

УДК 62-85+681.587

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ГИДРОПРИВОДА С НЕЛИНЕЙНОЙ НАГРУЗКОЙ

Игамбердиев К.А.

igamberdiev-71@mail.ru

Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз

В статье рассмотрена задача стабилизации гидропривода, состоящего из насоса переменной подачи, соединительного трубопровода и гидроцилиндра. Математическое моделирование гидросистемы произведено на основе нелинейных дифференциальных уравнений, учитывающих нелинейную характеристику типа вязкого трения. Решение задачи об определении движений в гидравлическом приводе сведено к исследованию переходного процесса и фазовых плоскостей динамической системы. Используя метод фазового пространства, установлены условия возникновения автоколебаний в системе. Полученные уравнения фазовых траекторий системы являются фокусами и предельными циклами с особой точкой в начале координат. Для исследования поведений траекторий вблизи начала координат применен критерий Ляпунова. Функция Ляпунова исследовалась в виде квадратичной формы. Установлены условия двух возможных сценариев поведения траекторий, при которых происходит смена характерных режимов работы гидравлического привода: а) когда окрестность особой точки неустойчива; б) когда окрестность особой точки устойчива. Для автоколебательной системы построена определенно положительная функция Ляпунова, производная которой, полученная в силу дифференциальных уравнений движений системы, является определенно отрицательной. На основе метода функций Ляпунова установлен закон стабилизации, обеспечивающий устойчивость гидропривода с нелинейной нагрузкой, а также построены диаграммы фазовых портретов и временная реализация переходных процессов при различных значениях параметров системы. Полученные результаты могут быть распространены и на другие типы технических систем для аналогичных динамических моделей.

Ключевые слова: математическая модель, стабилизация, вязкое трение, нелинейность, автоколебания, устойчивость, управление, гидросистема.

Цитирование: *Игамбердиев К.А.* Математическое моделирование стабилизации гидропривода с нелинейной нагрузкой // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2019. — № 3(21). — С. 30–39.

1 Введение

Методы теории автоматического регулирования и методы автоматического управления получили в последние десятилетия значительное развитие и являются эффективными при исследованиях и расчетах динамических процессов, возникающих в машинах, аппаратах и устройствах. Примерами таких процессов служат вибрация в машинах, аппаратах и устройствах, колебания жидкости в напорных трактах, связанные с цикличностью рабочих процессов в машинах или аппаратах, автоколебания отдельных узлов конструкций и др. [1–4].

В гидравлических системах мобильных и технологических машин для регулирования и изменения скорости и направления потока рабочей жидкости применяются

гидравлические приводы. Динамические процессы обуславливаются сжимаемостью жидкости, колебаниями давления, характером преодолеваемой нагрузки [5–7].

Высокочастотные колебания давления в гидроприводах даже при малых амплитудах приводят к возникновению квантационных процессов (разрыв непрерывности), когда автоматы обслуживания (система подпитки, предохранительные клапаны давлений) не обладают достаточным быстродействием, в связи с этим актуальны проблемы оценки, анализа факторов устойчивости и стабилизации гидравлических систем машин.

В работе [8] исследована устойчивость движения гидропривода с разомкнутой схемой управления при наличии нелинейного демпфирования типа отрицательного сопротивления. С помощью графо-аналитического метода выведены условия существования апериодического переходного процесса, условия возникновения автоколебаний, а также установлен способ изменения параметров привода, обеспечивающий желаемые динамические свойства.

Работа [9] посвящена решению задачи об оптимальной стабилизации устойчивого движения дополнительными силами, при условии минимизации интегрального функционала качества управления. В процессе решения задачи об оптимальной стабилизации, используя функцию Ляпунова, найдены оптимальные управления и подынтегральная функция в критерии качества управления обеспечивающую асимптотическую устойчивость системы.

В работе [10] предложен способ решения задачи об оптимальной стабилизации относительно части фазовых переменных применительно к нелинейным управляемым динамическим системам.

