение уровня подземных вод; б) накопление отработанных растворов.

При $\sum_{i=1}^N q_0^H > \sum_{j=1}^M q_j^0$, происходит утечка подаваемого растворителя обогащенного минералами полезного ископаемого, за пределы рудной залежи и приводит к случаям: а) загрязнению водоносного горизонта за пределами рудной залежи, которое может принести огромный вред при использовании из него пресных вод; б) постоянному повышению уровня подземных вод и т. д.

Возможные варианты схем расположения скважин при ПВ принципиально отличаются от схем расположения скважин для газовых и нефтяных месторождений [4–6]. Хотя для конкретных месторождений схема расположения систем скважин выбирается с учетом комплекса факторов, то есть общие принципы и для эксплуатации газовых месторождений, и для подземного выщелачивания рудных месторождений. Естественный процесс объединения и ухудшения качества полезных ископаемых, сопровождающий научнотехнический прогресс, привел к быстрому росту промышленного использования и научных исследований в области обогащения полезных ископаемых. Оно оказалось не только на стыке горногеологических и химико-металлургических наук, но и на стыке многих научных направлений математики, механики, кибернетики, физики, физической химии, радиационных процессов, горного машиностроения и т. д. [7, 8].

Основной принцип геологии можно сформулировать как исследование процесса добычи и изменений горной среды под влиянием рабочих реагентов с целью перевода полезного ископаемого в подвижное состояние и извлечение его на поверхность.

Развитие учения о добыче твердых полезных ископаемых через скважины в последние годы получило название геотехнология, т. е. наука о физических, химических и физико-химических методах воздействия на продуктивную залежь для перевода

полезных ископаемых в подвижное состояние и последующее извлечение его через скважины.

Геотехнологические методы — методы добычи, основанные на переводе полезного ископаемого в подвижное состояние посредством осуществления на месте его залегания в недрах тепловых, массообменных, химических и гидродинамических процессов. Наибольшее применение нашли следующий геотехнологический методы (ПВ):

ПВ — метод добычи полезных ископаемых избирательным растворением их химическими реагентами на месте залегания с извлечением на поверхность продукционных растворов.

ПВ - относится к фильтрационно-диффузионным процессам и основано на химических реакциях твердое тело - жидкость. В основном оно применяется для добычи цветных, редких и радиоактивных металлов. С физико-химических позиций ПВ можно определить как процесс гетерогенных химических взаимодействий, сопровождающийся изменением концентраций реагирующих веществ в жидкой и твердой фазах при фильтрационном перемещении жидкой фазы в пределах рассматриваемого объема выщелачивания. Под объемом выщелачивания понимается часть объема рудовмещающего пласта, в пределах которого реализуется фильтрация растворителя.

2 Постановка задачи

Пусть задана рудная залежь прямоугольной формы с известными диффузионно-химическими и гидродинамическими параметрами. Требуется определить значение концентрации полезного компонента в процессе эксплуатации месторождения методом ПВ. Для этого необходимо совместно решить следующую систему (1)-(10). Математический модель ПВ состоять из системы дифференциальных уравнений, описывающих в пределах выщелачиваемого объема кинетику гетерогенных химических взаимодействий, а также массоперенос растворителя и продуктов реакции в фильтрационном потоке [1, 4, 7].

Характер фильтрационного потока описывается уравнением

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k(x,y)h(x,y)}{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k(x,y)h(x,y)}{\mu} \frac{\partial H}{\partial y} \right) + f(x, y, t) = \\ = m(x, y)h(x, y)\beta(x, y) \frac{\partial \left(H \left(1 - \frac{c}{\sigma} \right) \right)}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

$$(x, y) \in D \{0 < x < a, \quad 0 < y < b\},$$

удовлетворяющим условиям начальное

$$H(x, y, t)|_{t=0} = H_0(x, y), \quad \left(\alpha \frac{\partial H}{\partial n} + (1 - \alpha)H \right) = \varphi(x, y); \quad (2)$$

изменение скорости потока определяется законом Дарси

$$v_{(x,y,t)} = -k \cdot \text{grad}H(x, y, t). \quad (3)$$

Зона распределения реагента в каждый момент времени уточняется уравнением

$$m \frac{\partial c_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_2 \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial (v_x c_1)}{\partial x} - \frac{\partial (v_y c_1)}{\partial y} \quad (4)$$

при условии

$$c_1(x, y, t)|_{t=0} = 0, \quad c_1(x, y, t)| = 0, \quad (5)$$

$$c_1(x, y, t)|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} = c_2(x_i, y_i, t), \quad \left. \frac{\partial c_1}{\partial n} \right|_{\substack{x=x_j \\ y=y_j}} = 0. \quad (6)$$

Изменение концентрации полезного компонента описывается уравнением

$$m \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial c}{\partial y} \right) - \frac{\partial(v_x c)}{\partial x} - \frac{\partial(v_y c)}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial t} \quad (7)$$

при условии

$$c(x, y, t)|_{t=0} = c_0(x, y, t), \quad \left(\alpha c + \alpha_1 \frac{\partial c}{\partial n} \right) = \varphi(x, y, t), \quad (8)$$

$$c(x, y, t)|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} = c_3(x_i, y_i, t), \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial n} \right|_{\substack{x=x_j \\ y=y_j}} = 0. \quad (9)$$

Уравнение кинетики массообмена, определяющее скорость перехода вещества из одной фазы в другую, в общем имеет вид

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma(c_1) f(c, N, L), \quad N|_{t=0} = N_0. \quad (10)$$

Здесь c - концентрация полезной компоненты, c_1 - концентрация реагента, c_2 - концентрация реагента в закачных скважинах, c_3 - концентрация полезной компоненты в закачных скважинах.

