

УДК 004.4

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ В ДВУХПЛАСТОВЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Равшанов Н., Назирова Э. Ш.

ravshanzade-09@mail.ru; nazirova_elmira@mail.ru

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий при ТУИТ имени Мухаммада ал-Хорезми, 100084, Узбекистан, Ташкент, Кичик халка йўли 2; Ташкентский университет информационных технологий, 100084, Узбекистан, Ташкент, Юнусабдский р, просп. Амира Темура, 108

В статье рассматривается актуальная проблема, связанная с разработкой нефтегазовых месторождений с целью повышения газо- и нефтеотдачи пластовых систем и определения основных показателей объекта исследования. Приведен анализ научных работ, связанных с проблемой математического моделирования процесса фильтрации нефти в пластовых пористых средах. Для проведения комплексного исследования рассматриваемого процесса была разработана математическая модель, исходя из основных законов гидромеханики. Разработанная математическая модель сводится к совместному решению системы дифференциальных уравнений параболического типа, описывающих фильтрационные процессы в пластах, разделенных слабопроницаемой перемычкой с соответствующими начальными и граничными условиями. Для интегрирования поставленной, используя конечно-разностный метод, разработан численный алгоритм, реализованный на ЭВМ методом прогонки, а для синтеза основных параметров и их диапазонов изменения проведены вычислительные эксперименты при различных характеристиках пласта и расходов эксплуатационных скважин. Результаты проведенных численных расчетов представлены в графической форме и дан их анализ.

Ключевые слова: математическая модель, вычислительный алгоритм, конечно-разностных систем, численное моделирование, вычислительный эксперимент.

Цитирование: *Равшанов Н., Назирова Э. Ш.* Математическая модель и алгоритм решения задачи фильтрации нефти в двухпластовых пористых средах // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2018. — № 4(16). — С. 33–45.

1 Введение

Проблемы математического моделирования задач фильтрации в многопластовых системах привлекают внимание многих исследователей. Это связано с тем, что добыча нефти или газа в определенной степени зависит от разработки месторождений. Важными пунктами этой проблемы являются учет в математических моделях наиболее характерных и существенных факторов физических явлений.

Современные методы численного моделирования, эффективно реализуемые на компьютерах, являются новым оперативным средством научного исследования. Численное моделирование в этом случае становится не только способом получения количественных характеристик, но и методом установления закономерностей изучаемого процесса. Так, на базе той или иной физической модели, охватывающей основные стороны процесса, можно получить соответствующую математическую модель в виде некоторой системы уравнений, которая решается численными методами с помощью ПЭВМ.

Для численного моделирования конкретной гидродинамической задачи необходима четкая физическая и математическая постановка, знание параметров и начальных данных задачи, в том числе степени их достоверности. Используемые численные методы должны быть экономичными и универсальными (т.е. пригодными для широкого класса прикладных задач).

В работе Н.Б.Молоковой [6] приведено построение и исследование математической модели двухфазной фильтрации, учитывающей движение углеводородных загрязнителей и воздуха в пористом грунте. Модель включает в себя систему уравнений в частных производных с дополнительными условиями. В число дифференциальных уравнений входит уравнение баланса массы в элементе пористой среды, уравнение неразрывности, а также дифференциальные уравнения движения. Для замыкания системы вводятся уравнения состояния рассматриваемого загрязнителя и среды. Начальные и граничные условия соответствуют фильтрационному процессу, начиная с поверхности грунта и начальной стадии разлива загрязнителя. Проводится сравнительный анализ результатов математического моделирования с экспериментами.

В работе А.В.Цепаева [10] рассмотрена задача многофазной фильтрации жидкостей при наличии скважин. Для ее решения представлены новые алгоритмы, основанные на методах декомпозиции. Алгоритмы реализованы на вычислительных системах нового поколения – гетерогенных суперкомпьютерах, построенных на основе современных центральных процессоров и графических ускорителей.

В работе Н.Мухидинова [7] рассматривается решение усложненных задач теории фильтрации, связанных с расчетами показателей разработки многопластовых месторождений нефти и газа при различных режимах фильтрации.

Решением вопроса о притоке несжимаемой жидкости к скважине занимались М.Н. Тихов [2], М.М. Глотовский, И.А. Чарный [11]. Решения М.М. Глотовского [5] касаются притока к несовершенной скважине по степени и характеру вскрытия. Особенности работ И.А. Чарного [6] связаны с рассмотрением притока к скважине, обсаженной по всей толщине однородно-анизотропного пласта и перфорированной в верхней части, а работы А.М. Пирвердяна [7] решались для притока к вертикальной, горизонтальной и наклонной скважинам, Ю.И. Стклянина и А.П. Телкова [5] для несовершенной скважины по степени вскрытия однородно анизотропного и многослойного пластов.