Работа [11] посвящена анализу и составлению математических моделей систем с электрогидравлическим следящими приводами и насосами, а также исследованию устойчивости методом функций Ляпунова.

В данной работе по разработанной математической модели гидросистемы на основе метода функций Ляпунова получен закон стабилизации, обеспечивающая устойчивость системы с нелинейной нагрузкой.

2 Постановка задачи

Рассмотрим гидропривод, состоящий из насоса переменной равномерной подачи, соединительного трубопровода и гидроцилиндра.

Допустим, что утечки пропорциональны давлению, сжимаемость жидкости подчиняется закону Гука, тогда уравнение расхода и нагрузок согласно [8] записываются в форме

$$\begin{aligned} uQ_x &= Fv + \tau F^2 p + \vartheta F^2 \dot{p}, \\ pF &= P_0 + CpF + Cv + m\dot{v} + f, \end{aligned} \quad (1)$$

$$c = c_B + c_H, \quad f = f_D + f_H,$$

где u – параметр регулирования; Q_x – расход холостого хода; $\dot{Q} = 0$; p – давление; τ – критерий герметичности; $\vartheta = \frac{V}{xF^2}$ – критерий упругости; V – объем жидкости в напорной магистрали; x – приведенное (на деформацию стенок трубопровода) значение адиабатического модуля объемной упругости жидкости, которая считается постоянной; $\tau F^2 p$ – расход утечек; $\vartheta F^2 \dot{p} = \frac{dV}{V}$ – расход, вызванный изменением

давления из-за сжимаемости жидкостного звена; v – скорость перемещения поршня гидроцилиндра.

Усилие, создаваемое давлением жидкости на активную площадь поршня, расходуется на преодоление статической нагрузки демпфирования (внутренние потери) в гидроцилиндре, а также на активное, реактивное и нелинейное сопротивление внешней нагрузки.

3 Метод решения

Введем безразмерные переменные

$$\bar{v} = \frac{v_n}{v_x}, \quad \bar{p} = \frac{\tau F^2}{(1-c)Q_x} p, \quad \bar{f} = \frac{\tau F}{(1-c)Q_x} f, \quad \bar{t} = \frac{1}{T} t, \quad (2)$$

где $v_n = v - \Delta v$ – приведенная (на утечки от статической нагрузки) скорость. В качестве масштаба давлений и нелинейного демпфирования приняты выражения согласно [5]

$$\frac{(1-c+\tau C)uv_x}{\tau F} = (1-c)\frac{uQ_x}{\tau F^2}$$

и

$$\frac{(1-c+\tau C)uv_x}{\tau} = (1-c)\frac{uQ_x}{\tau F}.$$

Подставляя соотношения (2) в систему уравнений (1) и исключая \bar{p} и $\frac{d\bar{p}}{dt}$, получаем

$$u = \bar{v} + \left(2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \frac{d\bar{f}}{d\bar{v}}\right) \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} + \frac{d^2\bar{f}}{d\bar{t}^2} + \bar{f}, \quad (3)$$

где T и ζ – постоянная времени и коэффициент демпфирования гидропривода при $u = \bar{f} = 0$, т.е. параметры характеристического уравнения применительно к оптимальному режиму работы;

$$T = \sqrt{\frac{m\vartheta}{1-c+\tau C}}, \quad \zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau}{\vartheta} + \frac{C}{m} \right) T.$$

Введем безразмерные переменные

$$y = \frac{\bar{v}}{u}, \quad \Phi = \frac{\bar{f}}{u}. \quad (4)$$

С учетом (4) уравнение (3) примет форму

$$1 = y + \left(2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \frac{d\Phi}{dy}\right) \frac{dy}{d\bar{t}} + \frac{d^2y}{d\bar{t}^2} + \Phi. \quad (5)$$

Безразмерную установившуюся скорость $y = y_0$ (т.е. при $\frac{dy}{d\bar{t}} = 0$) можно определять графически точкой встречи графиков, изображающих функций $1-y$ и $\Phi = \Phi(y)$.

