

УДК 62-503.55

# МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНОГО УНИВЕРСАЛЬНО-ПРОПАШНОГО ТРАКТОРА С БЕССТУПЕНЧАТО РЕГУЛИРУЕМЫМ КЛИРЕНСОМ

*Азимов Б. М., Ахмедов Ш. А., Рузикулов А. Р., Азимов М. Б.*

author@site.uz

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий, Ташкент

В статье составлены уравнения движения четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом. На основе полученных уравнений движения разработаны модели и алгоритмы оптимального управления четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом. Исследованы необходимые условия оптимального управления движением с помощью применения принципа максимума Понтрягина. Определены значения горизонтальных и вертикальных колебаний трактора при неравномерном распределении массы между передними и задними ведущими управляемыми колесами.

**Ключевые слова:** четырехколесный универсально-пропашной трактор с бесступенчато регулируемым клиренсом, моделирование, оптимальное управление.

**Цитирование:** *Азимов Б. М., Ахмедов Ш. А., Рузикулов А. Р., Азимов М. Б.* Моделирование и оптимальное управление движением четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом // Проблемы вычислительной и прикладной математики. — 2018. — № 6(18). — С. 22–34.

## 1 Введение

Совершенствование технических уровней и потребительских свойств технических средств для сельхозпроизводства, в частности разработка усовершенствованного универсально пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом, для обеспечения оптимальных технологических режимов работы машинотракторных агрегатов в сельскохозяйственном производстве и других отраслях народного хозяйства имеет важное значение [1, 2, 4].

Выполнение задачи совершенствования конструкции нового поколения 4х колесных отечественных тракторов, используемых в хлопководстве и в других отраслях народного хозяйства, позволит улучшить функциональные возможности и основные технические характеристики.

## 2 Постановка задачи

Один из путей решения таких задач управляемости 4х колесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом путем математического моделирования и оптимального управления трактором при различных условиях движения.

В соответствии с расчетной схемой, представленной на рис.1, составим обобщенную математическую модель горизонтальных и вертикальных колебаний 4-х колесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом в процессе передвижения по неровностям на поворотной полосе хлопкового поля в

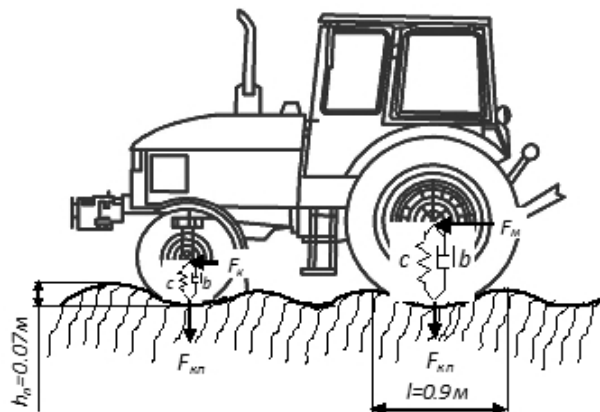


Рис. 1 Расчетная схема трактора

форме уравнений Лагранжа второго рода [1,2,4]:

-для горизонтальных колебаний

$$\left. \begin{aligned}
 m_m \ddot{x}_m &= F_M - b_1(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzl}) - c_1(x_m - x_{kzl}) - b_2(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzp}) - c_2(x_m - x_{kzp}) - \\
 &- b_3(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzl}) - c_3(x_m - x_{kzl}) - b_4(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzp}) - c_4(x_m - x_{kzp}) \\
 m_{kzl} \ddot{x}_{kzl} &= b_1(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzl}) + c_1(x_m - x_{kzl}) - m_{kzl} \frac{2\pi^2 V_{kzl}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzl} t}{l_p} \\
 m_{kzp} \ddot{x}_{kzp} &= b_2(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzp}) + c_2(x_m - x_{kzp}) - m_{kzp} \frac{2\pi^2 V_{kzp}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzp} t}{l_p} \\
 m_{kzl} \ddot{x}_{kzl} &= b_3(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzl}) + c_3(x_m - x_{kzl}) - m_{kzl} \frac{2\pi^2 V_{kzl}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzl} t}{l_p} \\
 m_{kzp} \ddot{x}_{kzp} &= b_4(\dot{x}_m - \dot{x}_{kzp}) + c_4(x_m - x_{kzp}) - m_{kzp} \frac{2\pi^2 V_{kzp}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzp} t}{l_p}
 \end{aligned} \right\} , \quad (1)$$

-для вертикальных колебаний

$$\left. \begin{aligned}
 m_m \ddot{y}_m &= F_M - b_1(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzl}) - c_1(y_m - y_{kzl}) - b_2(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzp}) - c_2(y_m - y_{kzp}) - \\
 &- b_3(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzl}) - c_3(y_m - y_{kzl}) - b_4(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzp}) - c_4(y_m - y_{kzp}) \\
 m_{kzl} \ddot{y}_{kzl} &= b_1(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzl}) - c_1(y_m - y_{kzl}) - m_{kzl} \frac{2\pi^2 V_{kzl}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzl} t}{l_p} \\
 m_{kzp} \ddot{y}_{kzp} &= b_2(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzp}) - c_2(y_m - y_{kzp}) - m_{kzp} \frac{2\pi^2 V_{kzp}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzp} t}{l_p} \\
 m_{kzl} \ddot{y}_{kzl} &= b_3(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzl}) - c_3(y_m - y_{kzl}) - m_{kzl} \frac{2\pi^2 V_{kzl}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzl} t}{l_p} \\
 m_{kzp} \ddot{y}_{kzp} &= b_4(\dot{y}_m - \dot{y}_{kzp}) - c_4(y_m - y_{kzp}) - m_{kzp} \frac{2\pi^2 V_{kzp}^2}{l_p^2} h_p \sin \frac{2\pi V_{kzp} t}{l_p}
 \end{aligned} \right\} , \quad (2)$$

где  $F_M, F_M$  – тяговое усилие трактора;  $\dot{x}_i$  и  $\ddot{x}_i$  – линейные скорости и ускорение машины, передних и задних колес трактора при горизонтальном колебании;  $\dot{y}_i$  и  $\ddot{y}_i$  – линейные скорости и ускорение машины, передних и задних колес трактора при вертикальном колебании;  $V_i$  – скорости трактора и его колес при горизонтальном и вертикальном колебании;  $b_i, c_i$  – коэффициенты вязкого сопротивления и жесткости шины колеса трактора;  $m_i$  – распределенная масса по опорам колес трактора;  $h_n$  – высота неровности дороги;  $l_n$  – расстояние между опорой и неровностями.