Решению задач подземной газогидродинамики при соблюдении условий на границе между пластами, непрерывности потока и неразрывности давления, посвящено сравнительно небольшое число исследований М.Т. Абасова, З.Б. Адигамова, К.Н. Джалилова, В.А. Карпычева, Ж. Дюво, М. Дююи. На границе между пластами соблюдается условие непрерывности потока и неразрывности давления, и приходится учитывать их при решении плоских задач, когда параметры пласта по площади или вдоль координаты или (одномерные задачи) изменяются скачкообразно. Исследование таких задач описывается в работах Г.И. Баренблатта, Г.Г. Вахитова, Г.Л. Горовой, М.А. Гусейн-Заде, М.М. Саттарова, В.Н. Щелкачева [3-5]. Вследствие близости названных задач методы решения одних можно использовать применительно к другим.

При наличии газодинамической связи между пластами, разделенными слабопроницаемой перемычкой, определение показателей разработки месторождения в условиях газового режима сводится к совместному решению системы дифференциальных уравнений, описывающих фильтрационные процессы в пластах, разделенных слабопроницаемой перемычкой при соответствующих начальном и граничных условиях.

В качестве граничных задаются условия непроницаемости внешних границ пласта и условия по эксплуатационным скважинам. Обменные процессы, происходящие при разработке многопластового месторождения, учитываются добавочными членами в правых частях дифференциальных уравнений.

В последнее время решению задач стационарной и нестационарной фильтрации жидкости и газа в пластах, разделенных слабопроницаемой перемычкой, посвящается значительное число исследований М.Т. Абасова, А. Арсланова, М.А. Гусейн-Заде, Г.П. Гусейнова, К.Н. Джалилова, А.М. Кулиева, В.И. Мотякова, Н. Мухитдинова, П.Т. Шмыгля, В.Н. Щелкачева и др. Известные точные и приближенные решения нестационарных задач фильтрации жидкости и газа в пластах со слабопроницаемой перемычкой получены при допущении целого ряда упрощений, необходимость которых объясняется, как видно из предыдущего изложения, сложностью соответствующих краевых задач. Сложность неизмеримо возрастает при рассмотрении задач с подвижной границей раздела газ—вода (или даже двух жидкостей). Поэтому далее дается приближенная методика определения показателей разработки многопластовых месторождений нефти в условиях нефтяного и водонапорного режимов при наличии гидродинамической связи между пластами.

В работе Н.Равшанова, Н.М.Курбонова [8] рассматривается проблема моделирования процесса фильтрации газа в пористых средах. Приведен краткий обзор научных работ, посвященных разработке математического обеспечения данной проблемы. Разработана математическая модель объекта исследования, описываемая нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных. Модель описывается полным нелинейным уравнением гидродинамики в трехмерной постановке. При решении задачи фильтрации газа в пористой среде, основная проблема возникает в ходе аппроксимации граничных условий на скважинах конечно-разностными соотношениями. Поэтому для ее решения был разработан эффективный алгоритм, в котором учтена аппроксимация краевого условия на скважинах. Кроме того, имеется возможность расщепления общей задачи на независимые задачи для расчета на гибридных распределенных вычислительных системах.

В прикладной математике при решении задачи на компьютере реализуется технологическая цепочка: объект исследования - математическая модель - алгоритм (численные методы) - программа на компьютере - вычислительный эксперимент - анализ (или сравнение с экспериментальными и другими данными). Объект математической технологии - вычислительная часть этой цепочки: математическая модель - численный алгоритм-программа-расчет на компьютере. Применение этой технологии позволяет анализировать и прогнозировать нестационарные процессы извлечения нефти в пластовых условиях и управлять ими.

2 Постановка задачи

При проектировании и анализе разработки многопластовых нефтяных месторождений в процессах фильтрации нефти необходимо учитывать наличие гидродинамической связи между пластами.

В общем случае такую задачу фильтрации необходимо формировать в трехмерном пространстве, что требует значительной информации об изменении параметров пластов в направлении осей x , y и z . Поэтому решение задачи фильтрации нефти в пористой среде при наличии подобной связи между пластами затруднительно. В этом случае при моделировании фильтрации нефти в двух пластовых системах требует

более высокоэффективных численных методов, поскольку рассматривается система связанных уравнений.