Введем обозначения

$$v = \frac{dy}{d\bar{t}}, \quad x = y - y_0, \quad \Phi = \Phi_0 + \Delta\Phi, \quad 1 - y_0 = \Phi_0, \quad (6)$$

имея в виду, что

$$dx = dy, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dv}{dx}$$

с учетом соотношений (6) уравнение (5) после некоторых преобразований примет вид

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\left(1 + \frac{\Delta\Phi}{x}\right)x + \left[2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)\right]v}{v}. \quad (7)$$

Для особой точки $x = 0, v = 0$,

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\left[1 + \left(\frac{\Delta\Phi}{x}\right)_0\right]x + \left[2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_0\right]v}{v} = -\frac{Ax + Bv}{v}, \quad (8)$$

где

$$A = 1 + \left(\frac{\Delta\Phi}{x}\right)_0, \quad B = 2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_0, \quad \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_0 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{x}.$$

Допустим, что функция нелинейного демпфирования имеет вид $\Phi = \Phi(y_0 + x)$. Тогда равенство (8) принимает вид

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\left[1 + \left(\frac{\Delta\Phi}{x}\right)_0\right]x + \left[2\zeta + \frac{\vartheta}{\tau T} \left(\frac{d\Phi}{dx}\right)_0\right]v + C(x, v)}{v + D(x, v)}, \quad (9)$$

где $C(x, v)$ и $D(x, v)$ – функции содержащие x и v , начиная со второй и выше степеней. По теореме Пуанкаре [12] при $x \rightarrow 0$ и $v \rightarrow 0$ эти функции могут быть отброшены, тогда рассматриваемое уравнение совпадает с уравнением (8).

Формы аппроксимирующих функций (y) могут быть $ay^2 + by + c, \frac{a}{y^2} + \frac{b}{y} + c, \frac{1}{ay^2 + by + c}$ и $\frac{ay + y}{cy + d}$.

Первый случай ($a = 0$) использован с применением метода гармонической линеаризации в работе [13], методом малого параметра в работе [14].

Предположим, что функция (y) имеет вид

$$\Phi(y) = by^2 - c. \quad (10)$$

Тогда уравнение (5) представляется в форме

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left(2\zeta + 2b\frac{\vartheta}{\tau T}y\right)\frac{dy}{dt} + by^2 + y + (c - 1) = 0. \quad (11)$$

Введем обозначения

$$x_1 = y - y_0 - c + 1, \quad x_2 = \dot{x}_1. \quad (12)$$

С учетом обозначений (12), уравнение (11) после упрощений принимает форму

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2\zeta x_2 - bx_1^2 - 2b\frac{\vartheta}{\tau T}x_1x_2. \end{cases} \quad (13)$$

Из системы (13) видно, что она обладает неединственным равновесным состоянием, а именно

$$1) x_2 = 0, \quad x_1 = 1 - c, \quad 2) x_1 = 1 - c, \quad x_2 = \frac{\tau T b (1 - c)^2}{2\zeta + 2\vartheta b (1 - c)},$$

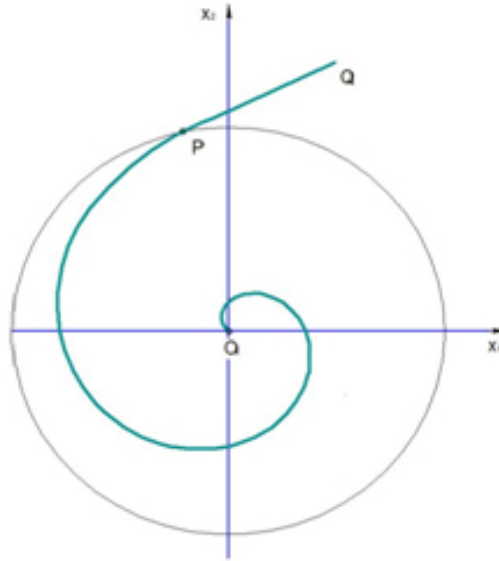


Рис. 1 Траектория O_1PQ и окружность с центром в точке $O(0,0)$.