Для решения задачи воспользуемся теорией оптимальных систем. Приведем постановку задачи оптимального управления.

В начальный момент времени объект испытания находится в состоянии

$$q_i(0) = q_0(0), \quad \dot{q}_i(0) = \dot{q}_0(0), \quad V_i(0) = V_0(0). \quad (3)$$

Требуется выбрать такое управление  $u(t)$ , которое переведет объект испытаний в заранее заданное конечное состояние

$$q_i(t) = q_0(t), \quad \dot{q}_i(t) = \dot{q}_0(t), \quad V_i(t) = V_0(t) \quad (i = \overline{1, n}), \quad 0 \leq t \leq T. \quad (4)$$

При этом требуется, чтобы время переходного процесса было наименьшим.

Тогда цель управления сводится к минимизации функционала с учетом  $q = x_i$ ,  $q = y_i$ .

$$J(q_0, u(t), q(t)) = \int_{t_0}^T f^0(q(t), u(t), t) dt + g^0(q_0, g(T)) \quad (5)$$

При условиях (2)-(5)

$$\dot{q}(t) = f(q(t), u(t), t). \quad (6)$$

Пусть заданы функции

$$g^i(q_0, q(T)) \leq 0, \quad i = I, \dots, m; \quad g^i(q_0, q(T)) = 0, \quad i = m + 1, \dots, s, \quad (7)$$

$$u \in U, \quad t_0 \leq t \leq T, \quad (8)$$

где  $f(q(t), u(t), t)$  непрерывно дифференцируемая функция со своими производными;  $u(t)$  кусочно непрерывная функция на отрезке  $t_0, T$ .

В условиях испытания машин при заданных условиях функционирования критерием качества может быть оценка по быстродействию.

При исследовании необходимых условий оптимального управления воспользуемся принципом максимума Понтрягина [3, 5].

Для формулировки принципа максимума введем функцию Гамильтона – Понтрягина

$$H = (q, u, t, \psi_i, \psi_0) = -f^0(q, u, t) + \langle \psi, u \rangle \quad (9)$$

и сопряженную систему:

-для горизонтальной колебаний

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_m}{\partial x_1} = -m_m^{-1}(c_1 + c_2 + c_3 + c_4)\psi_2, \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\frac{\partial H_m}{\partial x_2} = -\psi_1 + m_m^{-1}(b_1 + b_2 + b_3 + b_4)\psi_2, \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kzl}}{\partial x_3} = -m_{kzl}^{-1}c_1\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kzl}}{\partial x_4} = -\psi_1 + m_{kzl}^{-1}b_1\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kzp}}{\partial x_5} = -m_{kzp}^{-1}c_2\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kzp}}{\partial x_6} = -\psi_1 + m_{kzp}^{-1}b_1\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kpl}}{\partial x_7} = -m_{kpl}^{-1}c_1\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kpl}}{\partial x_8} = -\psi_1 + m_{kpl}^{-1}b_3\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kpp}}{\partial x_9} = -m_{kpp}^{-1}c_4\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kpp}}{\partial x_{10}} = -\psi_1 + m_{kpp}^{-1}b_4\psi_2 \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

-для вертикальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_y}{\partial y_1} = -m_m^{-1}(c_1 + c_2 + c_3 + c_4)\psi_2, \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\frac{\partial H_y}{\partial y_2} = -\psi_1 + m_m^{-1}(b_1 + b_2 + b_3 + b_4)\psi_2, \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kzl}}{\partial x_2} = -m_{kzl}^{-1}c_1\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kzl}}{\partial y_3} = -\psi_1 + m_{kzl}^{-1}b_1\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kzp}}{\partial y_3} = -m_{kzp}^{-1}c_2\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kzp}}{\partial y_4} = -\psi_1 + m_{kzp}^{-1}b_1\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kpl}}{\partial y_5} = -m_{kpl}^{-1}c_1\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kpl}}{\partial y_6} = -\psi_1 + m_{kpl}^{-1}b_3\psi_2 \\ \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H_{kpp}}{\partial y_7} = -m_{kpp}^{-1}c_4\psi_2, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H_{kpp}}{\partial y_8} = -\psi_1 + m_{kpp}^{-1}b_4\psi_2 \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

с ограничением на управление  $|u| \leq 1$ .

### 3 Метод решения задачи

Для решения рассматриваемой задачи должно выполняться следующее необходимое условие:

$$H(q_i(t), u(t), t, \psi_i, \psi_0) = \max_{u \in U} H(q_i(t), u, t, \psi_i(t), \psi_0). \quad (12)$$

Переходя к определению оптимального управления машины на основе (8), сформируем функцию:

-для горизонтальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} x_m &= x_1, \dot{x}_m = x_2, \dot{x}_2 = u_x - m_m^{-1} [b_1(x_2 - x_4) - c_1(x_1 - x_3) - \\ &- b_2(x_2 - x_6) - c_2(x_1 - x_5) - b_3(x_2 - x_8) - c_3(x_1 - x_7) - \\ &- b_4(x_2 - x_{10}) - c_4(x_1 - x_9)] \\ x_{kzl} &= x_3, \dot{x}_{kzl} = x_4, \dot{x}_4 = m_{kzl}^{-1} [b_1(x_2 - x_4) + c_1(x_1 - x_3)] - u_1 \\ x_{kzp} &= x_5, \dot{x}_{kzp} = x_6, \dot{x}_6 = m_{kzp}^{-1} [b_2(x_2 - x_6) + c_2(x_1 - x_5)] - u_2 \\ x_{kpl} &= x_7, \dot{x}_{kpl} = x_8, \dot{x}_8 = m_{kpl}^{-1} [b_3(x_2 - x_8) + c_3(x_1 - x_7)] - u_3 \\ x_{kpp} &= x_9, \dot{x}_{kpp} = x_{10}, \dot{x}_{10} = m_{kpp}^{-1} [b_4(x_2 - x_{10}) + c_4(x_1 - x_9)] - u_4 \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