Если оба пласта, однородны по коллекторским свойствам, задачу можно представить в одномерной или двухмерной постановке. Тогда задачу фильтрации нефти в пористой среде в двух пластовых системах при наличии слабопроницаемой перемычки в одномерном случае, можно представить к решению системы уравнений параболического типа.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} [k_1(x) h_1(x) \frac{\partial P_1}{\partial x}] = \mu \beta h_1(x) \frac{\partial P_1}{\partial t} - \frac{k_n(x)}{h_n(x)} (P_2 - P_1) \\ \frac{\partial}{\partial x} [k_2(x) h_2(x) \frac{\partial P_2}{\partial x}] = \mu \beta h_2(x) \frac{\partial P_2}{\partial t} + \frac{k_n(x)}{h_n(x)} (P_2 - P_1) - \delta q(t) \end{cases} \quad (1)$$

при следующих начальных и граничных условиях

$$P_1(x) = P_{1H}(x) \quad P_2(x) = P_{2H}(x) \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (2)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = c\alpha (P_A - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = c\alpha (P_A - P_2) \quad x = 0 \quad (3)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = c\alpha (P_B - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = c\alpha (P_B - P_2) \quad x = 1 \quad (4)$$

$$\oint_B \frac{k_2 h_2}{\mu} \frac{\partial P_2}{\partial x} ds = -q_i(t); \quad i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

В уравнениях краевых условий (1)-(4) приняты следующие обозначения:

P_1, P_2 – давление, соответственно, в нижнем и верхнем пласте;

P_{1H}, P_{2H} – начальное давление;

P_A, P_B – приграничное давление, соответственно, в нижнем и верхнем пласте нефти;

k_1, k_2 – проницаемость пласта, соответственно, в нижнем и верхнем пласте;

k_n – проницаемость пласта в слабопроницаемой перемычке;

h_1, h_2 – толщина пласта, соответственно, в нижнем и верхнем пласте;

h_n – толщина слабопроницаемой перемычки;

μ – вязкость нефти;

$q(t)$ – дебит скважины в нижнем пласте;

β – упругоёмкость пласта.

c – некоторая постоянная величина для приведения к размерности.

Здесь α может принимать значение 0 или 1. Если $\alpha = 0$ то 2-ая краевая задача, если $\alpha = 1$ то 3-ая краевая задача.

В краевой задаче перейдем к безразмерным переменным по формулам

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L}; & k_1^* &= \frac{k_1}{k_x}; & k_2^* &= \frac{k_2}{k_x}; & k_n^*(x) &= \frac{k_n}{k_x}; & h_1^* &= \frac{h_1}{h_x}; & h_2^* &= \frac{h_2}{h_x}; \\ h_n^* &= \frac{h_n}{h_x}; & P_1^* &= \frac{P_1}{P_x}; & P_2^* &= \frac{P_2}{P_x}; & \tau &= \frac{k_x t}{\beta \mu L^2}, & P_x &= \max\{P_1, P_2\} \quad . \end{aligned}$$

Опуская для удобства записи звездочки в системе получим следующую безразмерную задачу

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[k_1(x) h_1(x) \frac{\partial P_1}{\partial x} \right] = h_1(x) \frac{\partial P_1}{\partial \tau} - \frac{k_n(x) L^2}{h_n(x) h_x^2} (P_2 - P_1) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[k_2(x) h_2(x) \frac{\partial P_2}{\partial x} \right] = h_2(x) \frac{\partial P_2}{\partial \tau} + \frac{k_n(x) L^2}{h_n(x) h_x^2} (P_2 - P_1) \end{cases} \quad (6)$$

$$P_1(x) = P_{1H} \quad P_2(x) = P_{2H} \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (7)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = c\alpha (P_A - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = c\alpha (P_A - P_2) \quad x = 0 \quad (8)$$

$$-k_1 h_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} = c\alpha (P_B - P_1); \quad -k_2 h_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} = c\alpha (P_B - P_2) \quad x = 0 \quad (9)$$

$$\oint_s \frac{k_2 h_2}{\mu} \frac{\partial P_2}{\partial x} ds = -q_i(t); \quad i = 1, 2, \dots \quad (10)$$

3 Метод решение задачи

Система (6) с краевыми условиями (7)-(10) решается численно с применением продольно-поперечной схемы и методом прогонки.

Для численного решения задачи построим в области $0 < x < 1$, $0 \leq t \leq 1$ равномерную разностную сетку

$$W_{h\tau} = \{x_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad h = 1/N, \quad t_j = j\tau, \quad j = 0, 1, \dots\}$$

На этой сетке аппроксимируем систему уравнений (6) конечно-разностных схем [9]

$$k_{1i-0,5} h_{1i-0,5} P_{1i-1} - (k_{1i-0,5} h_{1i-0,5} + k_{1i+0,5} h_{1i+0,5}) P_{1i} + k_{1i+0,5} h_{1i+0,5} P_{1i+1} - \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{1i} P_{1i} + \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{1i} \hat{P}_{1i} + \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2} P_{2i} - \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2} P_{1i} = 0;$$

$$k_{2i-0,5} h_{2i-0,5} P_{2i-1} - (k_{2i-0,5} h_{2i-0,5} + k_{2i+0,5} h_{2i+0,5}) P_{2i} + k_{2i+0,5} h_{2i+0,5} P_{2i+1} - \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{2i} P_{2i} + \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{2i} \hat{P}_{2i} - \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2} P_{2i} - \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2} P_{1i} = 0;$$

Здесь P_{1i} и P_{2i} – давление, соответственно, в нижнем и верхнем пласте на k -м временном слое, в котором первоначальное значение берутся из начальных условий.

