

УДК 519.6

# МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ИОНООБМЕННОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ СЛОЖНОСОСТАВНЫХ СУСПЕНЗИЙ

**Равшанов Н.**

д.т.н., заведующий лабораторией,

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий,  
тел.: +(99871) 237-62-34, e-mail: ravshanzade-09@mail.ru**Саидов У.М.**

старший преподаватель,

Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий,  
тел.: + (99897) 393-80-28, e-mail: usaidov@umail.uz

В работе рассматривается решение актуальной задачи, связанной с процессом обезвоживания и фильтрации жидких ионных растворов от гель-частиц и тяжелых ионных соединений. Указанный технологический процесс реализуется в ходе приготовления и очистки химических растворов, питьевой воды, фармацевтических препаратов, жидкого топлива, продуктов общественного назначения и т.д. Для анализа, исследования, определения основных параметров технологического процесса, а также режимов работы фильтровальных агрегатов и, в итоге, поддержки принятия управленческих решений была разработана математическая модель, в которой можно учитывать различные режимы работы фильтровальных агрегатов и физико-химические свойства ионных растворов. Так как, разработанная математическая модель нестационарного технологического процесса фильтрации сложносоставных суспензий описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, то получить её аналитическое решение затруднительно. Для решения поставленной задачи был разработан эффективный численный алгоритм, основанный на векторной схеме Самарского-Фрязинова с аппроксимацией второго порядка по временной и пространственной переменным. В данной работе приведена ссылка на статью с описанием алгоритма. С использованием разработанной модели была проведена серия вычислительных экспериментов на ЭВМ. Результаты численных расчетов проиллюстрированы в виде графических объектов. В ходе исследования установлены следующие факты: скорость фильтрации суспензии по глубине фильтровальной перегородки резко уменьшается на верхних слоях фильтра, а далее она остается постоянной по глубине фильтровальной перегородки в зависимости от толщины фильтра и диаметров гель-частиц, находящихся в суспензии; в результате кольматации взвешенных частицы в порах ионитного фильтра снижаются скорость ионного обмена и время продолжительности работы фильтра; с ростом толщины фильтра скорость заполнения порового пространства фильтровальной перегородки гель-частицами снижается, а за счет роста силы сопротивления скорость фильтрации, время работы фильтра и выходная концентрация гель-частиц в растворе экспоненциально уменьшаются. На основе анализа проведенных численных экспериментов сформулированы выводы, служащие основанием для принятия соответствующих управленческих решений.

**Ключевые слова:** математическая модель, численный эксперимент, технологический процесс, фильтрация, гель-частицы, пористая среда.

## MODEL FOR THE INVESTIGATION OF THE NON-STATIONARY TECHNOLOGICAL PROCESS OF ION EXCHANGE FILTERING OF COMPLEX SUSTAINABLE SUSPENSIONS

Ravshanov N., Saidov U.M.

The paper considers the solution of the actual problem related to the process of filtration and dehydration of liquid and ionic solutions from gel particles and heavy ionic compounds. This technological process is realized during the preparation and cleaning of chemical solutions, drinking water, pharmaceuticals, liquid fuels, public products, etc. To analyze, study, determine the main parameters of the technological process, as well as the operating modes of the filter units and, as a result, support the adoption of managerial decisions, a mathematical model was developed where it is possible to take into account the different operating conditions of the filter unit and the physicochemical properties of ionic solutions. Since, the developed mathematical model of the non-stationary technological process of filtering compound composites of suspensions describes a system of nonlinear partial differential equations, it will be difficult to obtain an analytical solution. The article cites a reference to an article where an effective numerical algorithm based on

the Samara-Fryazinov vector scheme, where the order of approximation with respect to temporal and spatial variables of the second order is developed, is designed to solve the problem posed. Using the developed model, a series of computational experiments on a computer is given. The results of the numerical calculations are illustrated in the form of graphic objects. In the course of the study, it was established that: the filtering speed of the suspension along the depth of the filtering wall decreases sharply on the upper layers of the filter, and then it remains constant over the depth of the filter plate, depending on the thickness of the filter and the diameters of the gel particles in the suspension; as a result of colmatation of the suspended particles in the pores of the ion-exchange filter, the rate of ion exchange and the duration of filter operation decrease; with increasing filter thickness, the filling rate of the porous space of the filter part by the gel particles decreases, and due to the increase in the resistance force, the filtering rate and the filter operation time and the output concentration of gel particles in the solution decrease exponentially. Based on the analysis of the numerical experiments carried out, conclusions are formulated that serve as the basis for making appropriate managerial decisions.

**Keywords:** mathematical model, numerical experiment, technological process, filtration, gel-particles, porous medium.

## МУРАККАБ ТУЗИЛМАВИЙ АРАЛАШМАЛАРНИ ИОН АЛМАШИНУВЧИ СТАЦИОНАР БЎЛМАГАН ТЕХНОЛОГИК ФИЛЬТРАШ ЖАРАЁНИНИ ТАДҚИҚ ЭТИШ УЧУН МОДЕЛ

Равшанов Н., Саидов У.М.