-для вертикальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} y_m &= y_1, \dot{y}_m = y_2, \dot{y}_2 = u_y - m_m^{-1} [b_1(y_2 - y_4) - c_1(y_1 - y_3) - \\ &- b_2(y_2 - y_6) - c_2(y_1 - y_5) - b_3(y_2 - y_8) - c_3(y_1 - y_7) - \\ &- b_4(y_2 - y_{10}) - c_4(y_1 - y_9)] \\ y_{kzl} &= y_3, \dot{y}_{kzl} = y_4, \dot{y}_4 = m_{kzl}^{-1} [b_1(y_2 - y_4) + c_1(y_1 - y_3)] - u_1 \\ y_{kzp} &= y_5, \dot{y}_{kzp} = y_6, \dot{y}_6 = m_{kzp}^{-1} [b_2(y_2 - y_6) + c_2(y_1 - y_5)] - u_2 \\ y_{kpl} &= y_7, \dot{y}_{kpl} = y_8, \dot{y}_8 = m_{kpl}^{-1} [b_3(y_2 - y_8) + c_3(y_1 - y_7)] - u_3 \\ y_{kpp} &= y_9, \dot{y}_{kpp} = y_{10}, \dot{y}_{10} = m_{kpp}^{-1} [b_4(y_2 - y_{10}) + c_4(y_1 - y_9)] - u_4 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Так как, если  $f^0 \equiv 1$   $g^0 \equiv 0$ , то  $J(q_0, u(t), q(t)) = Tt_0$  в этом случае задачу (4)-(7) называют задачей быстрогодействия.

Рассматриваемый объект является стационарной системой и задача (4) означает, что  $f$   $U$  не зависят явно от времени, т.е.

$$f(t, q, u) = f(q, u), \quad U(t) = U \quad (15)$$

Если стационарные задачи (4), (12) имеют оптимальное управление  $q(t)$  и оптимальную траекторию  $q_0(t)$ , то существует ненулевой вектор сопряженных переменных  $(\psi_1(t), \psi_2(t))$ ,  $\psi(t) \in R^n$ , удовлетворяющий условиям (2), т.е. выполнено условие максимума (10)

$$\psi_0(t) = \text{const} \leq 0. \quad (16)$$

Так как сопряженные системы (9) и (9а) являются однородными относительно  $\psi_i$ , можно произвольным образом выбрать константу в уравнении (13) так, что

$$\psi_0(t) = -1 \quad 0 \leq t \leq T. \quad (17)$$

Из условий  $\max_{|u|<1} H$  следует  $u = \text{sign}\psi_2$  при  $\psi_2 \neq 0$ . Тогда краевая задача принципа максимума запишется в следующем виде:

-для горизонтальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= \text{sign}\psi_2 - m_m^{-1} [b_1(x_2 - x_4) - c_1(x_1 - x_3) - \\ &- b_2(x_2 - x_6) - c_2(x_1 - x_5) - b_3(x_2 - x_8) - \\ &- c_3(x_1 - x_7) - b_4(x_2 - x_{10}) - c_4(x_1 - x_9)] \\ x_4 &= m_{kzl}^{-1} [b_1(x_2 - x_4) + c_1(x_1 - x_3)] - \text{sign}\psi_2 \\ x_6 &= m_{kzl}^{-1} [b_2(x_2 - x_6) + c_2(x_1 - x_5)] - \text{sign}\psi_2 \\ x_8 &= m_{kzl}^{-1} [b_3(x_2 - x_8) + c_3(x_1 - x_7)] - \text{sign}\psi_2 \\ x_{10} &= m_{kzl}^{-1} [b_4(x_2 - x_{10}) + c_4(x_1 - x_9)] - \text{sign}\psi_2 \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

-для вертикальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= \text{sign}\psi_2 - m_m^{-1} [b_1(y_2 - y_4) - c_1(y_1 - y_3) - \\ &- b_2(y_2 - y_6) - c_2(y_1 - y_5) - b_3(y_2 - y_8) - \\ &- c_3(y_1 - y_7) - b_4(y_2 - y_{10}) - c_4(y_1 - y_9)] \\ \dot{y}_4 &= m_{kzl}^{-1} [b_1(y_2 - y_4) + c_1(y_1 - y_3)] - \text{sign}\psi_2 \\ \dot{y}_6 &= m_{kzl}^{-1} [b_2(y_2 - y_6) + c_2(y_1 - y_5)] - \text{sign}\psi_2 \\ \dot{y}_8 &= m_{kzl}^{-1} [b_3(y_2 - y_8) + c_3(y_1 - y_7)] - \text{sign}\psi_2 \\ \dot{y}_{10} &= m_{kzl}^{-1} [b_4(y_2 - y_{10}) + c_4(y_1 - y_9)] - \text{sign}\psi_2 \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Краевая задача принципа максимума в этих случаях состоит из системы (15) и (15а), граничных условий (2) и (3), вытекающих из (10), и условия (14).