Обозначим коэффициенты разностных уравнений следующим образом:

$$\begin{aligned} a_i &= k_{1i-0,5} h_{1i-0,5}; \\ b_i &= k_{1i-0,5} h_{1i-0,5} + k_{1i+0,5} h_{1i+0,5} + \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{1i} + \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2}; \\ c_i &= k_{1i+0,5} h_{1i+0,5}; \quad d_i = \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2}; \quad f_i = \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{1i} \hat{P}_{1i} \\ k_{1i-0,5} &= \frac{k_{1i} + k_{1i-1}}{2}; \quad k_{1i+0,5} = \frac{k_{1i+1} + k_{1i}}{2}; \\ a'_i &= k_{2i-0,5} h_{2i-0,5}; \\ b'_i &= k_{2i-0,5} h_{2i-0,5} + k_{2i+0,5} h_{2i+0,5} + \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{2i} + \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2}; \\ c'_i &= k_{2i+0,5} h_{2i+0,5}; \quad d'_i = \frac{\Delta x^2 k_{ni} L^2}{h_{ni} h_x^2}; \quad f'_i = \frac{\Delta x^2}{\tau} h_{2i} \hat{P}_{2i} \\ k_{2i-0,5} &= \frac{k_{2i} + k_{2i-1}}{2}; \quad k_{2i+0,5} = \frac{k_{2i+1} + k_{2i}}{2}; \quad i = 1, 2, \dots, N - 1 \end{aligned}$$

Тогда конечно-разностная система, полученная в результате аппроксимации системы уравнений и граничных условий, будет иметь вид

$$a_i P_{1i-1} - b_i P_{1i} + c_i P_{1i+1} + d_i P_{2i} = -f_i; \quad (11)$$

$$(3\gamma - 2\Delta x \alpha c) P_{10} - 4\gamma P_{11} + \gamma P_{12} = 2\Delta x \alpha c P_A \quad (12)$$

$$(3\gamma - 2\Delta x \alpha c) P_{1n} + 4\gamma P_{1n-1} - \gamma P_{1n-2} = -2\Delta x \alpha c P_A \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (13)$$

$$a'_i P_{2i-1} - b'_i P_{2i} + c'_i P_{2i+1} + d'_i P_{1i} = -f'_i; \quad (14)$$

$$(3\gamma - 2\Delta x \alpha c) P_{20} - 4\gamma P_{21} + \gamma P_{22} = 2\Delta x \alpha c P_A \quad (15)$$

$$(3\gamma - 2\Delta x \alpha c) P_{2n} + 4\gamma P_{2n-1} - \gamma P_{2n-2} = -2\Delta x \alpha c P_A \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (16)$$

Согласно метода прогонки решения системы разностных уравнений можно представить в виде

$$P_{1i} = A_i P_{1i+1} + B_i P_{2i+1} + C_i \quad (17)$$

$$P_{2i} = A'_i P_{2i+1} + B'_i P_{2i+1} + C'_i; \quad i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (18)$$

Прогоночные коэффициенты A_i, B_i, C_i и A'_i, B'_i, C'_i определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{c_i (b'_i - a'_i A'_{i-1})}{R_i}; & B_i &= \frac{c'_i (a_i B_{i-1} + d_i)}{R_i}; \\ A'_i &= \frac{(b_i - a_i A_{i-1}) c'_i}{R_i}; & B'_i &= \frac{c_i (a'_i B'_{i-1} + d'_i)}{R_i}; \\ C_i &= \frac{(a_i B_{i-1} + d_i) (a'_i C'_{i-1} + f'_i) + (a_i C_{i-1} + f_i) (b'_i - a'_i A'_{i-1})}{R_i}; \\ C'_i &= \frac{(a'_i B'_{i-1} + d'_i) (a_i C_{i-1} + f_i) + (a'_i C'_{i-1} + f'_i) (b_i - a_i A_{i-1})}{R_i}; \\ R_i &= (b_i - a_i A_{i-1}) (b'_i - a'_i A'_{i-1}) - (a_i B_{i-1} + d_i) (a'_i B'_{i-1} + d'_i) \\ & i = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned}$$

Значения $A_0; B_0; C_0; A'_0; B'_0; C'_0$ нетрудно получить из левых разностных граничных условий (12) и (15)

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{(b_1 - 4c_1) \mu}{a_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c_1}; & B_0 &= \frac{d_1 \mu}{a_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c_1}; \\ C_0 &= \frac{f_1 \mu + 2\Delta x \alpha c_1}{a_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c_1}; & A'_0 &= \frac{(b'_1 - 4c'_1) \mu}{a'_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c'_1}; \\ B'_0 &= \frac{d'_1 \mu}{a'_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c'_1}; & C'_0 &= \frac{f'_{11} \mu + 2\Delta x \alpha c'_1}{a'_1 \mu - (3\mu - 2\Delta x \alpha) c'_1}; \end{aligned}$$