Совместное решение этой системы, требуя большого количества оперативной памяти, занимает много машинного времени для счета, поэтому для численной реализации ее целесообразно разбить на последовательность несовместимых подзадач.

Известно [2–4], что в процессах ПВ в обогащенных щелочах значение концентрации полезного компонента не превышает 10 мг/л. В этом случае [6] в правой части уравнения (1) можно полагать

$$\frac{\partial H(1-c/\delta)}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Тогда уравнение (1), совместно с условием (2), полностью описывает течение раствора в пористой среде, и его можно рассматривать как отдельную задачу, характеризующую фильтрацию раствора.

Здесь $k, h, \mu, m, \beta, H_0, \varphi, f$ - заданные параметры. Мощность внутренних источников и стоков $f(x, y, t)$ выражается дебитами закачных и откачных скважин через

$$f(x, y, t) = \frac{\mu}{k} \sum_{i=1}^N \delta(x - x_i, y - y_i) \cdot \frac{q_i(t)}{h_i}.$$

Таким образом, решив общую задачу (1) - (2) независимо от остальных, можно найти поле напоров в заданный момент времени.

При решении уравнения упругого режима фильтрации для задач ПВ мы должны учитывать специфические гидродинамические особенности, такие как баланс дебитов закачных и откачных скважин.

Можно выделить следующие гидродинамические задачи ПВ: определение поля напоров, направлений потока реагента в каждой точке в каждый момент времени и значения расхода через произвольные отрезки, принадлежащие рудоносной залежи.

Решением уравнения ПВ гидродинамики находим расход (приток, отток) через рудоносную границу, характер выщелачивания, расход через произвольный отрезок внутри рудоносной части. Решая гидродинамические задачи, мы должны определить возможные вместимости закачных скважин, эксплуатируемых со свободным сливом, т. е. вычислить максимальные дебиты закачных скважин с учетом недопущения их перелива.

Теперь рассмотрим для численного решения поставленной задачи, следующими схемами конечно-разностных методов: продольно поперечной, локально одномерной, и расщепления. Для удобства построение численного алгоритма рассмотрим модельную задачу.

Пусть дана гидродинамическая задача ПВ, описываемая уравнением

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(K(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K(x, y) \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial y} \right) = m\beta^* \frac{\partial H(x, y, t)}{\partial t} + Q(x, y, t) \\ \{0 < x < 1, 0 < y < 1, t > 0\} \end{cases} \quad (11)$$

удовлетворяющий начальное

$$H(x, y, 0) = H_0(x, y) \quad (12)$$

и граничных

$$\left[\lambda \frac{\partial H}{\partial n} + (1 - \lambda)H \right] = \gamma \quad (13)$$

условиям, где

$\lambda = 0, 1$; (при $\lambda = 0$, первое граничное условия; при $\lambda = 1$, второе граничное условия);

$K(x, y) = \frac{k^* \cdot L_z}{\mu}$, k^* -проницаемость, μ -вязкость, L_z -высота, H -напор, m -пористость, β^* - коэффициент упругоёмкости, Q -дебит [4, 9, 10].

3 Алгоритм решения задачи

Для решения задачи (11)-(13) сначала переходим к безразмерным переменным:

$$\bar{K} = \frac{K}{K_x}, \bar{x} = \frac{x}{L_x}, \bar{y} = \frac{y}{L_y}, \bar{H} = \frac{H}{H_x}, t = \tau \frac{K_x}{\beta^* \cdot L_x^2}.$$

$$Q = A \sum_{i=1}^N \delta(x - x_i, y - y_i) q_i A = \frac{L_x}{K_x \cdot H_x \cdot L_y \cdot L_z} \quad (14)$$

Для удобства записи опускаем черточки над переменными.

Для решения безразмерной задачи заданную область покрываем равномерной сеткой:

$$\omega_{x,y} = \left\{ (x_i = i \cdot h_x, h_x = \frac{1}{N_x} y_j = j \cdot h_y, h_y = \frac{1}{N_y}), i = \overline{1, N_x}, j = \overline{1, N_y} \right\}.$$

Тогда конечно-разностный вид заданной задачи примет

$$\begin{aligned} m_{i,j} \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^k}{\tau} = & \left(K_{i+1/2,j} \frac{H_{i+1,j}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i-1,j}^k}{h_x^2} \right) + \\ & + \left(K_{i,j+1/2} \frac{H_{i,j+1}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i,j-1}^k}{h_y^2} \right) - Q_{i,j}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для решения уравнения (15) используем продольно-поперечную схему с применением метода обычной прогонки получим цепочку одномерных уравнений [4, 10, 12].

Согласно метода обычной прогонки задача записывается в каждом направлении осей:

$$A_i H_{i-1} - C_i H_i + B_i H_{i+1} = -F_i \quad (16)$$

где A_i, B_i, C_i, F_i принимают следующий вид при применении продольно поперечного метода:

$$\begin{aligned} A_i &= B_i = \frac{K_{i+1/2,j}}{h_x^2}; \\ C_i &= A_i + B_i + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; \\ F_i &= m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^k + \left(K_{i+1/2,j} \frac{H_{i,j+1}^k - 2H_{i,j}^k + H_{i,j-1}^k}{h_y^2} \right) - Q_{i,j}, \\ A_j &= B_j = \frac{K_{i,j+1/2}}{h_y^2}; \\ C_j &= A_j + B_j + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; \\ F_j &= m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \left(K_{i,j+1/2} \frac{H_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + H_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{h_x^2} \right) - Q_{i,j}. \end{aligned} \quad (17)$$

При применении локально-одномерной схемы A_i, B_i, C_i, F_i принимают вид:

$$\begin{aligned} A_i &= B_i = \frac{K_{i+1/2,j}}{h_x^2}; \\ C_i &= A_i + B_i + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; \\ F_i &= m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^k - Q_{i,j}, \\ A_j &= B_j = \frac{K_{i,j+1/2}}{h_y^2}; \\ C_j &= A_j + B_j + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; \\ F_j &= m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - Q_{i,j}. \end{aligned} \quad (18)$$