Составим функцию Гамильтона–Понтрягина, которая имеет следующий вид [3, 5]:

-для горизонтальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} H_m &= \psi_0 + \psi_1 x_2 + \psi_2 \dot{x}_2 \\ H_{kzl} &= \psi_0 + \psi_1 x_4 + \psi_2 \dot{x}_4 \\ H_{kzp} &= \psi_0 + \psi_1 x_6 + \psi_2 \dot{x}_6 \\ H_{kpl} &= \psi_0 + \psi_1 x_8 + \psi_2 \dot{x}_8 \\ H_{kpp} &= \psi_0 + \psi_1 x_{10} + \psi_2 \dot{x}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

-для вертикальных колебаний

$$\left. \begin{aligned} H_y &= \psi_0 + \psi_1 y_2 + \psi_2 \dot{y}_2 \\ H_{kzl} &= \psi_0 + \psi_1 y_4 + \psi_2 \dot{y}_4 \\ H_{kzp} &= \psi_0 + \psi_1 y_6 + \psi_2 \dot{y}_6 \\ H_{kpl} &= \psi_0 + \psi_1 y_8 + \psi_2 \dot{y}_8 \\ H_{kpp} &= \psi_0 + \psi_1 y_{10} + \psi_2 \dot{y}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Отсюда ясно, что условие (10) выделит функцию  $u = \text{sign}\psi_2$ ,  $\psi_2 \neq 0$ .

Краевая задача (15) и (15а) в этом случае примет вид

$$H_i = -f^0 u + \psi_2(t) u_{\partial} \tag{22}$$

Переходим к исследованию (9), (17) в области

$$u_k = \text{sign}\psi_2(t) = \begin{cases} 1, \psi_2(t) > 1 \\ -1, \psi_2(t) < -1 \end{cases}, k = 2, 4, \dots, 2n, \tag{23}$$

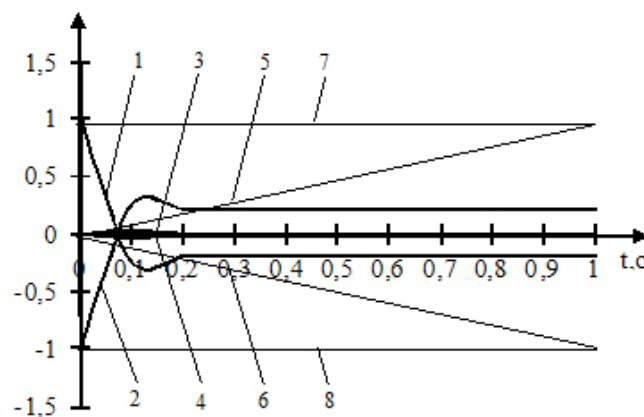
т. е. управление  $u_k(t)$  может иметь только одну точку переключения.

Таким образом, из принципа максимума Понтрягина получаем структуру оптимального управления движением направляющих колес хлопкоуборочной машины.

Для определения вспомогательных функций (9) и (9а) численным методом исследована сопряженная система с вариацией конструктивных параметров  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $m_i$ .

В результате получены графические зависимости скоростей и ускорений колебаний хлопкоуборочной машины, максимальные значения H-функции (рис. 2-6),

$\dot{x}_i, m/s$   $\ddot{x}_i$   $m/s^2, \psi_i, \dot{\psi}_i, H_i$



**Рис. 2** Графики переходных процессов: 1 - ускорения  $\ddot{x}_m, \ddot{x}_{kzl}, \ddot{x}_{kzp}, \ddot{x}_{kpl}, \ddot{x}_{kpp}$ ; 3 - скорости  $\dot{x}_m, \dot{x}_{kzl}, \dot{x}_{kzp}, \dot{x}_{kpl}, \dot{x}_{kpp}$ ; вспомогательные функции: 5 -  $\psi_1, \psi_2$ ; 7 -  $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$ ;  $H_m$  при  $u(t) = +1$  2 - ускорения  $\ddot{x}_m, \ddot{x}_{kzl}, \ddot{x}_{kzp}, \ddot{x}_{kpl}, \ddot{x}_{kpp}$ ; 3 - скорости  $\dot{x}_m, \dot{x}_{kzl}, \dot{x}_{kzp}, \dot{x}_{kpl}, \dot{x}_{kpp}$ ; вспомогательные функции: 6 -  $\psi_1, \psi_2$ ; 8 -  $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$ ;  $H_m$  при  $u(t) = 1$  для горизонтального колебания трактора

## 4 Обсуждение результатов

Вычислительный эксперимент проведен при следующих значениях параметров:

**Таблица 1**  
Значение скорости и ускорение в переходном процессе трактора

T, с	$\dot{X}_M;$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	$\dot{X}_{KЭЛ};$	
	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	$M/c$	$M/c^2$	
0	0	1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0	-1	0
0.1	0.03	-0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03	0.24	-0.03
0.2	0.0008	-0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008	0.2	-0.0008
0.3	0.0002	-0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002	0.2	-0.0002
0.4	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.5	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.6	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.7	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.8	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
0.9	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0
1	0	-0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0	0.2	0

**Таблица 2**  
Значение сопряженных систем и функции Гамильтона-Понтрягина в переходном процессе трактора

T, с	$\psi_1$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_2$	$H_M$	$\psi_1$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_2$	$H_M$
	$u=+1$					$u=-1$				
0	0	0.98	0	0.98	0.99	0	-0.98	0	-0.98	0.99
0.1	0.098	0.98	0.09	0.98	0.99	-0.098	-0.98	-0.09	-0.98	0.99
0.2	0.196	0.98	0.185	0.98	0.99	-0.196	-0.98	-0.185	-0.98	0.99
0.3	0.29	0.98	0.278	0.98	0.99	-0.29	-0.98	-0.278	-0.98	0.99
0.4	0.39	0.98	0.37	0.98	0.99	-0.39	-0.98	-0.37	-0.98	0.99
0.5	0.49	0.98	0.46	0.98	0.99	-0.49	-0.98	-0.46	-0.98	0.99
0.6	0.588	0.98	0.556	0.98	0.99	-0.588	-0.98	-0.556	-0.98	0.99
0.7	0.686	0.98	0.649	0.98	0.99	-0.686	-0.98	-0.649	-0.98	0.99
0.8	0.785	0.98	0.74	0.98	0.99	-0.785	-0.98	-0.74	-0.98	0.99
0.9	0.885	0.98	0.835	0.98	0.99	-0.885	-0.98	-0.835	-0.98	0.99
1	0.98	0.98	0.928	0.98	0.99	-0.98	-0.98	-0.928	-0.98	0.99