Используя конечно-разностные уравнения (11), (14) (при $i = n - l$), правых разностных граничных условий (13), (16) и формулы (17), (18) (при $i = n - l$) находим на левой части границы P_{1n} и P_{2n} . После перестановки получим следующие системы уравнений относительно двух неизвестных P_{1n} и P_{2n}

$$\begin{aligned} & [(3a_{n-1} - c_{n-1}) - (4a_{n-1} - b_{n-1}) A_{n-1} - d_{n-1} B'_{n-1}] P_{1n} + \\ & \quad [(4a_{n-1} - b_{n-1}) B_{n-1} - d_{n-1} A'_{n-1}] P_{2n} = \\ & \quad [d_{n-1} C'_{n-1} + f_{n-1} + (4a_{n-1} - b_{n-1})]; \\ & [(3a'_{n-1} - c'_{n-1}) - (4a'_{n-1} - b'_{n-1}) A'_{n-1} - d'_{n-1} B_{n-1}] P_{2n} + \\ & \quad [(4a'_{n-1} - b'_{n-1}) B'_{n-1} - d'_{n-1} A'_{n-1}] P_{1n} = \\ & \quad [d'_{n-1} C_{n-1} + f_{n-1} - (4a'_{n-1} - b'_{n-1})]. \end{aligned}$$

Решая эти системы относительно по P_{1n} и P_{2n} , получим:

$$P_{1n} = (S_2 \cdot S'_3 - S_3 \cdot S'_1) / (S_1 \cdot S'_1 - S_2 \cdot S'_2); \quad (19)$$

$$P_{2n} = (S_3 \cdot S'_2 - S_1 \cdot S'_3) / (S_1 \cdot S'_1 - S_2 \cdot S'_2). \quad (20)$$

Где:

$$\begin{aligned} S_1 &= [(3a_{n-1} - c_{n-1}) - (4a_{n-1} - b_{n-1}) A_{n-1} - d_{n-1} B'_{n-1}]; \\ S_2 &= [-(4a_{n-1} - b_{n-1}) B_{n-1} - d_{n-1} A'_{n-1}]; \\ S_3 &= [f_{n-1} + d_{n-1} C'_{n-1} + (4a_{n-1} - b_{n-1}) C'_{n-1}]; \\ R_1 &= [(3a'_{n-1} - c'_{n-1}) - (4a'_{n-1} - b'_{n-1}) A'_{n-1} - d'_{n-1} B_{n-1}]; \\ R_2 &= [-(4a'_{n-1} - b'_{n-1}) B'_{n-1} - d'_{n-1} A_{n-1}]; \\ R_3 &= [f'_{n-1} + d'_{n-1} C_{n-1} + (4a'_{n-1} - b'_{n-1}) C_{n-1}]. \end{aligned}$$

4 Алгоритм решения задачи

Машинный алгоритм решение задачи осуществляется следующим образом:

1. Ввод значений параметров входящих в системы дифференциальных уравнений и начальное пластовое давление P_{1i}^0 и P_{2i}^0 ($i = 0, 1, 2, \dots, N$)
2. Определение значений параметров $A_0; B_0; C_0; A'_0; B'_0; C'_0$ из граничных условий.
3. Вычисление значений параметров трехдиагональной матрицы. $a_i, b_i, c_i, d_i, f_i, a'_i, b'_i, c'_i, d'_i, f'_i$, ($i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$)
4. Вычисление значений параметров метода прогонки $A_i, B_i, C_i, A'_i, B'_i, C'_i$, ($i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$)
5. Определение значений функции давлений P_{1n} и P_{2n} в правой части границы.
6. Вычисление значение функции давлений P_{1i} и P_{2i} ($i = N - 1, N - 2, \dots, 0$).
7. Вывод значений функции давлений P_{1i} и P_{2i} ($i = 0, 1, 2, \dots, N$) в виде таблицы и графической форме.
8. Переход к следующему временному слою. При этом полученное решение в текущее время будет для следующего временного шага как начальное.
9. Пункты алгоритмы 2-8 повторяются на каждом временном слое.
10. Конец решения задачи.