Вычисляя уравнения с использованием метода расщепления, получаем следующие последовательности:

$$\begin{aligned} K_{i+1/2,j} \frac{H_{i+1,j}^{k-\frac{2}{3}} - 2H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}} + H_{i-1,j}^{k-\frac{2}{3}}}{h_x^2} &= m_{i,j} \left(\frac{H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}} - H_{i,j}^{k-1}}{0.5\tau} \right), \\ 1) A_i &= B_i = \frac{K_{i+1/2,j}}{h_x^2}; C_i = A_i + B_i + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; F_i = m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k-1}, \\ K_{i,j+1/2} \frac{H_{i,j+1}^{k-\frac{1}{3}} - 2H_{i,j}^{k-\frac{1}{3}} + H_{i,j-1}^{k-\frac{1}{3}}}{h_y^2} &= m_{i,j} \left(\frac{H_{i,j}^{k-\frac{1}{3}} - H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}}}{0.5\tau} \right), \\ 2) A_j &= B_j = \frac{K_{i,j+1/2}}{h_y^2}; C_j = A_j + B_j + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; F_j = m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}}, \\ 3) H_{i,j}^{k+\frac{1}{3}} &= H_{i,j}^{k-\frac{1}{3}} + 2 \cdot \tau \cdot Q_{i,j}, \\ K_{i,j+1/2} \frac{H_{i,j+1}^{k+\frac{2}{3}} - 2H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}} + H_{i,j-1}^{k+\frac{2}{3}}}{h_y^2} &= m_{i,j} \left(\frac{H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}} - H_{i,j}^{k+\frac{1}{3}}}{0.5\tau} \right), \\ 4) A_j &= B_j = \frac{K_{i,j+1/2}}{h_y^2}; C_j = A_j + B_j + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; F_j = m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{1}{3}}, \\ K_{i+1/2,j} \frac{H_{i+1,j}^{k+1} - 2H_{i,j}^{k+1} + H_{i-1,j}^{k+1}}{h_x^2} &= m_{i,j} \left(\frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}}}{0.5\tau} \right), \\ 5) A_i &= B_i = \frac{K_{i+1/2,j}}{h_x^2}; C_i = A_i + B_i + m_{i,j} \frac{2}{\tau}; F_i = m_{i,j} \frac{2}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Алгоритм вычисления одномерных задач по методу обычной прогонкой [9].

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \lambda_1; \beta_0 = (1 - \lambda_1), \\ i &= 0 \dots (N_x - 1), i = 0 \dots (N_y - 1), \\ \alpha_{i+1} &= \frac{B_i}{C_i - \alpha_i \cdot A_i}, \beta_{i+1} = \frac{A_i \cdot \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i \cdot A_i}, \\ i &= (N_x - 1) \dots 0, i = (N_y - 1) \dots 0, \\ H_N &= \frac{(1 - \lambda_2) + \lambda_2 \beta_N}{1 - \lambda_2 \alpha_N}, H_i = \alpha_{i+1} H_{i+1} + \beta_{i+1}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Теперь рассмотрим алгоритм решения задачи методом потоковой прогонки. Для применения метода потоковой прогонки вводим переменные

$$w_x = K \frac{\partial H}{\partial x}, w_y = K \frac{\partial H}{\partial y}.$$

Тогда безразмерный вид (11) принимает

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = m \frac{\partial H}{\partial t} + Q \quad (21)$$

При вычислении с использованием продольно-поперечной схемы конечно-разностный вид уравнения (21) следующий:

$$\begin{aligned} \left(w_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}} - w_{x_{i-\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \frac{h}{\tau} F_i; \\ F_i &= \tau \cdot \left(Q_{i,j} - \frac{w_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^k - w_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}^k}{h} \right) - m_{i,j} H_{i,j}^k, \\ \left(w_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{k+1} - w_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}^{k+1} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+1} + \frac{h}{\tau} F_j; \\ F_j &= \tau \cdot \left(Q_{i,j} - \frac{w_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}} - w_{x_{i-\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}}}{h} \right) - m_{i,j} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Использование локально-одномерной схемы конечно-разностной уравнение приводит при вычислений к следующему виду:

$$\begin{cases} \left(w_{x_{i+\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}} - w_{x_{i-\frac{1}{2},j}}^{k+\frac{1}{2}} \right) = m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \frac{h}{\tau} F_i; F_i = \tau \cdot Q_{i,j} - m_{i,j} H_{i,j}^k, \\ \left(w_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{k+1} - w_{y_{i,j-\frac{1}{2}}}^{k+1} \right) = m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+1} + \frac{h}{\tau} F_j; F_j = \tau \cdot Q_{i,j} - m_{i,j} H_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}. \end{cases} \quad (23)$$

Теперь приводим последовательности алгоритма решения методом расщепления:

$$\begin{aligned} \left(w_{i+\frac{1}{2},j}^{k-\frac{2}{3}} - w_{i-\frac{1}{2},j}^{k-\frac{2}{3}} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}} + \frac{h}{\tau} (F_i) F_i = m_{i,j} H_{i,j}^{k-1}, \\ \left(w_{i,j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{3}} - w_{i,j-\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{3}} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k-\frac{1}{3}} + \frac{h}{\tau} (F_j) F_j = m_{i,j} H_{i,j}^{k-\frac{2}{3}}, \\ H_{i,j}^{k+\frac{1}{3}} &= H_{i,j}^{k-\frac{1}{3}} + 2 \cdot \tau \cdot Q_{i,j}, \\ \left(w_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{2}{3}} - w_{i,j-\frac{1}{2}}^{k+\frac{2}{3}} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}} + \frac{h}{\tau} (F_j) F_j = m_{i,j} H_{i,j}^{k+\frac{1}{3}}, \\ \left(w_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} - w_{i-\frac{1}{2},j}^{k+1} \right) &= m_{i,j} \frac{h}{\tau} H_{i,j}^{k+1} + \frac{h}{\tau} (F_i) F_i = m_{i,j} H_{i,j}^{k+\frac{2}{3}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Для вычисления (22)-(24) методом потоковой прогонки [9] используется алгоритм следующейю вида:

$$\begin{aligned}
\alpha_N &= \frac{-\lambda_2}{0.5 \cdot \lambda_2 + (1 - \lambda_2)}, \quad \beta_N = \frac{\lambda_2 - 0.5 \cdot \lambda_2 \cdot F_N}{0.5 \cdot \lambda_2 + (1 - \lambda_2)}, \\
i &= (N_x - 1) \dots 0, \quad i = (N_y - 1) \dots 0, \\
\alpha_i &= \frac{\frac{h^2}{\tau} - \alpha_{i+1}}{1 + \frac{h^2}{\tau} - \alpha_{i+1}}, \quad \beta_i = \frac{\beta_{i+1} - F_i \left(\frac{h^2}{\tau} - \alpha_{i+1} \right)}{1 + \frac{h^2}{\tau} - \alpha_{i+1}}, \\
H_0 &= \frac{\frac{h}{\tau} \cdot \lambda_1 \cdot \beta_0 - \gamma_1 \cdot \left(\alpha_0 - \frac{h^2}{\tau} \right) - 0.5 \frac{h}{\tau} \lambda_1 \cdot F_0 \cdot \left(\alpha_0 - \frac{h^2}{\tau} \right)}{\left((1 - \lambda_1) - 0.5 \cdot \frac{h}{\tau} \lambda_1 \right) \cdot \left(\alpha_0 - \frac{h^2}{\tau} \right) + \frac{h}{\tau} \lambda_1}, \\
i &= 0 \dots (N_x - 1), \quad i = 0 \dots (N_y - 1), \\
H_{i+1} &= \left(\frac{\alpha_{i+1}}{\frac{h^2}{\tau} - \alpha_{i+1}} \right) \cdot (\beta_{i+1} - H_i) + \beta_{i+1}.
\end{aligned} \tag{25}$$

Созданы программные обеспечения при применений каждого методов с использованием объектно-ориентированного языка программирования Delphi [9–11].

4 Анализ результатов

Для проверки достоверности разработанного алгоритма полученные результаты по разработанным алгоритмам сопоставлены с результатом пробный функций следующейю вида [12–14]

$$H(x, y, t) = t^2 + x^2 + y^2 \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 H}{dx^2} + \frac{d^2 H}{dy^2} &= a \frac{du}{dt} + f(x, y, t), \\
H(x, y, t) \Big|_{t=0} &= H_0(x, y) = x^2 + y^2, \\
H(x, y, t) \Big|_{y=0} &= H_1(x, t) = x^2 + t, \\
H(x, y, t) \Big|_{y=1} &= H_2(x, t) = x^2 + t + 1, \\
H(x, y, t) \Big|_{x=0} &= H_3(y, t) = y^2 + t, \\
H(x, y, t) \Big|_{x=1} &= H_4(y, t) = y^2 + t + 1, \\
f &= 4 + 2at
\end{aligned} \tag{27}$$

Таблица 1 Результаты точного решения.

	0	10	20	30	40	50	60	70
0	0.00017	0.01193	0.04330	0.09428	0.16486	0.25505	0.36484	0.49424
10	0.01193	0.02370	0.05507	0.10604	0.17662	0.26681	0.37660	0.50600
20	0.04330	0.05507	0.08644	0.13741	0.20799	0.29818	0.40797	0.53737
30	0.09428	0.10604	0.13741	0.18839	0.25897	0.34916	0.45895	0.58835
40	0.16486	0.17662	0.20799	0.25897	0.32955	0.41974	0.52953	0.65893
50	0.25505	0.26681	0.29818	0.34916	0.41974	0.50993	0.61972	0.74912
60	0.36484	0.37660	0.40797	0.45895	0.52953	0.61972	0.72951	0.85891
70	0.49424	0.50600	0.53737	0.58835	0.65893	0.74912	0.85891	0.98831
80	0.64325	0.65501	0.68638	0.73735	0.80794	0.89812	1.00792	1.13731
90	0.81186	0.82362	0.85499	0.90596	0.97655	1.06673	1.17653	1.30593
100	1.00007	1.01184	1.04321	1.09418	1.16476	1.25495	1.36474	1.49414

Таблица 2 Результаты аналитической задачи (27) по схеме потокового варианта.

	0	10	20	30	40	50	60	70
0	0.00017	0.01193	0.04330	0.09428	0.16486	0.25505	0.36484	0.49424
10	0.01193	0.02376	0.05515	0.10613	0.17671	0.26690	0.37669	0.50609
20	0.04330	0.05515	0.08654	0.13752	0.20811	0.29830	0.40809	0.53749
30	0.09428	0.10613	0.13752	0.18851	0.25909	0.34928	0.45907	0.58847
40	0.16486	0.17671	0.20811	0.25909	0.32968	0.41986	0.52966	0.65905
50	0.25505	0.26690	0.29830	0.34928	0.41986	0.51005	0.61985	0.74924
60	0.36484	0.37669	0.40809	0.45907	0.52966	0.61985	0.72964	0.85904
70	0.49424	0.50609	0.53749	0.58847	0.65905	0.74924	0.85904	0.98843
80	0.64325	0.65509	0.68648	0.73747	0.80805	0.89824	1.00803	1.13743
90	0.81186	0.82368	0.85507	0.90605	0.97663	1.06682	1.17661	1.30601
100	1.00007	1.01184	1.04321	1.09418	1.16476	1.25495	1.36474	1.49414