**Таблица 3**

Значения параметров функционирования ГТЗ для горизонтальных колебаний при прогибе шины  $h_{ш} = 10 \text{ мм} = 0.01 \text{ м}$

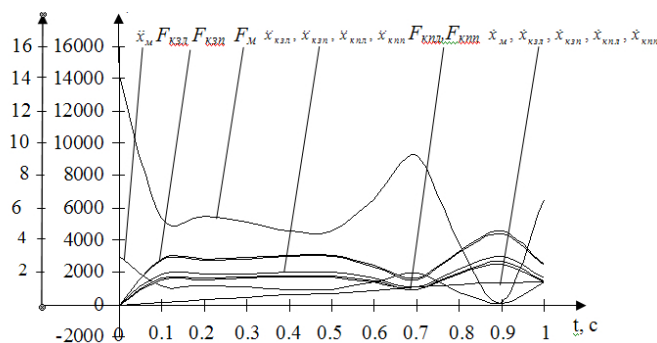
T, с	$\dot{x}_M, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_M, \text{ м/с}^2$	$F_M^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{кэл}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{кэл}, \text{ м/с}^2$	$F_{кэл}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{кэл}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{кэл}, \text{ м/с}^2$	$F_{кэл}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{кэл}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{кэл}, \text{ м/с}^2$	$F_{кэл}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{кэл}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{кэл}, \text{ м/с}^2$	$F_{кэл}^b, \text{ Н}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	2.98	14190	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.15	1.126	5351.02	0.145	1.86	2837.7	0.145	1.86	2744.7	0.145	1.86	1665.4	0.145	1.86	1591.01
0.2	0.299	1.15	5480.28	0.296	1.83	2796.2	0.296	1.83	2704.6	0.296	1.83	1641.1	0.296	1.83	1567.7
0.3	0.443	1.08	5129.6	0.44	1.9	2899.2	0.44	1.9	2804.1	0.44	1.9	1701.5	0.44	1.9	1625.46
0.4	0.578	0.96	4577.9	0.576	2.02	3085.9	0.576	2.02	2984.8	0.576	2.02	1811.1	0.576	2.02	1730.17
0.5	0.7	0.96	4578.2	0.7	2.02	3085.8	0.7	2.02	2984.7	0.7	2.02	1811.06	0.7	2.02	1730.1
0.6	0.850	1.37	6530.4	0.853	1.6	2459.1	0.853	1.6	2378.5	0.853	1.6	1443.2	0.853	1.6	1378.7
0.7	1.040	1.93	9184.1	1.048	1.05	1607.1	1.048	1.05	1554.4	1.048	1.05	943.2	1.048	1.05	901.06
0.8	1.210	0.8	3847.3	1.2	2.17	3320.5	1.2	2.17	3211.6	1.2	2.17	1948.7	1.2	2.17	1861.6
0.9	1.290	0.019	92.6	1.28	2.96	4526.01	1.28	2.96	4377.6	1.28	2.96	2656.2	1.28	2.96	2537.5
1	1.378	1.37	6510.9	1.388	1.6	2465.3	1.388	1.6	2384.5	1.388	1.6	1446.9	1.388	1.6	1382.2

**Таблица 4**

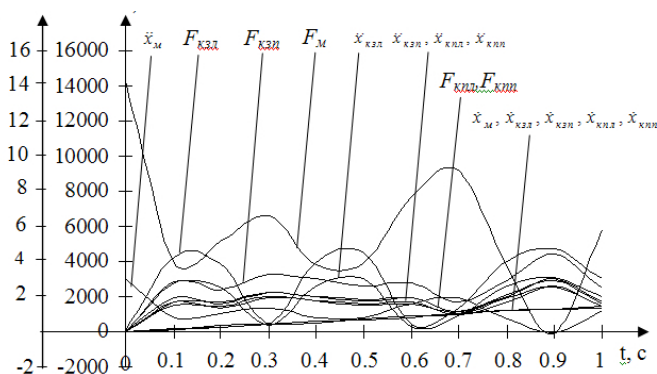
Значения параметров функционирования ГТЗ для горизонтальных колебаний при прогибе шины  $h_{ш} = 20 \text{ мм} = 0.02 \text{ м}$

T, с	$\dot{x}_M, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_M, \text{ м/с}^2$	$F_M^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{z1}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{z1}, \text{ м/с}^2$	$F_{z1}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{zp}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{zp}, \text{ м/с}^2$	$F_{zp}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{pl}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{pl}, \text{ м/с}^2$	$F_{pl}^b, \text{ Н}$	$\dot{x}_{pp}, \text{ м/с}$	$\ddot{x}_{pp}, \text{ м/с}^2$	$F_{pp}^b, \text{ Н}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	3.0	14250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.16	0.83	3965.1	0.097	2.78	4246.6	0.148	1.94	2861.02	0.15	1.7	1524.9	0.148	1.93	1652.3
0.2	0.28	1.07	5086.7	0.36	2.56	3904.4	0.286	1.62	2393.5	0.28	1.65	1477.2	0.28	1.62	1388.1
0.3	0.447	1.38	6570.9	0.44	3.3	513.9	0.437	2.2	3270.6	0.437	2.23	1997.8	0.437	2.2	1896.7
0.4	0.59	0.799	3796.4	0.52	2.58	3934.3	0.59	2.03	3002.6	0.59	1.98	1777.3	0.59	2.03	1739.2
0.5	0.7	0.83	3943.7	0.75	2.97	4531.5	0.7	1.77	2623.3	0.7	1.82	1629.6	0.7	1.78	1521.78
0.6	0.85	1.6	7673.1	0.89	0.29	453.2	0.85	1.9	2804.4	0.85	1.89	1693.7	0.85	1.9	1625.4
0.7	1.05	1.93	9199.8	1.0	0.89	1371.6	1.07	1.14	1685.9	1.06	1.135	1015.8	1.07	1.14	976.77
0.8	1.22	0.77	3680.7	1.2	2.62	3997.07	1.2	1.99	2944.2	1.2	2.14	1917.6	1.2	2.0	1710.3
0.9	1.29	-0.029	-137.66	1.29	3.1	4753.08	1.28	3.0	4433.57	1.28	2.9	2632.2	1.28	3.0	2568.7
1	1.37	1.23	5851.5	1.46	1.99	3040.4	1.39	1.69	2498.8	1.38	1.58	1413.7	1.39	1.69	1445.4