имеет три положения равновесия $O(0,0)$, $O_1(1-c, 0)$ и $O_2(1-c, x_2)$.

Определим устойчивость особой точки $O(0,0)$. Допустим, что интегральная кривая, т.е. траектория системы (13), изображается кривой OPQ (рис. 1).

Если состояние положения равновесия системы в точке является асимптотически устойчивым, то с ростом t изображающая точка $x_1(t)$, $x_2(t)$ стремится к точке $O(0,0)$. На рис. 1 изображена окружность, определяемая уравнением

$$V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 = r^2, \quad (14)$$

где r – расстояние между точкой P и точкой O . Рассмотрим поведение точки пересечения P окружности и интегральной кривой с ростом времени t . Поскольку x_1 и x_2 являются функциями времени, то V также является функцией времени.

Дифференцируя уравнение (14), получаем

$$\frac{dV}{dt} = 2x_1 \frac{dx_1}{dt} + 2x_2 \frac{dx_2}{dt}.$$

Подставляя сюда x_1, x_2 из уравнения (13), после некоторых упрощений, получаем

$$\frac{dV}{dt} = -4\zeta x_2 - 2bx_1^2 x_2 - 4b \frac{\vartheta}{\tau T} x_1 x_2^2. \quad (15)$$

Согласно соотношению (15), $\frac{dV}{dt} < 0$ для всех значений t и x_1, x_2 кроме особой точки.

Для исследования поведений траекторий вблизи точки O применим к системе (13) критерий Ляпунова [15]. Функцию Ляпунова определяем в виде

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(\gamma_1 x_1^2 + \gamma_{12} x_1 x_2 + \gamma_2 x_2^2). \quad (16)$$

Неизвестные коэффициенты γ_1 , γ_2 и γ_{12} определяем таким образом, чтобы производная $\frac{dV}{dt}$ была отрицательно определенной функцией вида

$$\frac{dV}{dt} = -(x_1^2 + x_2^2). \quad (17)$$

Используя функцию Ляпунова (16), определяем $\frac{dV}{dt}$ в форме

$$\frac{dV}{dt} = -x_1^2 - x_2^2 - bx_1^3 - \left(1 - \frac{b}{\zeta}\right)x_1^2x_2 - \frac{2b\vartheta}{\zeta\tau T}x_1x_2^2. \quad (18)$$

Согласно выражению (18) все члены полинома отрицательны, т.е. производная $\frac{dV}{dt} < 0$. Это означает, что особая точка $O(0,0)$ устойчива, т.е. любая траектория с увеличением времени t пересекает поверхность $V = const$ снаружи вовнутрь.

Рассмотрим задачу о стабилизации гидравлической системы. Возмущенное движение \sum в рассматриваемом случае описывается уравнениями (13)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 2\zeta x_2 - bx_1^2 - 2b\frac{\vartheta}{\tau T}x_1x_2 + u_2. \end{aligned} \quad (19)$$

Примем обозначения для системы (19) согласно [3]

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -bx_1^2 & -2b\frac{\vartheta}{\tau T}x_1x_2 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Общий вид законов стабилизации для уравнений (19) согласно [7] определяется выражением

$$u^* = l(x, t) + \frac{\lambda}{2}G^T \frac{\partial V}{\partial x} + p(x, t). \quad (21)$$

Для того, чтобы невозмущенное движение (19) было асимптотически устойчивым на множестве законов (21) равномерно по t_0 и x_0 для функции (18), положив $p_1 = p_2 = 0$, $\lambda = const > 0$, $l_1 = 0$, $l_2 = -bx_1^2 - 2b\frac{\vartheta}{\tau T}x_1x_2$, с учетом матриц (20) и соотношения (21), для системы (19) получаем в форме

$$u_1^* = 0, \quad u_2^* = -2b\frac{\vartheta}{\tau T}x_1x_2 - \frac{\lambda}{4}x_1 - \frac{\lambda}{\zeta}x_2. \quad (22)$$

Таким образом, для системы (19) закон стабилизации имеет форму (22).