5 Результаты численного решения

На основе математической модели и алгоритма расчета разработано программное обеспечение вычисления основных показателей разработки нефтяных месторождений в динамически связанных двухпластовых системах на программном инструменте BorlandDelphi. Интерфейс программы приведен на рис. 1. Программное обеспечение состоит из блока ввода исходных данных, блоке вычисления показателей и вывода

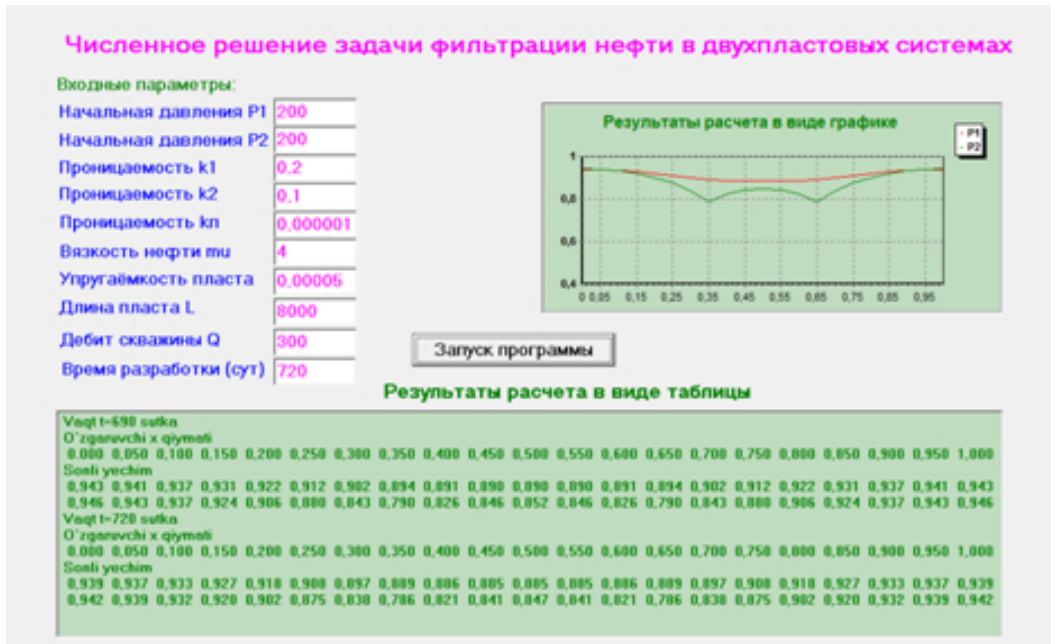


Рис. 1 Пользовательский интерфейс программы и ее результаты работы

результатов расчета. Результаты расчета показателей представляется в табличном виде и графической форме.

Численные эксперименты проведены с конкретными исходными параметрами: длина обоих пластов $Lx = 8000$ м., начальное пластовое давление $P_1 = 200$ атм., $P_2 = 200$ атм., вязкость нефти $\mu = 4$ сп., упругость пласта $\beta = 0.00005$ см²/кг; во втором нефтяном залежи имеется две скважины с одинаковыми расходами $q = 300$ м³/сут. Во первом случае, а во втором $q = 400$ м³/сут. Численные эксперименты проведены по распределению давления нефти за 720 суток с начала разработки. Результаты вычислительных экспериментов приведены на рис. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.



Рис. 2 Результаты расчета при $k_1=0.2$; $k_2=0.1$; $k_p=0.00001$; $\mu=4$ сп; $q=300$ м³/сут., $P_1 = P_2=200$ атм.

На рис. 2, 3, 4 приведены результаты численных расчетов на ЭВМ при задании вязкости нефти $\mu = 4$ сп. (рис.2), $\mu = 6$ сп. (рис.3) и $\mu = 8$ сп (рис.4). Из кривых рис. 2, 3, 4 видно, что давление нефти существенно начинает падать в слое, где расположены нагнетательные скважины, а приток нефти от первого слой к второму не происходит. С физической точка зрения это связано с коэффициентом проницаемо-



Рис. 3 Результаты расчета при $k_1=0.2$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=6$ сп; $q=300$ м³/сут., $P_1 = P_2=200$ атм.

сти в слабопроницаемой перемычке. Анализ проведенных численных расчетов показал, что заметный приток нефти к области, где расположены скважины происходит при больших значениях коэффициента проницаемости и при малых значениях вязкости нефти.



Рис. 4 Результаты расчета при $k_1=0.2$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=8$ сп; $q=300$ м³/сут., $P_1 = P_2=200$ атм.

На рис. 5, 6 приведены результаты численных расчетов на ЭВМ когда давление нефти в верхнем и нижнем слое равны, мощности обеих скважин одинаковы $q = 400$ м³/сут., а коэффициенты проницаемости первого слоя различные ($k_1 = 0.02$ д.; $k_1 = 0.05$ д.). Как видно из кривых рис. 5 и 6, давления нефти в двух слоях пропорционально снижается в области где работают нагнетательные скважины. Проведенными ВЭ установлено, что давления в пластах по протяженности области фильтрации линейно начинают падать со временем, когда коэффициенты проницаемости пластов равны, изменяются на интервале $0.02 \text{д.} \leq k_1; k_2 \leq 0.03 \text{д.}$, а параллельное снижение давления в обоих слоях происходит при больших значениях коэффициента проницаемости в перемычке. Так же ВЭ были проведены при различных значениях коэффициент на проницаемости в слое перемычки. Анализ расчетов показало, что с ростом коэффициента проницаемости в слое перемычке происходит приравнение давления в двухслойных пористых сред.