Сравнения результатов приведенных в таблицах 1 и 2 количественных значения в исследуемых точках вполне оправдывает теоретических оценок. Например в точке А(60,40) и В(40,50) по точному решению А(60,40)=0,52953, В(40,50)=0,41974, а по конечно-разностному методу А(60,40)=0,52966, В(40,50)=0,41986 их сравнение показывает что составленные программы по разработанным алгоритмам достоверны для практического применения. Эти точки в таблицах 1 и 2 помечены жирными надписями. Данная подтверждения можно применяют для любых точках исследуемой области. Так как точки А и В выбрана произвольно. Аналогичное подтверждение было проведена для одномерных задач. Для двухмерного случая достоверность можно была автоматически передано, но при составлении программного продукта тоже могло произойти ошибки человеческого мышления. Анализ результатов таблицах 1 и 2 показывает, что не допущены вышесказанных ошибок и вычислительным экспериментом это доказано.

Рассмотрим модельную задачу со следующими исходными данными:

$$L_x = 200 \text{ м}, L_y = 140 \text{ м}, L_z = 15 \text{ м}, K^* = 0.005 \text{ см}^2 \text{ м} = 0.2, \quad (28)$$

$$\mu = 1 \frac{\text{г} \cdot \text{сек}}{\text{см}^2}, \beta^* = \frac{1}{8000} \cdot \frac{\text{см}^2}{\text{кг}}, H_0 = 15 \text{ м}, N_x = 100, N_y = 70.$$

Данные скважин следующие:

Таблица 3 Координаты и дебиты эксплуатационных скважин.

№	X, м	Y, м	q м ³ /сут	№	X, м	Y, м	q м ³ /сут
1	70	94	-50	8	120	70	175
2	90	94	-55	9	150	70	-63
3	110	94	-55	10	70	46	-50
4	130	94	-50	11	90	46	-55
5	50	70	-63	12	110	46	-55
6	80	70	175	13	130	46	-50
7	100	70	196				

Таблица 4 Значения напора в наблюдательных скважинах.

№	(x,y)	Потоковая прогонка			Обычная прогонка		
		П-П схема	Л-О схема	Расщеп.	П-П схема	Л-О схема	Расщеп.
1.	28,20	15.030	15.021	15.008	15.014	15.028	15.006
2.	30,22	15.042	15.041	15.011	15.013	15.027	15.005
3.	32,24	15.051	15.061	15.014	15.010	15.020	15.004
4.	34,26	15.025	15.040	15.007	14.990	14.981	14.996
5.	36,28	14.967	14.994	14.994	14.950	14.901	14.980
6.	38,30	14.886	14.925	14.975	14.898	14.796	14.959
7.	40,32	14.768	14.809	14.947	14.827	14.650	14.930
8.	42,34	14.666	14.672	14.915	14.776	14.555	14.911
9.	44,36	14.700	14.715	14.922	14.794	14.588	14.917
10.	46,38	14.746	14.792	14.938	14.810	14.622	14.924

11.	48,40	14.814	14.880	14.959	14.840	14.680	14.936
12.	50,42	14.893	14.960	14.981	14.882	14.763	14.953
13.	52,44	14.968	15.026	14.999	14.925	14.851	14.970
14.	54,46	15.055	15.106	15.020	14.979	14.957	14.991
15.	56,48	15.084	15.117	15.026	15.003	15.006	15.001
16.	58,50	15.057	15.063	15.017	14.998	14.997	14.999
17.	60,52	15.047	15.038	15.012	15.003	15.007	15.001
18.	62,54	15.037	15.021	15.008	15.007	15.015	15.003
19.	64,56	15.027	15.010	15.005	15.009	15.019	15.004
20.	66,58	15.018	15.005	15.003	15.010	15.021	15.004

В таблице 4 даны численные результаты для $t=720$ сутки по выше проведенными алгоритмами полученные по данным (28) и таблицы 3. Полученные результаты дает количественные оценки применяемых вариантов конечно-разностных схем.

В одномерном случае как доказаны в [12,13] потоковая прогонка более точно выражает по сравнению обычной прогонки по этому в двухмерном случае также подтверждают результаты таблицы 4.

Результаты анализа показали, что данные полученные, с применением метода потоковой прогонки по продольно-поперечной схеме, более точны чем остальные.

После тщательного анализа предлагаемых алгоритмов и полученных результатов решения задач (1)-(3) полученные выводы на основе вычислительного экспериментов можно утвердить, что рассматриваемая задача (1)-(3) решены до получения значений напора в любых точках плоскости и динамике. Теперь доведения до получения численных результатов задачи (1)-(10) мы должны описать реализационных алгоритмов для решения задачи (4)-(10). Не нарушая общепринятого с целью применения метода конечных разностей для задач (4)-(10), сначала рассмотрим одномерную задачу в области $(0 \leq x \leq 1, t > 0)$ заданной в общем виде.

Требуется определить функцию $u(x)$ из уравнении

$$(k(x)u'(x))' + r(x)u'(x) - q(x)u(x) = -f(x), \quad 0 < x < 1 \quad (29)$$

Удовлетворяющий начальной

$$u|_{t=0} = u^0 \quad (30)$$

и граничных условий

$$u(0) = u_1, \quad u(1) = u_2 \quad (31)$$

Заданную область покроем равномерной сеткой.

$$\bar{\omega}_{h\tau} = \{x_i = ih, \quad i = \overline{0, N}, \quad h = 1/N, \quad t_j = j\tau, \quad j = \overline{0, N_1}, \quad \tau = T/N_1\}.$$

Для построения численного алгоритма решения задачи (29)-(31) построим монотонную схему [12] с учетом знака функции $r(x)$ имеющей вторую одностороннюю производную. Для этого достаточно записать монотонную схему для уравнений следующего вида

$$\varkappa(ku')' + ru' - qu = -f \quad (32)$$

здесь $\varkappa = 1/(1 + R)$, $R = 0.5h|h|/k$ - разностное число Рейнольдса.