Мазкур ишда заррачалар ва оғир ионли бирикмалардан суюқлик ва ионли аралашмаларни ажратиб олиб филтрлаш ҳамда қуритиш жараёнларига боғлиқ бўлган долзарб муаммонинг ечими қаралмоқда. Айтиб ўтилган технологик жараёнлар кимёвий аралашмалар, ичимлик суви, фармацевтик воситалар, суюқ ёқилғи ва бошқа турли истеъмолдаги маҳсулотларни тозалаш ва тайёрлаш мақсадида жорий этилади. Технологик жараённинг асосий кўрсаткичларини аниқлаш, тадқиқ этиш, таҳлил қилиш ва бундан ташқари филтрлаш қурилмалари ишлаш жараёнини, бунинг натижасида эса, жараённи бошқаришни таъминловчи хулосалар учун математик модель ишлаб чиқилган бўлиб, бунда филтрлаш қурилмаси ишлашининг турли режими ва ионли аралашмаларнинг физик-кимёвий хоссалари ҳисобга олинган. Мураккаб тузилмавий суюқ аралашмаларни филтрлашнинг стационар бўлмаган технологик жараёнига нисбатан ишлаб чиқилган математик модель хусусий ҳосилалари чизиксиз тенгламалар системаси билан ифодалангани учун ҳам аналитик ечимни олиш қийиндир. Мақолада қаралаётган масаланинг ечими учун вақт бўйича ва фазовий ўзгарувчилари аппроксимацияси иккинчи тартибли бўлганда Самарский-Фрязиновнинг вектор схемасига асосланган қулай сонли алгоритм ишлаб чиқилган масала ёритилган мақолага мурожаат қилинган. Ишлаб чиқилган модель асосида ЭХМ да бир қатор ҳисоблаш тажрибалари ўтказилган. Сонли ҳисоблашлар натижалари графикли кўринишда ифодаланган. Тадқиқот ўтказиш жараёнида қуйидаги омиллар аниқланди: аралашмани филтрлаш тезлиги филтрлаш йўлакчаси туби бўйича юқори қаватда бирдан пасайиши, кейинчалик эса аралашмадаги заррачанинг ва филтрнинг диаметрига, боғлиқ ҳолда ўзгармай қолади; филтрада заррача муаллақ турган вақтдаги колматацияси натижасида ион алмашиниш тезлиги ва филтрнинг ишлаш вақти узунлиги камаяди; филтр қалинлиги ортиши билан заррачалар билан филтр ғовак йўлакчасининг тўлиш тезлиги камаяди, филтрлаш тезлиги қаршилик кучлари орттирилганда эса ҳам филтрнинг ишлаш вақти, шу билан бирга аралашмада заррачаларнинг чиқиш улуши экспоненциал тарзда камайиб боради. Ўтказилган сонли тажрибалар асосида жараёнга мос бошқарувчи хулосалар қабул қилишга асос бўлиб хизмат қилувчи тавсиялар келтирилган.

**Калит сўзлар:** математик модель, сонли тажриба, технологик жараён, филтрлаш, заррача, ғовак муҳит.

### 1. Введение

Технологический процесс (ТП) фильтрации и очистки химических (пряильных) растворов, питьевой воды, фармацевтических препаратов, жидкого топлива, соков и прочих растворов от гелеобразных и тяжелых ионных соединений, как правило, обеспечивается с помощью ионных и многослойных фильтров.

Процессы разделения отдельных компонентов или фаз сложных смесей являются неотъемлемой частью многочисленных отраслей производства, на примере, обеспечение населения питьевой водой, очистка воды, использованной различными инфраструктурами производства и содержащие вредных примесей (особенно тяжелых металлов) требует использования технологии сепарирования и фильтрации этих жидкостей. Эти процессы

отличаются друг от друга не только разделяемыми фазовыми или компонентными составами, но и способами и техническими устройствами, которые используются для достижения цели.

Совершенствование существующих и разработка новых эффективных способов и устройств сепарирования и фильтрации сложных смесей, опираясь на результаты натурального эксперимента, требует солидных капиталовложений, но не всегда осуществимо. В связи с этим целесообразно обратиться к методам математического моделирования и возможностям современных информационных технологий. Для этого требуется тщательный анализ используемых технологических процессов и относящихся им математических моделей. Разработка достоверной математической модели и использование эффективных численных методов решения практических задач зачастую

позволяют не только анализировать технологический процесс, но и успешно управлять им, более того, предложить новый, эффективный способ организации технологического процесса и определить его оптимальных параметров функционирования.

А поэтому, правильная и рациональная организация управления режимами работы фильтрующих агрегатов и машин позволяет существенно уменьшить эксплуатационные расходы и улучшить качество конечного выходного продукта в целом.

При фильтровании жидких растворов и суспензий используются различные по физико-механическим свойствам фильтры и фильтровальные перегородки. Работоспособность фильтрующего оборудования во многом определяется фильтрующими перегородками, с помощью которых осуществляется отделение частиц твердой фазы от жидкости или газа, гель-частиц, ионов от раствора и других сопутствующих элементов.

Надо отметить, что исследование процесса фильтрования ионных суспензий, определение основных параметров рассматриваемого процесса и их диапазонов изменения с целью управления им на функционирующих объектах затруднительно:

- во-первых, сбор данных о процессе занимает много времени;
- во-вторых, необходимо проведение экспериментов в лабораторных условиях, что отнимает много рабочих сил и времени;
- в-третьих, трудно найти взаимосвязь между параметрами фильтра и ТП по ограниченной экспериментальной выборке.

Анализ проведенных исследований показал, что на процесс ионообменного фильтрования жидких растворов воздействует множество внутренних и внешних параметров с различными удельными весами. Отклонение этих параметров от нормы приводит к качественному и количественному изменению рассматриваемого ТП в целом. Поэтому определение основных параметров и их диапазонов изменения – один из основных вопросов в теории исследования и управления технологического процесса.

Рассматриваемый процесс можно разделить на две основные части:

- 1) извлечение гель-частиц и примесей из подаваемых в колонку агрегата жидких растворов путем механического фильтрования;
- 2) обезвоживание ионных примесей с помощью ионитного фильтра.

Для реализации этих задач целесообразно использовать методологию математического моделирования и вычислительного эксперимента, которые реализуются в виде программно-алгоритмических средств с учетом новых информационных технологий и возможностей современной вычислительной техники.