На рис. 2 а) и б) представлена временная реализация переходного процесса стабилизации системы при значениях параметров: $b = 0,5$; $v = 0,1$, $\tau = 10$, $\tau = 0,1$, $T = 5$, $\xi = 0,3$; $u = 0,20$; $\lambda = 1,0$, $\xi = 0,4$; $u = 0,18$. $x_1(0) = 0,1$; $x_2(0) = 0,01$.

На рис. 2. в) и г) представлены фазовые портреты процесса стабилизации системы при вышеуказанных значениях параметров.

Как видно из рис. 2 а) и б) введение закона стабилизации переводит систему из режима автоколебаний в режим затухания, т.е. к стабилизации системы. Это приводит к улучшению динамических свойств рассматриваемой гидравлической системы без усложнения технической реализации системы.

4 Заключение

Составлена математическая модель стабилизации гидравлического привода с нелинейной нагрузкой. Исследование динамической системы показало, что полученные уравнения фазовых траекторий системы являются фокусами и предельными

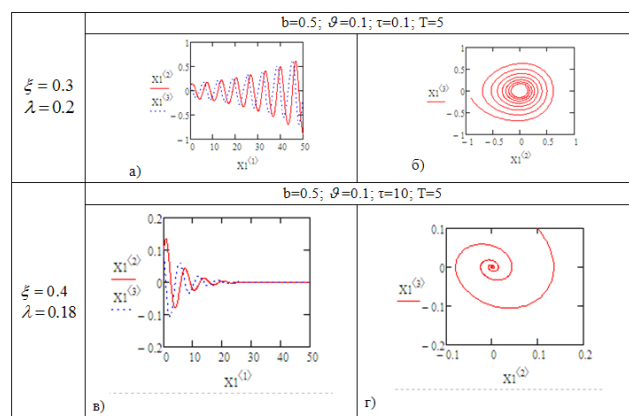


Рис. 2 а) и б) – временная реализация переходного процесса; б) и г) – фазовые портреты процесса стабилизации системы $X_1^{(1)} \rightarrow t$; $X_1^{(2)} \rightarrow x_1$; $X_1^{(3)} \rightarrow x_2$

циклами с особой точкой в начале координат. Для исследования поведений траекторий вблизи начала координат применен критерий Ляпунова. Функция Ляпунова исследовалась в виде квадратичной формы. Установлены условия двух возможных сценариев поведения траекторий, при которых происходит смена характерных режимов работы гидравлического привода: а) когда окрестность особой точки неустойчива; б) когда окрестность особой точки устойчива. Для автоколебательной системы построена определенно положительная функция Ляпунова, производная которой, полученная в силу дифференциальных уравнений движений системы, является определенно отрицательной. На основе метода функций Ляпунова установлен закон стабилизации, обеспечивающий устойчивость гидропривода с нелинейной нагрузкой, а также построены диаграммы фазовых портретов и временная реализация переходных процессов при различных значениях параметров системы. Полученные результаты могут быть распространены и на другие типы технических систем для аналогичных динамических моделей.

Литература

- [1] Башта Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика. – М.: Машиностроение, 1972. – 320 с.
- [2] Чупраков Ю.И. Краткий курс теоретической механики. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1966. – 160 с.
- [3] Баженов А.И. и др. Проектирование следящих гидравлических приводов летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1981. – 312 с.
- [4] Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 376 с.
- [5] Brezas P., Smith M.S. Linear quadratic optimal and risk-sensitive control for active vehicle suspensions // Control Syst. Technol. – 2014. – Vol. 22, No. 2. – P. 543-556.
- [6] Ban H., Sun H., Gao J.Yu. The final time stabilization for active suspension systems of vehicles with severe restrictions // Intel Transparent Syst. – 2015. – Vol. 16, No. 5. – P. 2663-2672.
- [7] Deshpande V.S., Shendge P.D., Phadke S.B. Nonlinear control for systems with double objective active suspension // Intel Transparent Syst. – 2017. – Vol. 18, No. 3. – P. 656-665.