Запишем $r(x)$ в следующем виде

$$\begin{aligned} r &= r^+ = r^- \\ r^+ &= 0.5(r + |r|) \geq 0 \\ r^- &= 0.5(r - |r|) \leq 0 \end{aligned}$$

Аппроксимируем ru' в виде

$$(ru')_i = \frac{r}{k}(ku')_i \cong b_i^+ a_{i+1} y_{x,i} + b_i^- a_i y_{\bar{x},i}$$

здесь

$$\begin{aligned} b^\pm &= F[\tilde{r}^\pm(x_i + sh)], \\ \tilde{r}^\pm &= \tilde{r}/k; \end{aligned}$$

F - шаблонный функционал, применяемый при вычислении d и φ . Тогда (31) и (32) имеют вид

$$\begin{aligned} \varkappa(ay_{\bar{x}})_x + b^+ a^{(+)} y_x + b^- ay_{\bar{x}} - dy = -\varphi \\ y_0 = u_1, \quad y_n = u_2, \quad a^{(+)} = a(x + h) \end{aligned} \quad (33)$$

Приводим (33) к виду

$$\begin{aligned} A_i y_{i+1} - C_i y_i + B_i y_{i-1} = -\varphi_i, \quad i = \overline{1, N-1} \\ y_0 = \eta_1 y_1 + v_1, \quad y_n = \eta_2 y_{N-1} + v_2 \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{a_i}{h^2}(\varkappa_i - hb_i^-), \\ B_i &= \frac{a_{i+1}}{h^2}(\varkappa_i + hb_i^+), \\ C_i &= A_i + B_i + d_i, \\ b_i^+ &= \tilde{r}^+; \quad b_i^- = \tilde{r}^- \end{aligned}$$

Для вычисления (34) используем алгоритм следующего вида, т.е. обычную прогонку [2].

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \eta_1, \quad \beta_1 = v_1, \\ \alpha_{i+1} = \frac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \end{aligned}$$

$$y_N = (v_2 + \eta_2 \beta_N)(1 - \eta_2 \alpha_N),$$

$$y_i = \alpha_{i+1} y_{i+1} + \beta_{i+1}, \quad i = 0, N - 1.$$

Для проверки достоверности построенного алгоритма анализируем решение задачу ПВ в двумерной постановке на модельной задаче следующими исходными данными:

1) в однородной области длиной 400 м и шириной 400 м в середине расположена одна откачная скважина с координатой (0,5; 0,5) и дебитом $Q = 400$ м.куб/сут. А в краях симметрично расположены четыре закачные скважины с координатами (4;4), (4,36), (36,4), (36,36) и дебитами $Q = -100$ м.куб/сут.

На рис.1 приведена изолиния распределения концентрации на разных временных сутках. Из приведенного результата видно, что из-за симметричного расположения скважин результаты тоже симметричны. Это показывает, что разработанного алгоритма и программного продукта можно применять для решений конкретной задачи подземного выщелачивание.

2). Теперь рассмотрим результаты решения задачи со следующими исходными данными: длина и ширина четыре угольной области равно соответственно 800 м. и 400 м. в области расположено три откачные и восемь закачные скважины. Координаты и дебиты приведены в таблице 5.

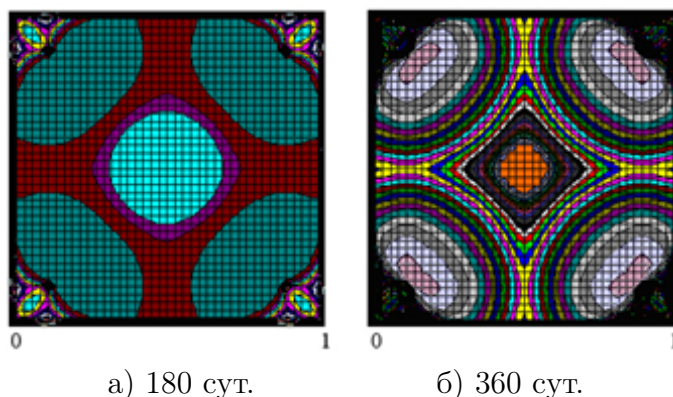
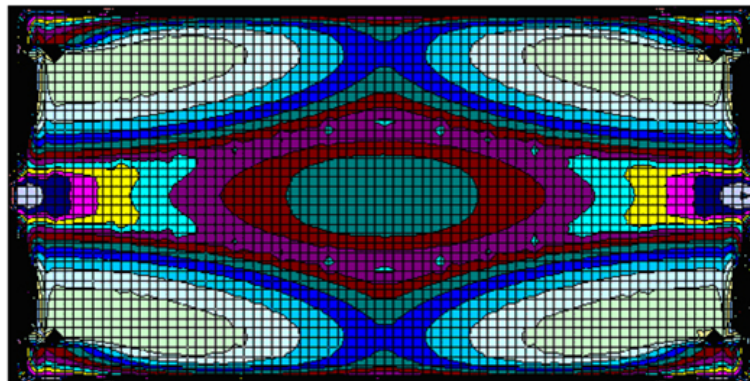


Рис. 1 Значения концентрации в разных временных сутках.