С учетом сказанного выше, процесс ионообменного фильтрования жидкостей необходимо рассматривать как механическое

разделение примесей и гель-частиц от раствора и как ионообменное фильтрование.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что на процесс фильтрования жидких растворов воздействует множество параметров с различными удельными весами. В связи с этим, необходимо всесторонне исследовать данный процесс с привлечением математической модели объекта и проведением вычислительного эксперимента на ЭВМ для выявления условий наиболее полного фильтрования жидкостей от примесей и тяжелых ионов.

По проблеме математического моделирования процесса фильтрования ионных растворов, к настоящему времени в мире получены значительные теоретические и прикладные результаты. Здесь можно отметить существенный вклад научных школ, созданных под руководством академика Ф.Б. Абуталиева и профессора Н.У. Ризаева ещё в начале 70-х годов прошлого века, которые занимаются процессом ионообменной фильтрации ионных растворов с точки зрения математического моделирования.

В работе [1] рассматривается проблема идентификации неизвестных параметров для математической модели ионообменного фильтра путем измерения на выходе фильтра. Предложенная математическая модель состоит из уравнения баланса материала, уравнения, описывающего кинетику ионного обмена для неравновесного случая, и уравнение для ионообменной изотермы. Уравнение баланса материала включает нелинейный член, зависящий от кинетики ионного обмена и нескольких параметров. Во-первых, предлагается численное решение прямой задачи, расчет концентрации примесей на выходе фильтра. Затем формулируется обратная задача, находящая параметры процесса ионного обмена в неравновесных условиях. Предложен метод определения приблизительных значений этих параметров из концентрации примесей, измеренной на выходе фильтра.

В статье [2] решаются вопросы обратного влияния технологических переменных (концентрация загрязнений жидкости и осадков) на изменения основных параметров: пористость, коэффициенты фильтрации, диффузии, массопередачи и др. при процессе фильтрования суспензии через сорбционных фильтров которая описывается с помощью дифференциальных уравнений типа «конвекция-диффузия-массоперенос» при случаи преобладания конвекционных и сорбционных компонентов над компонентами диффузии и десорбции, которые имеют место в большинстве фильтрующих установок.

Burkert C., Barbosa G. и Mazutti M. в статье [3] предложили математическую модель технологического процесса адсорбции цефалоспорина в неподвижном слое колонки с применением оптимизации роя частиц, а Lucas S. и коллегами в исследовании [4] разработана обобщённая математическая модель процесса

адсорбции раствора сверхкритического углекислого газа на активизированном углероде. Адсорбционные кривые получены на лабораторной установке (адсорбент 10 мл), что позволило усовершенствовать математический аппарат объекта исследования. Математическая модель (ММ) была разработана с помощью уравнения сохранения баланса массы.

Авторами статьи [5] была разработана интегрированная ММ процесса ионообменного фильтрования для очистки воды, позволяющая, оценить эффективность регенерации смолы для оценки и совершенствования ионообменной технологии. Адекватность интегрированной модели была подтверждена экспериментальными данными. Воздействие безразмерных групп (т.е. число Пекле, диффузионный модуль упругости, число Байот) на ионном кривом обмене прорыв были проанализированы с использованием этой модели. Кроме того, эта интегральная модель была использована, для оптимизации частоты регенерации, чтобы улучшить общую производительность ионного обмена. На основе проведенных исследований утверждается, что интегральная модель может быть полезным инструментом для дальнейших исследований в области ионообменной технологии.

Согласно [6-10], для очистки пряядильных растворов в химической промышленности применяется процесс трехкратного фильтрования ионизированной суспензии через пористые перегородки фильтра. Например, очистка питьевой воды от гель-частиц и тяжелых ионов производится путем ее фильтрования через многослойные фильтры, имеющие различные пористости и проницаемости. Для исследования и прогнозирования, а также определения диапазонов изменения параметров ТП разработаны ММ, численный алгоритм и программное средство для проведения расчетов на ЭВМ.

Воробьевым Е.И. и Немировичем П.М. в статье [11] приводится математическая модель в виде обобщенного дифференциального уравнения процесса фильтрования, позволяющего установить динамику падения давления по толщине и во времени и динамику изменения пористости слоя.

Wald I. исследовано моделирование объемной скорости потока через параболический керамический фильтр для воды, чтобы определить, насколько быстро он может обрабатывать воду, в то же время улучшая ее качество [12]. Объемный расход зависит от размера пор фильтра, площади поверхности и высоты воды (гидравлический напор) в фильтре. Автором получены дифференциальные уравнения, регулирующие этот поток согласно законам сохранения массы и Дарси и найдена скорость потока по времени. Для определения оптимальных характеристик фильтра использованы методы исчисления.

Матвейкиным В.Г. и соавторами в [13] разработана математическая модель процесса адсорбции углекислого газа. Показаны особенности алгоритма расчета уравнений математической

модели, а также решена задача параметрической идентификации неизвестных параметров.

Тем не менее, анализ научных публикаций показал наличие определенных пробелов по теме исследования. В частности, не изучены в достаточной степени коагуляция гель-частиц в порах фильтровальной перегородки агрегата на различных глубинах при ионообменной фильтрации растворов через пористую среду, а также при переменной пористости фильтра.

## 2. Постановка задачи

При выводе математической модели процесса ионообменного фильтрования жидкостей через пористую среду предполагается, что в процессе фильтрования гель-частицы оседают в порах равномерно по всей толщине фильтровальной перегородки. Однако, как показывают теоретические и экспериментальные данные, степень коагуляции гель-частиц от поверхности фильтра на различных глубинах неодинаковая. Поскольку ионообменный процесс происходит по всей толщине ионита, то решение задач с учетом степени коагуляции на различных глубинах ионообменного фильтра представляет собой особый интерес.