- [8] *Захаров Ю.Е., Прокофьев В.Н.* Графоаналитический способ исследования устойчивости гидроприводов с нелинейной нагрузкой // Изв. ВУЗов. Машиностроение. – 1969. – С. 67-72.
- [9] *Румянцев В.В.* Об оптимальной стабилизации управляемых систем // ПММ. – 1970. – Т. 34.
- [10] *Щенников А. В., Шенников В. Н., Ваганов Ю. Ю.* Стабилизации нелинейных управляемых систем // Вестник РДУН, Серия Математика. Информатика. Физика. – 2012. – №. 3. – С. 13-19.
- [11] *Попов Д.Н., Сосновский Н.Г.* Управление синергетическими процессами для обеспечения асимптотической устойчивости гидросистем // Вестник МГТУ. Сер. Естественных науки. – 2017. – №. 3. – С. 37-49.
- [12] *Прокофьев В.Н., Захаров Ю.Е.* Условия возникновения автоколебаний в гидроприводах // Проблемы информатики и энергетики. – 1967. – №. 8. – С. 60-66.
- [13] *Прокофьев В.Н., Кузнецов В.Д.* Автоколебания в гидроприводах // Изв. ВУЗов. Машиностроение. – 1966. – №. 5. – С. 74-79.
- [14] *Прокофьев В.Н., Захаров Ю.Е.* Анализ автоколебаний гидродвигателя методом малого параметра // Сб. Гидроавтоматика. – М.: Наука, 1967.
- [15] *Фурасов В.Д.* Устойчивость движения, оценки и стабилизация. – М.: Наука, 1977. – 24 с.

Поступила в редакцию 02.04.2019

UDC 62-85+681.587

MATHEMATICAL MODELING OF STABILIZATION OF THE HYDRAULIC DRIVE WITH NON-LINEAR LOAD

Igamberdiev K.A.

igamberdiev-71@mail.ru

Institute of Mechanics and Seismic Resistance of Structures NAS RUz

The problem of stabilizing a hydraulic drive, consisting of a pump of variable feed, connecting pipe and hydraulic cylinder is considered in the paper. Mathematical simulation of the hydro system was made on the basis of nonlinear differential equations considering the nonlinear characteristics of viscous friction type. The solution of the problem of determining the motions in a hydraulic drive is reduced to the study of the transient process and the phase planes of a dynamic system. Using the method of phase space the conditions for the occurrence of self-oscillations in the system are stated. The resulting equations of phase trajectories of the system are the foci and limit cycles with a singular point at the origin. To study the behavior of trajectories near the origin, the Lyapunov's criterion is applied. The Lyapunov function is investigated in a quadratic form. The conditions of two possible scenarios of the behavior of the trajectories are stated, under which the change in characteristic modes of operation of the hydraulic drive occurs: a) when the vicinity of the singular point is unstable; b) when the vicinity of the singular point is stable. A definitely positive Lyapunov function for a self-oscillating system is obtained; its derivatives, obtained by differential equations of motion of the system, are definitely negative. Based on the Lyapunov function method, the stabilization law for a hydraulic drive under nonlinear load is obtained, and the diagrams of phase portraits

are constructed, as well as a time implementation of transient processes under different values of the system parameters. The results obtained can be distributed on other types of engineering systems, on analogous dynamic models.

Keywords: mathematical model, stabilization, nonlinearity, auto oscillations, stability, control, hydraulic system.

Citation: Igamberdiev K.A. 2019. Mathematical modeling of stabilization of the hydraulic drive with non-linear load. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 3(21): 30–39.