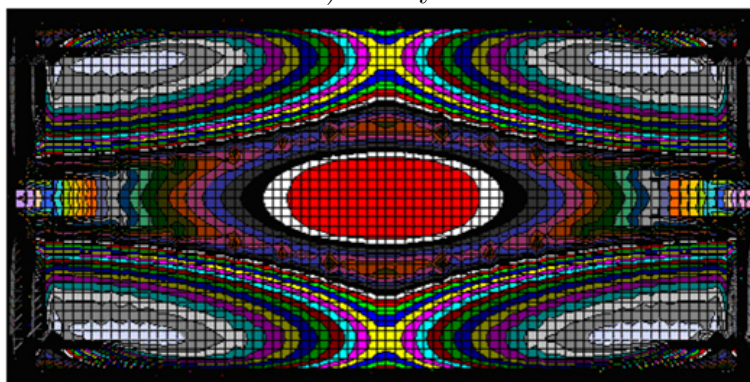
Таблица 5 Координаты и дебиты скважин.

№ п.п.	№	СКВ.и коор.		Зн. дебитов
1	1	10	10	-10000
2	2	30	10	-10000
3	3	50	10	-10000
4	4	70	10	-10000
5	5	20	20	30000
6	6	40	20	20000
7	7	60	20	30000
8	8	10	30	-10000
9	9	30	30	-10000
10	10	50	30	-10000
11	11	70	30	-10000

На рис.2 приводится изолинии изменение концентрации на разных временных сутках. Из приведенных результатов также видно, что симметричное распределение концентрации получено из-за симметрично расположенных скважин в однородной пористой среде.



а) 180 сут.



б) 360 сут

Рис. 2 Изменение концентрации в разных сутках.

Используя этих расчетов мы можем решат следующих экологических задач типа притока и оттока через рудоносных зон. При оттоке раствора происходит утечка подаваемого растворителя обогащенного минералами полезного ископаемого, за пределы рудной залежи и приводит к а) загрязнению водоносного горизонта за пределами рудной залежи, которое может принести огромный вред при использовании из него пресных вод; б) постоянному повышению уровня подземных вод и т. д.

Таким образом, если известно $H(x, y)$ значение напора в рудный зоне тогда

$$\sum_{i=1}^N \left[\begin{array}{l} A = K(H(x_i, y_{M-1}) - H) \geq 0; \\ \text{если } A \geq 0 \text{ то } S = S + A \text{ иначе } S_1 = S_1 + A \end{array} \right]$$

Аналогично вычисляя S, S_1 по всем сторонам прямоугольной области можно вычислять общую сумму притока и оттока. Эти значения могут быть использованы в качестве поддержки принятия оптимальных решения по выбору схем размещения эксплуатационных скважин. Для решения экологических задач при применений метода ПВ если учесть что отток, готового реагента загрязняет водоносного горизонта

и используемых шахтам могут внести огромных вред. Кроме того эти математические модели (1)-(10) и им соответствующие расчеты могут быть использовано для определения равномерности выщелачивания.

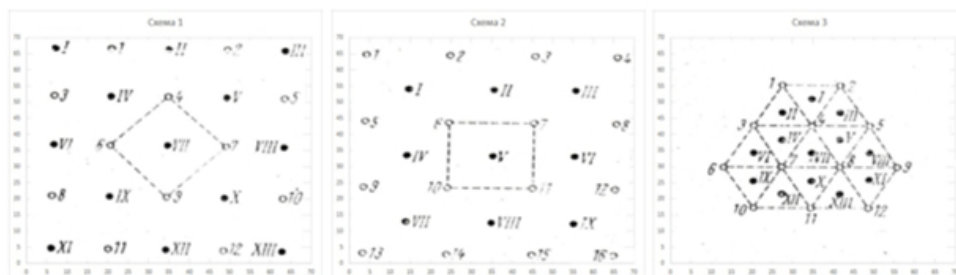


Рис. 3 Схемы расположения скважины

Таблица 6 Схема 1

Прон-ть	T= 30 сут		T= 360 сут		T= 720 сут	
	Приток	Отток	Приток	Отток	Приток	Отток
K=0.5	0,060872	-0,068130	0,060872	-0,068130	0,060872	-0,068130
K=0.1	0,053883	-0,078358	0,060873	-0,068130	0,060873	-0,068130
K=0.01	0,000000	-0,444999	0,057445	-0,072928	0,060845	-0,068170

Таблица 7 Схема 2

Прон-ть	T= 30 сут		T= 360 сут		T= 720 сут	
	Приток	Отток	Приток	Отток	Приток	Отток
K=0.5	0,441560	-0,437165	0,441560	-0,437165	0,441560	-0,437165
K=0.1	0,443427	-0,434875	0,441575	-0,437145	0,441575	-0,437145
K=0.01	0,508111	-0,360497	0,442587	-0,435894	0,441757	-0,436910

Таблица 8 Схема 3

Прон-ть	T= 30 сут		T= 360 сут		T= 720 сут	
	Приток	Отток	Приток	Отток	Приток	Отток
K=0.5	0,489340	-0,501034	0,489340	-0,501034	0,489340	-0,501034
K=0.1	0,473809	-0,510742	0,489360	-0,501008	0,489360	-0,501008
K=0.01	0,045384	-0,955528	0,482060	-0,505384	0,489510	-0,500757

5 Заключение

Таким образом, на основе вычислительного эксперимента определена достоверность предлагаемых численных алгоритмов для решения задач (1)-(10) и разработанных программных комплексов, а также численные результаты сопоставлены тестовыми данными физически соответствующих к реальным параметрам конкретных объектов. Полученные результаты и их точности применяемые конечно-разностного