6 Заключение

Проведенными ВЭ установлены, что плавный приток нефти к зоне работы нагнетательных скважин происходит при больших значениях коэффициента проницаемости и при малых значениях вязкости нефти, а так же установлено, что давление в



Рис. 5 Результаты расчета при $k_1=0.2$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=8$ сп; $q=400$ м³/сут., $P_1 = P_2=200$ атм.

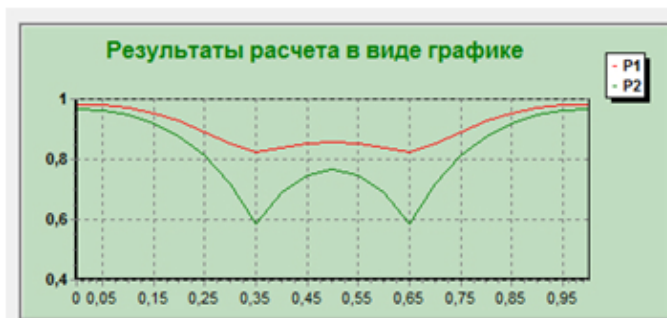


Рис. 6 Результаты расчета при $k_1=0.5$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=8$ сп; $q=400$ м³/сут., $P_1 = P_2=200$ атм.



Рис. 7 Результаты расчета за 360 сут. при $k_1=0.5$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=8$ сп; $q=400$ м³/сут., $P_1=150$ атм. $P_2=200$ атм.

пластах по протяженности области фильтрации линейно начинает падать со временем, когда коэффициенты проницаемости пластов равны между собою и изменяются в интервале $0.02 \text{ д.} \leq k_1$; $k_2 \leq 0.3 \text{ д.}$ Параллельное снижение давления в обоих слоях происходит при больших значениях коэффициента проницаемости в перемычке. Анализ расчетов при различных значениях коэффициента проницаемости в слое перемычке показал, что с ростом коэффициента проницаемости в слое перемычке происходит приравнение давления в двух слоях пористых сред.

Компьютерное моделирование и проведение ВЭ позволило определить основные показатели разработки двухпластовых месторождений нефти при различных заданиях параметров пласта и получаемые численные результаты полезны для анализа



Рис. 8 Результаты расчета за 720 сут. при $k_1=0.5$ д; $k_2=0.1$ д; $k_p=0.00001$ д; $\mu=8$ сп; $q=400\text{м}^3/\text{сут.}$, $P_1=150$ атм. $P_2=200$ атм.

разработки многопластовых месторождений нефти при динамической связи между пластами.

Таким образом, разработанные способы и методы, а также программное обеспечение для расчета основных показателей разработки двухпластовых нефтяных месторождений можно использовать при анализе и проектировании, а также разработке многопластовых нефтегазовых месторождений.

Литература

- [1] Азиз Х. Саттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — Москва-Ижевск.:, 2004.
- [2] Абуталиев Ф. Б., Хаджибаев Н. Н., Измайлов И. И., Умаров У, Применение численных методов и ЭВМ в гидрогеологии. — Ташкент.: “Фан”. 1976.
- [3] Абасов М. Т., Джалилов К. Н. Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений. — Баку.: Азернефтнепр. 1960. 255 с.
- [4] Гусейн - Заде М. А., Колосовская А. К. Упругий режим в однопластовых и многопластовых системах. — М.: «Недра». 1972. 454 с.
- [5] Закиров С. Н., Ланук Б. Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. — М.: «Недра». 1974. 454 с.
- [6] Молокова Н. Б. Математическое моделирование процессов нефтезагрязнения пористой среды // Сибирский журнал науки и технологий, 2010. С. 142–148.
- [7] Мухидинов Н. Методы расчета показателей разработки многопластовых месторождений нефти и газа. — Ташкент.: “Фан”. 1976. 117 с.
- [8] Равшанов Н., Курбонов Н. М. Численное моделирование процесса фильтрации газа в пористой среде // Информационные технологии моделирования и управления. — Воронеж: 2016. С. 34–45.
- [9] Самарский А. А. Теория разностных схем, учебное пособие. — М.: «Наука». 1977.
- [10] Цепяев А. В. Решение задач трехфазной фильтрации жидкости в трехмерных пластах с гидродинамически несовершенными скважинами на гетерогенных вычислительных системах. // 2013. Т. 155. №3. С. 71–79.
- [11] Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. — М.: Гостоптехиздат. 1963. 396 с.