Для вывода математической модели процесса фильтрования жидкости через пористую среду введем безразмерные переменные:

$$\bar{W} = \frac{W}{W_0}, \quad q = \frac{H_0}{\mu W_0} P, \quad \bar{n} = \frac{n}{N_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{H_0}, \quad t = \alpha_\tau \tau,$$

$$\alpha_\tau = \frac{PF}{\mu}, \quad \bar{\theta}^{(3)} = \frac{\theta^{(3)}}{\theta^{(1)}}, \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{\theta^{(1)}}, \quad \bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta^{(1)}}.$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + ReW \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{W}{(1-\theta^{(3)})} = \frac{F}{H_0^2} \left[ -\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{H_0 F}{HK_0 (1-\theta^{(3)}) (1-\xi)^2} W \right]; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + Re \frac{\partial \theta W}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta^{(3)}}{\partial \tau} = \frac{k_1 (k_2 + \theta^{(3)})}{k_3 + k_4 \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \tau}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \lambda_1 (\theta - \gamma \xi); \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + Re \frac{\partial n W}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial \tau} = a_0 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = \beta \alpha_\tau \left( n - \frac{a_1 N}{a_2 - bN} \right) \quad (6)$$

с соответствующими начальными и краевыми условиями:

$$\left. \begin{aligned} W = 1, \theta^{(3)} = 0, \theta = e^{-b_0 x}, \xi = 0, (\tau = 0); \\ W = 1, \theta = 1, (x = 0); \\ \frac{\partial W}{\partial x} = \varphi, (x = 1); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} n(x, 0) = 0, N(x, 0) = 1; \\ n(0, \tau) = 0, n(1, \tau) = \frac{n_0}{N_0} = n^0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь  $Re = \frac{\rho F W_0}{\mu H_0}$  - число Рейнольдса;

$$\kappa_1 = m_1 - m_0; \quad \kappa_2 = \frac{1 - m_0}{\theta^{(1)}}; \quad \kappa_3 = \frac{m_1}{\theta^{(1)}}; \quad \kappa_4 = -\kappa_1;$$

$$a_1 = \frac{a}{N_0}; \quad a_2 = \frac{1}{N_0}; \quad \varphi = \varphi_1 \frac{H_0}{W_0}; \quad b_0 = \lambda_1 m_1 H_0 \frac{1 - m_0}{W_0};$$

$$a_0 = \frac{D_L F \rho}{\mu H_0}; \quad F - \text{площадь фильтра}; \quad \rho \text{ и } \mu -$$

плотность и вязкость суспензий;  $P$  - давление;  $W$  - скорость фильтрования;  $H_0$  - толщина фильтра;  $k_0$  - коэффициент проницаемости фильтра до начала его работы;  $n_1$  и  $n_2$  - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в растворе в единице длины сорбционной колонны;  $N_1$  и  $N_2$  - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в сорбенте;  $\beta$  - эффективная константа обменивающихся ионов;  $D_L$  - коэффициент продольной диффузии;  $a$  и  $b$  - постоянные изотермы;  $n_0$  - исходная концентрации в растворе вводимого в колонну иона;  $N_0$  - обменная емкость поглощения сорбента,  $\lambda$  - кинетический коэффициент;  $\gamma$  - отличие от коэффициента Генри для поглощения газов.

### 3. Метод решения задачи

Систему (1)-(8) интегрировать аналитически не представляется возможными. Для решения поставленной задачи, применяя векторную схему Самарского-Фрязинова, был разработан численный алгоритм, основанный на конечно-разностной аппроксимации дифференциальных операторов на разностные с аппроксимацией второго порядка по временной и пространственной переменным. Также

разработано программное средство для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ [15].

При этом для нелинейных членов применяется метод квазилинеаризации [16], а при вычислении искомым переменных на ЭВМ, число итерации вычисляется из условия:

$$\max \left| N_i^{(s)} - N_i^{(s-1)} \right| < \varepsilon, \quad \frac{\left| W_i^{(s)} - W_i^{(s-1)} \right|}{W_i^{(s)}} < \varepsilon,$$

где  $N_i^{(s)}, W_i^{(s)}, N_i^{(s-1)}, W_i^{(s-1)}$  - значения функции, вычисляемые предыдущих временных слоев.

Другая проблема, возникающая в ходе решения поставленной задачи, это подбор шага интегрирования по времени и пространственной переменной. Необходимо подчеркнуть, что увеличение шага интегрирования приводит к не желаемому результату и накоплению ошибок округления. Во избежание этого, в настоящей работе используется неравномерный шаг интегрирования по временной переменной, в результате, которого уменьшается число узлов и сокращается объем вычислений на ЭВМ. Это приводит к замедлению роста погрешности ошибок округления. Для достижения этой цели мера погрешности аппроксимации должна изменяться в интервале [17]:

$$2^{-\chi} \cdot \varepsilon \leq \Delta \eta \leq \varepsilon, \quad (9)$$

где  $\varepsilon > 0, \chi \geq 1$  постоянные параметры, определяемые в ходе ВЭ. Учитывая условия (9), шаг интегрирования по времени выбирается следующим образом:

$$\Delta \tau_p = \begin{cases} 0.5 \tau_{p-1}, & \Delta \eta > \varepsilon, \\ 2 \Delta \tau_{p-1}, & \Delta \eta < 2^{-\chi} \varepsilon. \end{cases}$$

При определении  $\Delta \tau$  должно выполняться условие  $\Delta \tau' < \Delta \tau_p < \Delta \tau''$ , где  $\Delta \tau''$  - определяется требованием условий устойчивости и сходимости вычислительного алгоритма;  $\Delta \tau'$  - выбирается из соображений ограничения роста ошибок округления.

### 4. Обсуждение результатов

Для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ по определению основных параметров процесса и их диапазонов изменения разработано соответствующее программное средство. Результаты проведенных численных расчетов приведены в виде графических объектов (рис. 1-8).