**Рис. 3** Характер изменения параметров движения четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом для горизонтальных колебаний при  $h_{sh} = 10mm$



**Рис. 4** Характер изменения параметров движения четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом для горизонтальных колебаний при  $h_{sh} = 20mm$

Системы (1), (1а), (9), (9а), (15), (15а) решены с применением численных методов Рунге-Кутты. Управление  $u_k(t)$ , доставляющее максимум функции (10), определено в области (18).

Вычислительный эксперимент проведен при следующих значениях параметров:

- для горизонтального колебания при прогибе шины  $h_{sh} = 10mm = 0.01m$ :  
 $c_1 = c_{zl} = 1496025N/m$ ;  $b_1 = b_{zl} = 1100480Ns/m$ ;  $c_2 = c_{zl} = 1446975N/m$ ;  $b_2 =$   
 $= b_{zp} = 106856.8Ns/m$ ;  $c_3 = c_{pl} = 877995Nm/rad$ ;  $b_3 = b_{pl} = 64838.85Nms/m$ ;  
 $c_4 = c_{pp} = 838755Nm/rad$ ;  $b_4 = b_{pp} = 61940.7Nms/m$ ;  $m_m = 4750kg$ ;  $m_{zl} =$   
 $= 1525kg$ ;  $m_{zp} = 1475kg$ ;  $m_{pl} = 895kg$ ;  $m_{pp} = 855kg$ ;  $r_{kz} = 0.785m$ ;  $r_{kp} =$   
 $= 0.43m$ ;  $h_n = 0.07m$ ;  $V_m = 1.38m/s$ ;  $F_m = 14190N$ .

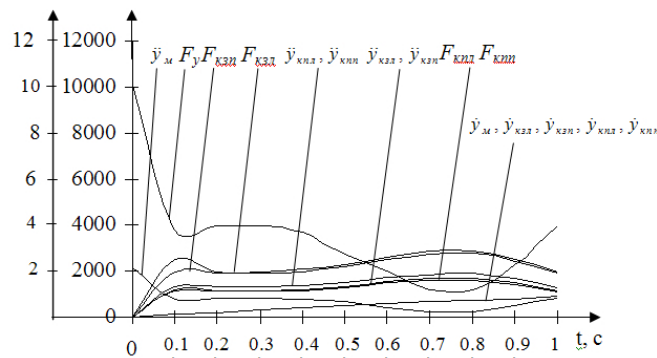
- для горизонтального колебания при прогибе шины  $h_{sh} = 20mm = 0.02m$ :  
 $c_1 = c_{zl} = 748012.5N/m$ ;  $b_1 = b_{zl} = 55239.55Ns/m$ ;  $c_2 = c_{zl} = 723487.5N/m$ ;  $b_2 =$   
 $= b_{zp} = 53428.4Ns/m$ ;  $c_3 = c_{pl} = 438997.5Nm/rad$ ;  $b_3 = b_{pl} = 32419.27Nms/m$ ;  
 $c_4 = c_{pp} = 419377.5Nm/rad$ ;  $b_4 = b_{pp} = 30970.26Nms/m$ ;  $m_m = 4750kg$ ;  $m_{zl} =$   
 $= 1525kg$ ;  $m_{zp} = 1475kg$ ;  $m_{pl} = 895kg$ ;  $m_{pp} = 855kg$ ;  $r_{kz} = 0.785m$ ;  $r_{kp} =$   
 $= 0.43m$ ;  $h_n = 0.07m$ ;  $V_m = 1.38m/s$ ;  $F_m = 14250N$ .

- для вертикального колебания при прогибе шины  $h_{sh} = 10mm = 0.01m$ :

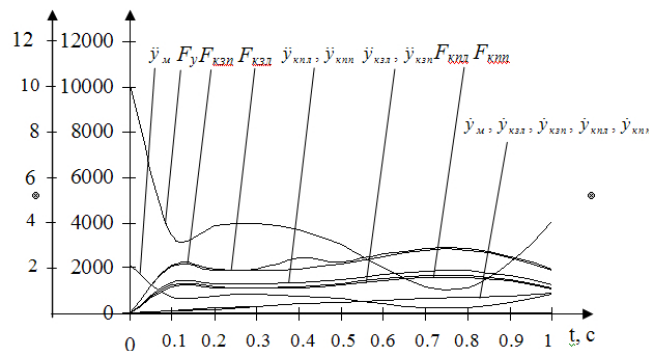
$c_1 = c_{zl} = 1496025N/m$ ;  $b_1 = b_{zl} = 1100480Ns/m$ ;  $c_2 = c_{zl} = 1446975N/m$ ;  $b_2 = b_{zp} = 106856.8Ns/m$ ;  $c_3 = c_{pl} = 877995Nm/rad$ ;  $b_3 = b_{pl} = 64838.85Nms/m$ ;  $c_4 = c_{pp} = 838755Nm/rad$ ;  $b_4 = b_{pp} = 61940.7Nms/m$ ;  $m_m = 4750kg$ ;  $m_{zl} = 1525kg$ ;  $m_{zp} = 1475kg$ ;  $m_{pl} = 895kg$ ;  $m_{pp} = 855kg$ ;  $r_{kz} = 0.785m$ ;  $r_{kp} = 0.43m$ ;  $h_n = 0.07m$ ;  $V_m = 1.38 m/s$ ;  $F_m = 10033.845N$ .