Поступила в редакцию 20.02.2018

UDC 004.4

NUMERICAL ALGORITHM AND MATHEMATICAL MODELS OF OILS EXTRACTION IN TWO LAYERED FLUXES ENVIRONMENT

Ravshanov N., Nazirova E. Sh.

ravshanzade-09@mail.ru; nazirova_elmira@mail.ru

Scientific and innovation center of information and communication technologies at the Tashkent university of information technologies named after Muhammad al-Kharizmi, 100084, 2 Kichik Halka yuli, Tashkent; Tashkent University of Information Technologies, 100084, 108, prosp. Amir Temur, Yunusabad r, Tashkent, Uzbekistan.

Research paper deals with the increase of gas and oil recovery reservoir systems and determine the main indicators of the research facility of current problems related to the development of oil and gas fields.

Proceeding from the above, a mathematical model for the oil filtration process in two layered porous media was developed in order to carry out a complex study of the process and make managerial decisions, proceeding from the basic laws of hydromechanics of filtration processes.

The paper provides a detailed analysis of scientific papers related to the problem of mathematical modeling of the oil filtration process in reservoir porous media.

The developed mathematical model reduces to a joint solution of a system of parabolic differential equations that describe the filtration processes in the seams separated by a weakly permeable bridge with the corresponding initial and boundary conditions.

To integrate the tasks in the paper, a finite-difference method was used, a numerical algorithm was developed, implemented on a computer by the sweep method, and for computation of the main parameters and their ranges of variation, computational experiments were carried out for various characteristics of the formation and the costs of production wells. The results of the numerical calculations are presented in tabular and graphical form. An analysis of the numerical calculations obtained in the form of conclusions is given.

Keywords: mathematical model, numerical algorithm, finite-difference systems, computer simulation, computational experiment.

Citation: Ravshanov N., Nazirova E. Sh. 2018. Numerical algorithm and mathematical models of oils extraction in two layered fluxes environment. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 4(16): 33–45.

References

- [1] Aziz X. Sattari E. 2004. *Matematicheskoe modelirovanie plastovykh sistem*. — [Mathematical modeling of reservoir systems] Moscow-Izhevsk;
- [2] Abutaliev F. B., Khadzhibaev N., N., Izmailov I., I., Umarov U, 1976. *Primenenie chislennykh metodov i EVM v gidrogeologii*. — [Application of numerical methods and computers in hydrogeology] Tashkent .: "Fan".
- [3] Abasov M. T., Jalilov K., N. *Voprosy podzemnoy gidrodinamiki i razrabotki neftyanykh i gazovykh mestorozhdeniy*. — [Questions of underground hydrodynamics and development of oil and gas fields] Baku: Azarneftnesht. 1960. 255 p.
- [4] Huseyn-Zade M., A., Kolosovskaya A., K. 1972. *Uprugiy rezhim v odnoplastovykh i mnogoplastovykh sistemakh* [Elastic mode in single-layer and multi-layer system]. — M.: "Nedra". 454 p.

- [5] Zakirov S. N., Lapuk B. B. 1974. *Proektirovanie i razrabotka gazovykh mestorozhdeniy*. — [Design and development of gas fields] M.: "Nedra". 454 p.
- [6] Molokova N. B. 2010. Matematicheskoe modelirovanie protsessov neftezagryazneniya poristoy sredy [Mathematical modeling of the processes of oil pollution of a porous medium] // *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*, [Siberian Journal of Science and Technology] 142–148 p.
- [7] Mukhidinov N. 1976. *Metody rascheta pokazateley razrabotki mnogoplastovykh mestorozhdeniy nefti i gaza*. — [Methods for calculating indicators of development of multi-layer oil and gas fields] Tashkent: "Fan". 117 p.
- [8] Ravshanov N., Kurbonov N. M. 2016. Chislennoe modelirovanie protsessa fil'tratsii gaza v poristoy srede [Numerical simulation of the gas filtration process in a porous medium] // *Information modeling and control technology*. — Informatsionnye tekhnologii modelirovaniya i upravleniya Crow: 34–45 p.
- [9] Samarskiy A. A. 1977. *The theory of difference schemes, study guide*. — [Teoriya raznostnykh skhem, uchebnoe posobie] M.: "Science".
- [10] Tsepaev A. B. 2013. Reshenie zadach trekhfaznoy fil'tratsii zhidkosti v trekhmernykh plastakh s gidrodinamicheski nesovershennymi skvazhinami na geterogennykh vychislitel'nykh sistemakh [Solving the problems of three-phase fluid filtration in three-dimensional reservoirs with hydrodynamically imperfect wells on heterogeneous computer systems.] // T. 155. No 3. 71–79 p.
- [11] Charny I. A. 1963. *Podzemnaya gidrogazodinamika*. — [Underground Hydrodynamics] Moscow: Gostoptehpzdat. 396 p.

Received February 20, 2018