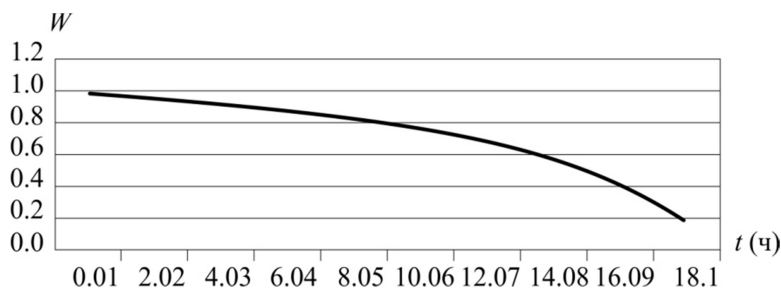


Рис. 1. Изменение скорости фильтрации раствора по времени

Из проведенных численных расчетов видно, что скорость прохода суспензии через пористую среду экспоненциально уменьшается со временем (рис.1). Проведенные численные расчеты показали, что в уменьшении скорости фильтрации суспензии существенную роль играют коэффициент фильтрации пористой среды, толщина фильтровальной перегородки, скорость осаждения гель-частиц в порах фильтра и степень засоренности исходного материала.

Вычислительным экспериментом установлено, что на начальных стадиях процесса скорость фильтрации суспензии через пористую среду умеренно уменьшается, а когда время фильтрации

становится  $t \geq 10.06$  ч – она экспоненциально убывает со временем. Убывание роста скорости фильтрации суспензии связано с процессом коагуляции гель-частиц в порах фильтровальной перегородки и образованием слоя осадка на поверхности фильтра.

На рис. 2 приведены изменения концентрации суспензии при  $t = 1,5$  ч;  $t = 2$  ч;  $t = 4$  ч. Из кривых рис. 2 следует, что рост концентрации суспензии в основном происходит в верхних слоях фильтра. С течением времени фильтрации концентрация суспензии растет в глубинных слоях фильтровальной перегородки.