- для вертикального колебания при прогибе шины  $h_{sh} = 20mm = 0.02m$ :

$c_1 = c_{zl} = 748012.5N/m$ ;  $b_1 = b_{zl} = 55239.55Ns/m$ ;  $c_2 = c_{zl} = 723487.5N/m$ ;  $b_2 = b_{zp} = 53428.4Ns/m$ ;  $c_3 = c_{pl} = 438997.5Nm/rad$ ;  $b_3 = b_{pl} = 32419.27Nms/m$ ;  $c_4 = c_{pp} = 419377.5Nm/rad$ ;  $b_4 = b_{pp} = 30970.26Nms/m$ ;  $m_m = 4750kg$ ;  $m_{zl} = 1525kg$ ;  $m_{zp} = 1475kg$ ;  $m_{pl} = 895kg$ ;  $m_{pp} = 855kg$ ;  $r_{kz} = 0.785m$ ;  $r_{kp} = 0.43m$ ;  $h_n = 0.07m$ ;  $V_m = 1.38 m/s$ ;  $F_m = 10076.27N$ .



**Рис. 5** Характер изменения параметров движения четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом для вертикальных колебаний при  $h_{sh} = 10mm$



**Рис. 6** Характер изменения параметров движения четырехколесного универсально-пропашного трактора с бесступенчато регулируемым клиренсом для вертикальных колебаний при  $h_{sh} = 20mm$

Таблица 5

Значения параметров функционирования ГТЗ для вертикальных колебаний при прогибе шины  $h_{st}=10 \text{ мм} = 0.01 \text{ м}$ 

Т, с	$y_m, \text{ м/с}$	$\dot{y}_m, \text{ м/с}^2$	$F_{M6}, \text{ Н}$	$y_{zl}, \text{ м/с}$	$y_{zl}, \text{ м/с}^2$	$F_{ab}, \text{ Н}$	$y_{zp}, \text{ м/с}$	$y_{zp}, \text{ м/с}^2$	$F_{zpb}, \text{ Н}$	$y_{pl}, \text{ м/с}$	$y_{pl}, \text{ м/с}^2$	$F_{pb}, \text{ Н}$	$y_{pp}, \text{ м/с}$	$y_{pp}, \text{ м/с}^2$	$F_{zpb}, \text{ Н}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	2.11	10033.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.1	0.79	3787.5	0.1	1.3	2500.4	0.1	1300	1939.6	0.1	1.3	1176.9	0.1	1.3	1124.3
0.2	0.2	0.83	3943.5	0.2	1.28	1955.3	0.2	1280	1891.2	0.2	1.28	1147.5	0.2	1.28	1096.25
0.3	0.3	0.8	3931.1	0.3	1.284	1959.33	0.3	1284	1895	0.3	1.284	1149.9	0.3	1.284	1098.5
0.4	0.419	0.77	3678	0.418	1.338	2040.5	0.418	1338	1973.6	0.418	1.338	1197.5	0.418	1.338	1144.05
0.5	0.5	0.63	2696.3	0.5	1.48	2259.4	0.5	1480	2185.3	0.5	1.48	1326	0.5	1.48	1266.7
0.6	0.59	0.418	1985.6	0.59	1.69	2583.9	0.59	1690	2499.2	0.59	1.69	1516.45	0.59	1.69	1448.68
0.7	0.65	0.25	1193.9	0.65	1.86	2838.8	0.65	1860	2745.03	0.65	1.86	1665.6	0.65	1.86	1591.2
0.8	0.7	0.248	1181.5	0.7	1.863	2842.06	0.7	1863	2748.8	0.7	1.863	1667.9	0.7	1.863	1593.4
0.9	0.773	0.47	2270.2	0.775	1.63	2492.5	0.775	1630	2410.8	0.775	1.63	1462.8	0.775	1.63	1397.45
1	0.864	0.837	3977.7	0.867	1.27	1944.3	0.867	1270	1880.5	0.867	1.27	1141.09	0.867	1.27	1090.09

Таблица 6

Значения параметров функционирования ГТЗ и задних колес для вертикальных колебаний при прогибе шины  $h_{st}=20 \text{ мм} = 0.02 \text{ м}$ 

Т, с	$y_m, \text{ м/с}$	$\dot{y}_m, \text{ м/с}^2$	$F_{M6}, \text{ Н}$	$y_{zl}, \text{ м/с}$	$y_{zl}, \text{ м/с}^2$	$F_{ab}, \text{ Н}$	$y_{zp}, \text{ м/с}$	$y_{zp}, \text{ м/с}^2$	$F_{zpb}, \text{ Н}$	$y_{pl}, \text{ м/с}$	$y_{pl}, \text{ м/с}^2$	$F_{pb}, \text{ Н}$	$y_{pp}, \text{ м/с}$	$y_{pp}, \text{ м/с}^2$	$F_{zpb}, \text{ Н}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	2.12	10076.27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.1	0.728	3460.2	0.098	1.39	2124.1	0.098	1.39	2054.45	0.098	1.39	1246.6	0.098	1.39	1190.8
0.2	0.2	0.8	3878.1	0.2	1.3	1989.9	0.2	1.3	1924.7	0.2	1.3	1167.8	0.2	1.3	1115.6
0.3	0.3	0.83	3973.3	0.3	1.29	1970.7	0.3	1.29	1906.16	0.3	1.29	1156.6	0.3	1.29	1104.9
0.4	0.42	0.78	3707.5	0.42	1.34	2444.7	0.42	1.34	1977.6	0.42	1.34	1200	0.42	1.34	1146.37
0.5	0.5	0.64	3033.8	0.5	1.48	2260.9	0.5	1.48	2186.86	0.5	1.48	1326.9	0.5	1.48	1267.6
0.6	0.59	0.42	2006.22	0.59	1.7	2590.9	0.59	1.7	2505.9	0.59	1.7	1520.5	0.59	1.7	1452.6
0.7	0.658	0.247	1174.9	0.654	1.87	2857.7	0.654	1.87	2764.08	0.654	1.87	1677.18	0.654	1.87	1602.2
0.8	0.7	0.238	1133.04	0.7	1.88	2871.2	0.7	1.88	2777.1	0.7	1.88	1685.1	0.7	1.88	1609.78
0.9	0.776	0.47	2241.9	0.779	1.649	2515.2	0.779	1.649	2432.7	0.779	1.649	1476.1	0.779	1.649	1410.18
1	0.867	0.85	4040.38	0.874	1.27	1937.8	0.874	1.27	1874.3	0.874	1.27	1137.3	0.874	1.27	1086.46