метода доказанные в [14–16] по переменным t и имеет Δh^2 , а по переменному $\Delta \tau$ точности сравнением приближенных (численных) решений полученную конечно-разностным методом с точным (метод пробных функции [10]) решением сравнением их доказана соответствие их теоретическим результатам [17, 18]. На пример для $\Delta h = 0.01$ разница между приближенных и точных имеет в четвертом знаке после запятой (см. табл.), а для $\Delta h = 0.1$ результаты совпадает только на втором знаке этим доказывається достоверность работы программного комплекса, а полученные эксперименты проведены и по переменному t сравнением результатов полученных для разных $\Delta \tau$. Эти соответствие проведенных экспериментов к теоретическим исследованием еще раз подтверждают достоверности работанного программного комплекса. Теперь без сомнения можно сказать о применимости в качестве поддержки для принятие определенных управленческих решения по конкретным объектам ПВ об численных результатов полученных по математической модели гидродинамического процесса подземного выщелачивание следующих задач: А) определение равномерного выщелачивание выбором схему расположения эксплуатационных (закачных, откачных) скважин [9–11] Б) количество притока и оттока растворов через границу рудоносных зон В) потерь полезных компонентов и кислот в динамике Г) решение задач охраны окружающей сред особенно при применение метода ПВ в добыче радиоактивных компонентов Д) предварительная оценка предлагаемых схем размещения эксплуатационных скважин и выбора дебитов закачных и откачных скважин с сохранением равенства общего количества растворов. Для решения задач приведенных в пунктах а) – д), рассмотрены различные схемы расположения скважин в трех вариантах см. рис. 3. Даны результаты количества притоков и оттоков через границы рудоносной зоны в динамике при разных значениях проницаемости (табл. 7–9). Анализ полученных результатов показывает, что при $k > 0.1$ баланс притоков и оттоков сохраняются и они незначительно и в динамике она увеличивается. В приведенных таблицах 6–8 даны значения общего количества притока и оттока через прямоугольную границу рудоносной зоны для всех схем размещение эксплуатационных скважин [6] при разных значениях проницаемости (k) и для разных периодов разработки месторождения. Анализ результатов приведенных в таблицах 6–8 показывает, что основной фильтрационный поток происходит в начальной стадии разработки при ($30 \text{ сут.} \leq T \leq$) во всех схемах расположения, особенно при проницаемости $k = 0.1$.

Литература

- [1] *Аренс В. Ж.* Физико-химическая геотехнология. Учеб. пособие. — М.:Издательство Московского государственного горного университета, 2001. 656 с.
- [2] *Грабовников В. А.* Геотехнологические исследования при разведка металлов. — М.: Недра, 1983. 120 с.
- [3] *Добыча урана методом подземного выщелачивания/ Под ред. В.А. Мамилова.* — М.: Атомиздат, 1980. 248 с.
- [4] *Алимов И.* Математическое моделирование гидродинамических процессов подземного выщелачивания. — Ташкент: ФАН, 1991. с. 84.
- [5] *Закиров С. Н., Лапук Б. Б.* Проектирование и разработка газовых месторождений. — М.: Недра, 1974. с. 374.
- [6] *Интыкбаев А. М.* Технология подземного выщелачивания. — Алматы, 2011. с. 84.
- [7] *Веригин Н. Н., Васильев С. В., Саркисян В. С., Шерзюков Б. С.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. — М.: Недра, 1977. 270 с.

- [8] *Калабин А. И.* Добыча полезных ископаемых подземным выщелачиванием. — М.: Атомиздат, 1969. 376 с.
- [9] *Алимов И., Тухтаназаров Д. С.* Вычислительный эксперимент по применению методов обычной и потоковой прогонки для решение уравнении теплопроводности // *Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики»*. — 2013. № 1 С. 12–16.
- [10] *Алимов И., Тухтаназаров Д. С.* Вычислительный алгоритм гидродинамической задача процесса подземного выщелачивания // *Воронеж - 2013*. — С. 76–80.
- [11] *Жураев Т. М.* Решение двумерных задач подземного выщелачивание методом Бубнова-Галёркина // *Вестник ТашГТУ*. — 2007. № 3 С. 3–10.
- [12] *Самарский А. А.* Введение в теорию разностным схем. — М.: Наука, 1971. с. 550.
- [13] *Марчук Г. И.* Методы расщепления. — М.: Наука, 1988. с. 262.
- [14] *Алимов И., Юсупов М.* Применение приближенно-аналитических решений задач теории фильтрации к гидродинамическим процессам подземного выщелачивания // *Вопросы вычислительной и прикладной математики*. — 1984. № 73 С. 22–25.
- [15] *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. — М.: Гостехиздат, 1953. с. 360.
- [16] *Михлин С. Г.* Численная реализация вариационных методов. — М.: Изд. «Наука», 1966. с. 432.
- [17] *Алимов И., Тухтаназаров Д. С.* Модели процесса разработки газовых месторождений // *Сборник научных статей «Инновация-2012»*. — С. 232–234.
- [18] *Алимов И., Пирназарова Т. Е.* Вычислительный алгоритм гидродинамическая задача процесса подземного выщелачивания // *Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики»*. — 2012. № 6. С. 27–31.
- [19] *Бахуров В. Г., Вечеркин С. Г., Луценко И. К.* Подземное выщелачивания урановых руд. — М.: Недра, 1969. 150 с.

Поступила в редакцию 16.04.2018

UDC 622.234

MODELING PROCESS OF ENVIRONMENTAL PROTECTION IN THE PROCESSES OF UNDERGROUND LEACHING

¹*Alimov I.,* ¹*Pirnazarova T. E.,* ²*Tukhtanazarov D. T.*

Dilmurod_84@inbox.ru

¹Scientific and innovation center of information and communication technologies;

²Tashkent university information technologies

The paper considers the formulation of the problem of environmental protection in underground leaching processes and their mathematical model. The calculation of leaking and incoming fluids at the boundary is calculated by special formulas. The algorithm for solving the problem is given. Provens are a created algorithm and software written in the DELPHI language, a test example and a model problem in hydrodynamic and diffusion parts with different types of well location. The results are presented in the form of graphs and tables.

Keywords: field, mathematical model, computational algorithm, result, well

Citation: Alimov I., Pirnazarova T. E., Tukhtanazarov D. T. 2018. Modeling process of environmental protection in the processes of underground leaching. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(18):35–50.