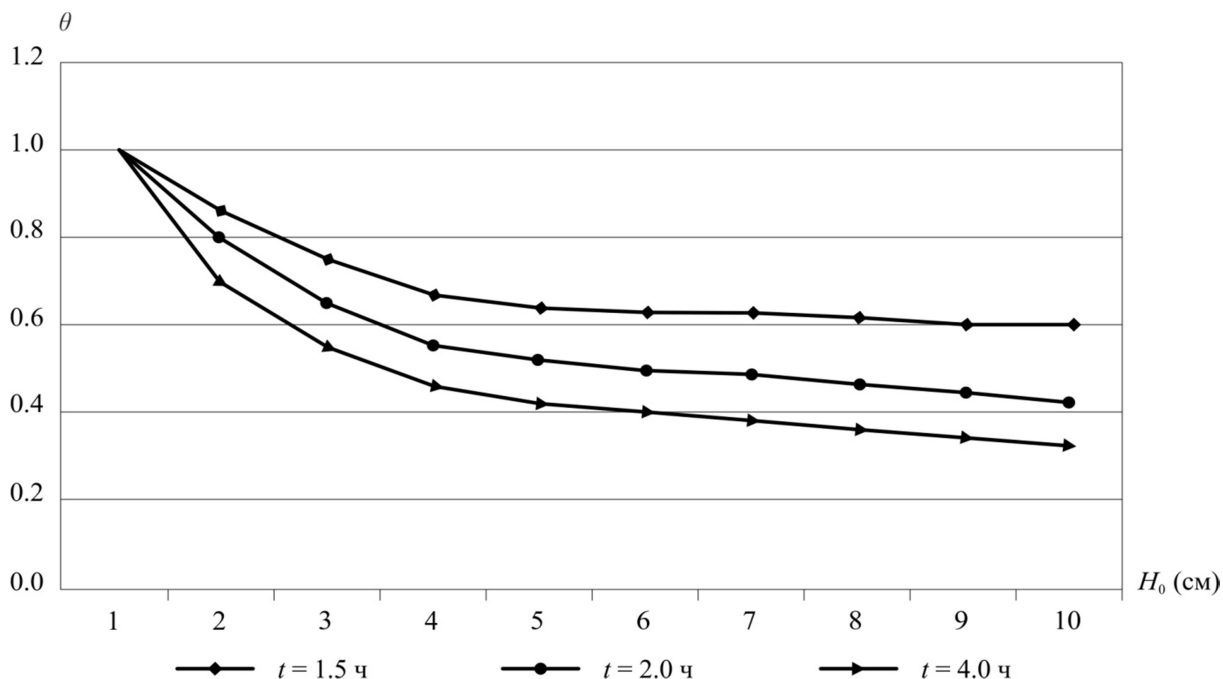


Рис. 2. Изменение концентрации взвеси по толщине фильтровальной колонки агрегата

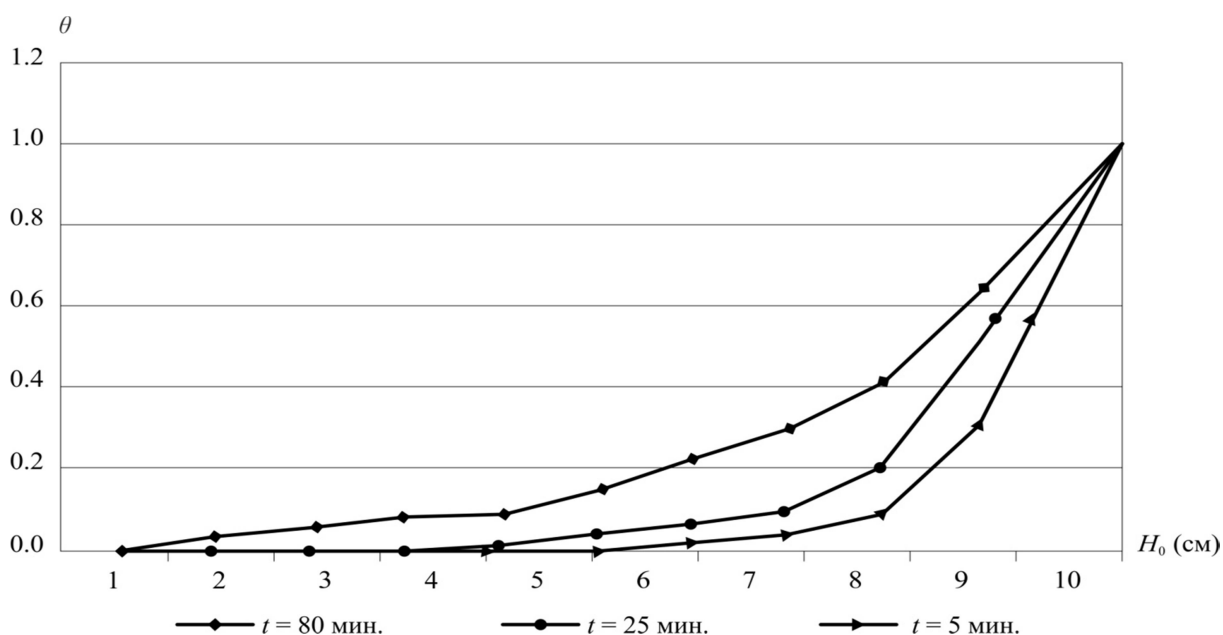


Рис. 3. Изменение кривой десорбции в различные промежутки времени

На рис. 4 показаны изменения обменивающихся ионов в растворе по времени в результате поглощения ионов ионитным фильтром. Как видно из кривых на рис. 4, концентрация обменивающихся

ионов в растворе экспоненциально уменьшается по времени. Численные расчеты проведены при различных значениях коэффициента бародиффузии.

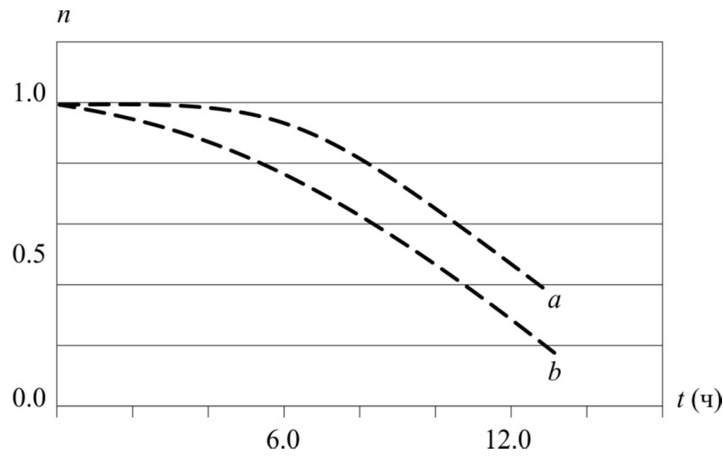


Рис. 4. Изменение обменивающихся ионов в растворе по времени: a - при  $D\delta=3_{10-6}$ ; b - при  $D\delta=3_{10-5}$

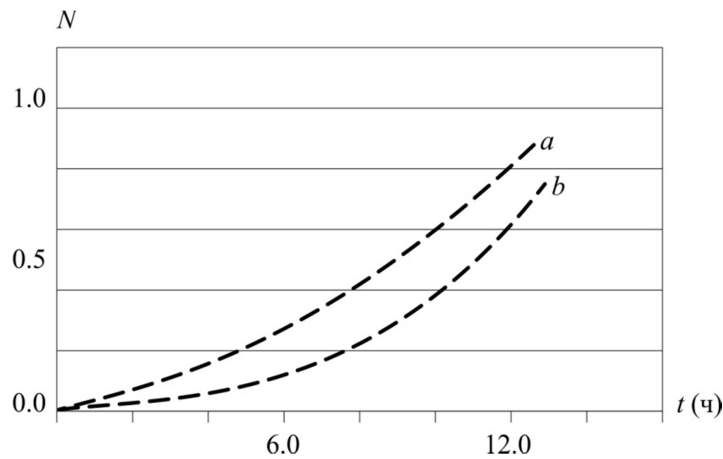


Рис. 5 Изменение концентрации обменивающихся ионов в сорбенте по времени: a - при  $D\delta=3_{10-6}$ ; b - при  $D\delta=3_{10-5}$

Из результатов проведенных численных экспериментов (рис. 4, 5) видно, что с изменением значения коэффициента бародиффузии изменяется скорость обменов ионов в сорбенте и растворе.

Это особенно заметно на начальных стадиях данного процесса (при  $t=1-6$  ч). За счет уменьшения концентрации обменивающихся ионов в растворе увеличивается концентрация обменивающихся ионов в сорбенте (рис.5).

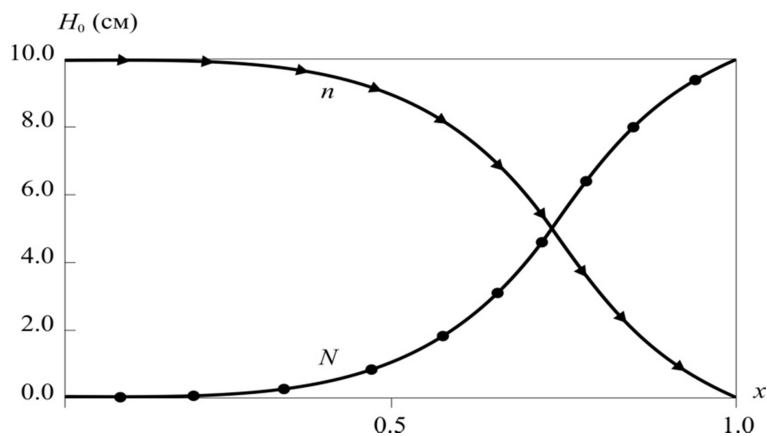


Рис. 6. Концентрация обменивающихся ионов в растворе и сорбенте по толщине фильтра

Численные расчеты показали, что при решении задачи массообмена с кольматацией пор фильтра гелевыми частицами, несмотря на то, что фильтровальная перегородка не полностью насыщена ионами, происходит несвоевременное переключение

фильтровального агрегата. Этот эффект объясняется тем, что гелевые частицы, кольматируя ионитный фильтр, как бы «изолируют» зерна ионита и тем самым представляют контакт с жидкой фазой.