Таким образом, равномерность движения машины зависит от массы и параметров управляемых осей, значения которых определены численным решением системы

(1), (1a) и сопряженной системы (9), (9a) с вариацией параметров движения  $F_i$  и конструктивных параметров  $b, c, m_i$  при заданных неровностях дороги.

## 5 Выводы

Физический смысл полученных результатов можно сформулировать следующим образом. Если в начальный момент времени выполняются условия, тогда оптимальное быстроедействие достигается при следующих управлениях. На отрезке времени  $[t_o, t]$  переносная сила  $u_n(t) = +1$  имеет максимальную величину. Значит, на отрезке  $[t_o, t]$  происходит режим  $\checkmark$  полный вперед и скорость машины повысится до  $V_m = 1.38m/s$ , и в этот момент колеса машины поднимаются на верхнюю грань неровности. На отрезке  $[t, T]$  машина спускается, а переносная сила переключается на  $u_d(t) = -1$ , т.е. происходит режим  $\checkmark$  полный назад, обеспечивая равномерность движения направляющих колес хлопкоуборочной машины.

Результаты вычислительных экспериментов показывают, что значение колебания трактора увеличивается при  $h_{sh} = 20mm$ . Выявлено, что неравномерное распределение массы между задними ведущими и передними управляемыми колесами приводит к нарушению движения колес трактора.

## Литература

- [1] *Азимов Б.М., Усманов И.И., Сулюкова Л.Ф., Саидов С.А.* Оптимальное управление движением направляющих колес хлопкоуборочной машины МХ-1.8 // Проблемы информатики и энергетики, 2012. № 4-5.
- [2] *Azimov B.M., Yakubjanova D.K.* Imitation modeling and calculation of the parameters of Lateral forces components of guide wheels of Cotton-picker МН-1.8 // International journal of advanced research in science, engineering and technology, 2018. Vol. 5. № 1. P. 5024-5032.
- [3] *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. — М.: Высшая школа, 1989.
- [4] *Бабашев К.А., Азимов М.Б.* Математическое моделирование и управление процессами испытания колесных машин // Информатика: проблемы, методология, технологии : материалы XVIII международной научно-методической конференции. — Том 5. — Воронеж: Вэлборн, 2018. С. 108-113.
- [5] *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988.
- [6] *Гуськов В.В.* Тракторы: Теория. — М.: Машиностроение, 1988.
- [7] *Смирнов Г.А.* Теория движения колесных машин. — М.: Машиностроение, 1990.

*Поступила в редакцию 17.10.2018*

UDC 62-503.55

## MODELING AND OPTIMAL MOTION CONTROL OF FOUR-WHEELED UNIVERSAL TRACTORS WITH STEPLESS ADJUSTABLE CLEARANCE

*Azimov B. M., Akhmedov Sh. A., Ruzikulov A. R., Azimov M. B.*

author@site.uz

Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies, Tashkent

The article presents the equations of motion of a four-wheeled universal tilled tractor with infinitely adjustable clearance. On the basis of the obtained equations of motion,

models and algorithms for optimal control of a four-wheeled universal tilled tractor with infinitely adjustable clearance are developed. Investigated the necessary conditions of movement optimal control through the use of the Pontryagin maximum principle. The values of horizontal and vertical oscillations of the tractor at uneven distribution of mass between the front and rear driven wheels are determined.

**Keywords:** four-wheeled universal-row tractor with infinitely adjustable clearance, modeling, optimal control.

**Citation:** Azimov B. M., Akhmedov Sh. A., Ruzikulov A. R., Azimov M. B. 2018. Modeling and optimal motion control of four-wheeled universal tractors with stepless adjustable clearance. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 6(18):22–34.

## References

- [1] Azimov B.M., Usmanov I.I., Sulyukova L.F., Saidov S.A. Optimal'noe upravlenie dvizheniem napravlyayushchikh koles khlopkouborochnoy mashiny MKh-1.8 // *Problemy informatiki i energetiki*, 2012. No. 4-5.
- [2] Azimov B.M., Yakubjanova D.K. Imitation modeling and calculation of the parameters of Lateral forces components of guide wheels of Cotton-picker MH-1.8 // *International journal of advanced research in science, engineering and technology*, 2018. Vol. 5. No. 1. P. 5024-5032.
- [3] Afanas'ev V.N., Kolmanovskiy V.B., Nosov V.R. *Matematicheskaya teoriya konstruirovaniya sistem upravleniya*. — M.: Vysshaya shkola, 1989.
- [4] Babashev K.A., Azimov M.B. Matematicheskoe modelirovanie i upravlenie protsessami ispytaniya kolesnykh mashin // *Informatika: problemy, metodologiya, tekhnologii : materialy XVIII mezhdunarodnoy nauchno-metodicheskoy konferentsii*. — Tom 5. — Voronezh: Velborn, 2018. S. 108-113.
- [5] Vasil'ev F.P. *Chislennyye metody resheniya ekstremal'nykh zadach*. — M.: Nauka, 1988.
- [6] Gus'kov V.V. *Traktory: Teoriya*. — M.: Mashinostroenie, 1988.
- [7] Smirnov G.A. *Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin*. — M.: Mashinostroenie, 1990.

*Received October 17, 2018*