References

- [1] Bashta T.M. 1972. *Gidroprivod i gidropnevmoavtomatika* [Hydraulic and hydropneumatic automation]. Moscow: Mashinostroenie. 320 p. (In Russian)
- [2] Chuprakov Yu.I. 1966. *Kratkiy kurs teoreticheskoy mekhaniki* [Short course in theoretical mechanics]. 10th ed. Moscow: Mechanical Engineering. 160 p. (In Russian)
- [3] Bazhenov A.I. et al. 1981. *Proektirovanie sledyashchikh gidravlicheskikh privodov letatel'nykh apparatov* [Designing of hydraulic followers for aircraft]. Moscow: Mechanical Engineering. 312 p. (In Russian)
- [4] Gamynin N.S. 1972. *Gidravlicheskiy privod sistem upravleniya* [Hydraulic drive control systems]. Moscow: Mashinostroenie. 376 p. (In Russian)
- [5] Brezas P., Smith M.S. 2014. Lineynoe kvadratichnoe optimal'noe i chuvstvitel'noe k risku upravlenie dlya aktivnykh podvesok transportnykh sredstv [Linear quadratic optimal and risk-sensitive control for active vehicle suspensions]. *Control Syst. Technol.* 22(2):543-556. (In Russian)
- [6] Ban H., Sun H., Gao J.Yu. 2015. Konechnaya vremennaya stabilizatsiya dlya sistem aktivnoy podveski transportnykh sredstv s zhestkimi ogranicheniyami [The final time stabilization for active suspension systems of vehicles with severe restrictions]. *Intel Transparent Syst.* 16(5):2663-2672. (In Russian)
- [7] Deshpande V.S., Shendge P.D., Phadke S.B. 2017. Nelineynoe upravlenie dlya sistem s dvoynoy ob"ektivnoy aktivnoy podveskoy [Nonlinear control for systems with double objective active suspension]. *Intel Transparent Syst.* 18(3):656-665. (In Russian)
- [8] Zakharov Yu.E., Prokofiev V.N. 1969. Grafoanaliticheskiy sposob issledovaniya ustoychivosti gidroprivodov s nelineynoy nagruzkoy [Graph-analytical method for studying the stability of hydraulic actuators with non-linear loads]. *Izv. Universities. Mechanical Engineering.* 67-72. (In Russian)
- [9] Rumyantsev V.V. 1970. Ob optimal'noy stabilizatsii upravlyaemykh sistem [About optimal stabilization of control systems]. *PMM.* 34. (In Russian)
- [10] Schennikov A.V., Shennikov V.N., Vaganov Yu.Yu. 2012. Ctabilizatsii nelineynykh upravlyaemykh sistem [Stabilization of nonlinear controlled systems]. *RDUN Bulletin, Mathematics Series. Computer science. Physics.* 3:13-19. (In Russian)
- [11] Popov D.N., Sosnovsky N.G. 2017. Upravlenie sinergeticheskimi protsessami dlya obespecheniya asimptoticheskoy ustoychivosti gidrosistem [Management of synergistic processes to ensure the asymptotic stability of hydraulic systems]. *Vestnik MGTU.* 3:37-49. (In Russian)
- [12] Prokofiev V.N., Zakharov Yu.E. 1967. Usloviya vozniknoveniya avtokolebaniy v gidroprivodakh [Conditions for self-oscillations in hydraulic drives]. *Problems of Informatics and Energy.* 8:60-66. (In Russian)

-
- [13] Prokofiev V.N., Kuznetsov V.D. 1966. Avtokolebaniya v gidroprivodakh [Auto-oscillations in hydraulic drives]. *Izv. Universities. Mechanical Engineering*. 5:74-79. (In Russian)
- [14] Prokofiev V.N., Zakharov Yu.E. 1967. Analiz avtokolebaniy gidrovdigatelya metodom malogo parametra [Analysis of self-oscillations of a hydraulic engine using the small parameter method]. *Col. Hydroautomatics*. Moscow: Science. (In Russian)
- [15] Furasov V.D. 1977. *Stability, evaluation and stabilization* [Ustoychivost' dvizheniya, otsenki i stabilizatsiya]. Moscow: Science. 24 p. (In Russian)

Received April 02, 2019