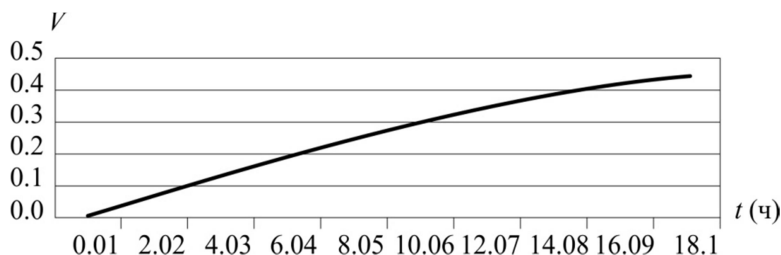


Рис. 7. Рост объема фильтрата, проходящего через фильтровальную колонку

Изменения объема проходящих жидких растворов через фильтровальную колонку показаны на рис. 7. Согласно рис. 7, на начальных стадиях процесса фильтрации скорость прохода раствора

линейно растет по времени, при  $t > 10$  рост прохода жидкости будет незаметно уменьшаться, а при  $t > 16$  ч она почти приближается к нулю.

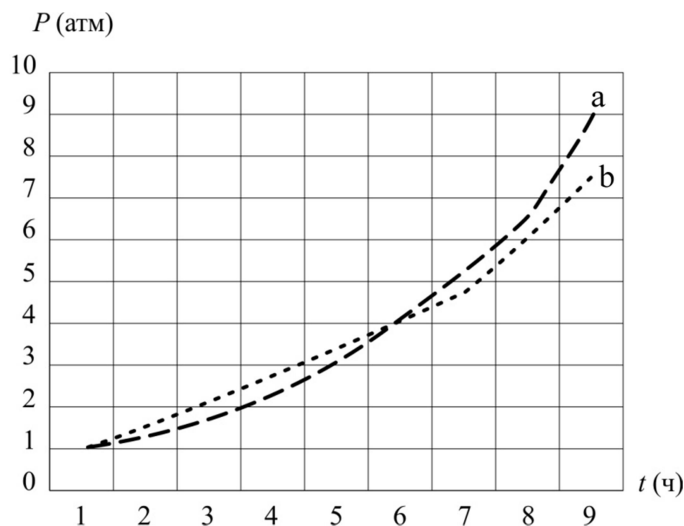


Рис. 8. Рост давления в фильтровальной колонке со временем: (a - расчетные данные; b - экспериментальные данные)

Проведенные численные расчеты на ЭВМ показали, что основным показателем, который влияет на время остановки фильтра является гидравлическое давление, образовавшееся внутри фильтровальной камеры агрегата (рис.8). Из рис.8 видно, что она растет со временем по экспоненциальному закону. Численными расчетами установлено, что рост гидравлического давления зависит от скорости кольматации частиц в поровом пространстве фильтра, размеров пор в фильтровальной перегородке и степени засоренности подаваемой жидкости.

Для утверждения адекватности разработанной модели ТП, расчетные данные были сопоставлены с экспериментальными данными (рис.8).

Анализ проведенных численных расчетов показал, что на начальной стадии процесса фильтрации (при  $t=4-5$  ч) выходная концентрация взвешенных гелевых частиц в растворе будет незаметно уменьшаться, а при  $t = 5$  ч она экспоненциально

убывает. Резкое уменьшение концентрации частиц в растворе связано, во-первых, с насыщением пор фильтра гелевыми частицами, во-вторых, с ростом толщины слоя осадка на поверхности фильтра. Образовавшийся слой осадка, в свою очередь, выполняет функцию фильтра. Как следует из результатов ВЭ, время забивания пор фильтра гелевыми частицами зависит от скорости прохода и первоначальной концентрации фильтрата, а также от диаметров гелевых частиц в растворе. Скорость осаждения гелевых частиц в порах фильтра при  $t = 3$  ч будет расти по экспоненциальному закону. Полное насыщение пор фильтровальной колонки происходит при времени фильтрации  $t = 10,5$  ч.

Из анализа проведенных ВЭ следует, что выходная концентрация  $\theta^{(3)}$  взвешенных частиц в фильтрате со временем убывает. Это связано, во-первых, с тем, что образовавшийся слой осадка и его переупаковка под действием поверхностной силы давления на поверхности агрегата в дальнейшем



выполняет роль фильтра и, во-вторых, с заполнением пор фильтра взвешенными частицами, что не дает возможность прохода гель-частиц через фильтр. При времени фильтрования  $t = 10$  ч значение  $\theta^{(3)}$  будет равно 0,01.

## 5. Выводы

Были разработаны математическая модель и численный алгоритм для проведения комплексного исследования процесса ионообменного фильтрования жидкостей через пористую среду при задании различных режимов работы фильтровального агрегата и физико-химических свойств ионных растворов.

Проведенными численными расчетами установлено, что скорость фильтрования суспензии по глубине фильтровальной перегородки резко уменьшается на верхних слоях фильтра, а далее она остается постоянной по глубине фильтровальной перегородки в зависимости от толщины фильтра и диаметров гель-частиц, находящихся в суспензии.

Вычислительным экспериментом установлено, что с ростом толщины фильтра скорость заполнения порового пространства фильтровальной перегородки гель-частицами снижается, а за счет роста силы сопротивления скорость фильтрования и время работы фильтра уменьшаются, значение же  $\theta^{(3)}$  взвешенных частиц в фильтрате со временем убывает по экспоненциальному закону.

Из проведенного численного эксперимента следует, что в результате кольтматации взвешенных

частиц в порах ионитного фильтра снижаются скорость ионного обмена и продолжительность работы фильтра. Теоретическое (расчетное) время переключения при отсутствии концентрации взвеси в воде равно 16,6 ч, при добавлении концентрации - 0,0001, время переключения равно 15,1 ч, при концентрации 0,0003 - 13,7 ч. При наличии концентраций среднее расчетное время переключения составляет 16,2 ч.

Расчеты, выполненные для распределения концентрации солей лимонной кислоты по времени показали, что теоретическое время проскока без концентрации взвеси равно 21 мин., с добавлением концентрации взвеси - 17 мин., а практическое время проскока - 25 мин.

Теоретическое и экспериментальное время насыщения без концентрации взвеси равно 110 мин, а с концентрацией взвеси - 93 мин. Нужно отметить, что при решении задачи массообмена с кольтматацией за указанное время адсорбционный процесс прекратился, однако, концентрация ионита насыщена не полностью. Этот эффект объясняется тем, что гель-частицы, кольтматируя ионитный фильтр, как бы «изолируют» зерна ионита и тем самым представляют контакт с жидкой фазой.

Проведены ВЭ при различных режимах фильтрации ионизированных жидких растворов, сильнозагрязненных суспензий и других, и установлены, что с изменением значения коэффициента бародиффузии изменяется скорость обменов ионов в сорбенте и растворе.

## Литература

- [1] Mukanova B., Glazyrina N. Nonlinear Inverse Problem for an Ion-Exchange Filter Model : Numerical Recovery of Parameters // *Mathematical Problems in Engineering*. –2015. – Pp. 1-8. – URL: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2015/357829/>.
- [2] Safonyk A., Bomba A. Mathematical modeling process of liquid filtration taking into account reverse influence of process characteristics on medium characteristics // *International journal of applied mathematical research*. – 2014. DOI: 10.14419/ijamr.v4i1.3805. – URL: <https://www.sciencepubco.com/index.php/ijamr/article/view/3805>.
- [3] Burkert C., Barbosa G., Mazutti M. Mathematical modeling and experimental breakthrough curves of cephalosporin C adsorption in a fixed-bed column // *Process Biochemistry*. – 2011. – № 46. – Pp.1270-1277.
- [4] Lucas S. et al. Mathematical model of supercritical CO<sub>2</sub> adsorption on activated carbon applied to adsorption scale-up // *The Journal of Supercritical Fluids*. – 2007. – Vol. 40. – Issue 3. – Pp.331-504.
- [5] Zhang J. et al. Development and validation of a novel modeling framework integrating ion exchange and resin regeneration for water treatment // *Water Research*. – 2015. – Т. 84. – С. 255-265.
- [6] Ravshanov N., Palvanov B.Yu., Muxamadiyev A. Computer modelling of process of filtering of the liquid of the ionized solutions for protection of the ecosystem from of pollution sources // *TUIT Bulletin*. – 2015. – № 2. – Pp.100-105.
- [7] Равшанов Н., Палванов Б.Ю. Численные решения задачи фильтрования малоконцентрированных суспензий // *Наука и общество: международная конференция*. – Донецк, 2014. – С.39-42.
- [8] Ravshanov N., Palvanov B.Y., Elmurodova B. Computer modelling of problems filtering low-concentration suspensions // *Theoretical & Applied Science*. – 2016. – № 9(41). – Pp. 85-94. – DOI: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS>.
- [9] Ravshanov N., Palvanov B.Y. Numerical solution of inverse problems filtering process of low-concentration solutions // *Theoretical & Applied science*. – 2017. – № 4(48). – Pp. 85-94. – DOI: <http://dx.doi.org/10.15863/tas>.
- [10] Равшанов Н., Палванов Б.Ю. Приближенно-аналитическое решение задачи технологического процесса фильтрования растворов от нежелательных ионов // *Исследования технических наук : электронный научный журнал*. – 2016. – Вып. 1(19). – С. 25-36.
- [11] Воробьев Е.И., Немирович П.М. Математическая модель процесса фильтрования сатурационных соков сахарного производства // *Известия ВУЗОВ. Пищевая технология*. – 1990. – № 4. – С.66-68.

- [12] *Wald I.* Modeling Flow Rate to Estimate Hydraulic Conductivity in a Parabolic Ceramic Water Filter // Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One+ Two. – 2012. – Vol. 4. – № 2. – Pp. 6.
- [13] *Матвейкин В.Г., Путин С.Б., Скворцов С.А., Толстошеин С.С.* Математическое моделирование процесса адсорбции углекислого газа // Вестник ТГТУ. – 2010. – Том 16. – № 3. – С. 603-609.
- [14] *Палванов Б.Ю.* Компьютерная модель и вычислительный эксперимент для исследования процесса многократного ионообменного фильтрования суспензий // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Т., 2016. – № 4. – С. 48-63.
- [15] *Равшанов Н., Палванов Б.Ю.* Вычислительный эксперимент для исследования технологического процесса фильтрования жидких и ионизированных растворов // Отраслевые аспекты технических наук : электронный научный журнал. – 2015. – №3 (45). – С.18-28.
- [16] *Беллман Р., Калаба Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. Пер. с англ. М.: Мир. 1968. 186с.
- [17] *Равшанов Н.* Математические модели нестационарных технологических процессов сепарирования многокомпонентных смесей : дис. ... док. тех. наук : 05.13.18. Ташкент, 2010. 234 с.