

УДК 004.93

АНАЛИЗ НЕЧЕТКОЙ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Салиев Э.А.

старший научный сотрудник

Научно-инновационного центра информационно-коммуникационных технологий,

тел.: +(99871) 262-72-47, e-mail: saliyeve_ergash@mail.ru

Концепция нечеткой обработки и идентификации изображений предполагает использование подходов проблемно-ориентированной предварительной обработки, сохраняющей информационные признаки объектов. Она позволяет упростить и ускорить процесс обучения и выделения (идентификации) объекта на изображении для нечеткой обработки за счет использования информации об иерархии признаков, что сокращает затраты времени на обработку. В статье рассматривается нечеткое описание повышения контраста при нечеткой исходной информации.

Ключевые слова: цифровая обработка, изображение, аппарат нечетких множеств, повышение контраста, обучение, идентификация.

ANALYSIS OF FUZZY IMAGE PROCESSING

Saliyev E.A.

The concept of fuzzy processing and identification of images involves the use of problem-oriented approaches pretreatment, which preserves information attributes of objects. It allows to simplify and speed up the learning process and separation (identification) of an object in the image for fuzzy processing by using information about attributes of the hierarchy, which reduces the time required for processing. The article deals with the description of the fuzzy contrast enhancement with fuzzy initial information.

Keywords: digital processing, the image, the apparatus of fuzzy sets, contrast enhancement, teaching, identification.

ТАСВИРЛАРНИ НОРАВШАН ҚАЙТА ИШЛАШ ТАҲЛИЛИ

Салиев Э.А.

Норавшан қайта ишлаш концепцияси ва тасвирларнинг идентификацияси объектларнинг информацион белгиларини сақловчи муаммоли-йўналтирилган дастлабки қайта ишлашни талаб қилади. У белгилар иерархияси ҳақидаги ахборотдан фойдаланиш ҳисобига норавшан қайта ишлаш учун тасвирда объектларни ажратиш (идентификация) ва ўқитиш жараёнини тезлаштириш ва соддалаштириш имконини беради, бу қайта ишлаш учун вақтни қисқартиради. Мақолада норавшан қайта ишлаш учун ахборотда контрастни оширишнинг норавшан тавсифи кўриб чиқилган.

Таянч иборалар: рақамли қайта ишлаш, тасвир, норавшан тўпламлар аппарати, контрастни ошириш, ўқитиш, идентификация.

1. Введение

Концепция нечеткой обработки и идентификации изображений предполагает использование подходов проблемно-ориентированной предварительной обработки, сохраняющей информационные признаки объектов. Она позволяет упростить и ускорить процесс обучения и выделения (идентификации) объекта на изображении для нечеткой обработки за счет использования информации об иерархии признаков, что сокращает затраты времени на обработку. В статье рассматривается нечеткое описание повышения контраста при нечеткой исходной информации.

В последние годы значительно возрос интерес к электронным, цифровым и оптическим методам обработки изображений с целью повышения их качества. Этому способствовало повышение скорости работы, а также уменьшение стоимости и размеров цифровых вычислительных машин и технических средств обработки сигналов. Методы

обработки изображений уже играют значительную роль в научных исследованиях, промышленности, медицине, космических исследованиях и информационных системах. Примерами применения этих методов служат цифровая передача изображений с космических кораблей, видеотелефонная связь по телефонным каналам, повышение четкости изображений, создаваемых электронным микроскопом, коррекция искажений изображений, принимаемых из космоса, автоматический анализ характера местности, исследование природных ресурсов по фотоснимкам, передаваемым со спутников Земли, формирование и улучшение качества биологических и медицинских изображений, включая рентгенограммы, термограммы и изображения радиоизотопной диагностики, автоматическое составление карт по аэрофотоснимкам, обнаружение дефектов в деталях машин с помощью промышленных рентгенограмм. Нет сомнения, что со временем методы обработки изображений найдут еще более широкое применение

в медицине, во многих случаях облегчая врачу постановку диагноза, и в технике. Действия робота, наделенного «зрением», будут основываться на автоматическом анализе сцен. Эффективные методы кодирования изображений, по-видимому, позволят в будущем создать индивидуальные каналы двусторонней телевизионной связи как личного, так и служебного пользования.

При разработке и анализе систем обработки изображений удобно, а часто и необходимо иметь математическое описание подлежащих обработке изображений. Существуют три основных подхода к такому описанию: детерминированный, статистический и нечеткий. При детерминированном описании вводится математическая функция, представляющая изображение, и рассматриваются свойства изображения в каждой его точке. При статистическом описании изображение определяется усредненными характеристиками. При нечетком описании изображение определяется нечеткими усредненными характеристиками.

Цель данной статьи - в исследовании гибкой математической основы обработки изображений с использованием понятий интуитивной теории нечетких множеств. Образы в интуитивной нечеткой среде состоят из компонент, соответствующих функциям принадлежности и неопределенности, связанных со свойствами изображения. Эвристические и аналитические методы, представляющие данную модель, показывают, что неопределенность, присущая изображениям, исходит из различных исходных точек.

Теория нечетких множеств (ТНМ) [1] успешно применена ко многим задачам обработки изображений и распознавания образов. Нечеткие методы предлагают нелинейные или значимые рамки для борьбы с неоднозначностью и неопределенностью, часто присущих в цифровых изображениях, связанных в основном с определением различных элементов, таких как выделение границ областей, или понятий яркости и контрастности. Определение подходящей функции принадлежности для описания свойства изображения не является тривиальной задачей, так как это зависит от различных факторов, которые вносят различные виды неопределенности и, наконец, трансформируются в дополнительные неопределенности относительно самой функции принадлежности [2]. Таким образом, мы должны тщательно искать более гибкие, или даже интуитивные способы для того, чтобы смоделировать неопределенность. Среди различных понятий ТНМ интуитивные нечеткие множества (ИНМ), предложенные в [3], обеспечивают гибкое, устойчивое математическое значение, чтобы справиться, кроме наличия неопределенности, с нерешительностью, образующейся из-за несовершенной или неточной информации. ИНМ лучше отражают аспекты человеческого поведения. Обзор исследований по ТНМ приводится в [4,5].

Цель данной работы - в создании гибкой среды для обработки изображений, основанной на элементах теории ТНМ. Для анализа и синтеза изображения,

имеющего соответствующие интуитивные нечеткие компоненты, предлагаются эвристические и аналитические подходы.

2. Поэлементная обработка изображений

Сущность поэлементной обработки изображений сводится к следующему. Пусть $f(x, y)$ и $g(x, y)$ - значения яркости исходного и получаемого после обработки изображений соответственно в точке кадра, имеющей декартовы координаты x – номер строки и y – номер столбца.

Поэлементная обработка означает, что существует функциональная зависимость между этими яркостями:

$$g(x, y) = F(f(x, y)),$$

позволяющая по значению исходного сигнала определить значение выходного сигнала.

Задача контрастирования связана с улучшением согласования динамического диапазона изображения и экрана, на котором выполняется визуализация. Если для цифрового представления каждого отсчета изображения отводится 1 байт (8 бит) запоминающего устройства, то входной или выходной сигналы могут принимать одно из 256 значений. Обычно в качестве рабочего используется диапазон 0..255, при этом 0 при визуализации соответствует уровню черного, а значение 255 – уровню белого. Предположим, что минимальная и максимальная яркости исходного изображения равны f_{\min} и f_{\max} соответственно.

Если эти параметры или один из них существенно отличается от граничных значений яркостного диапазона, то визуализированное изображение выглядит как неудобное, утомляющее при наблюдении.

Часто бывает удобно рассматривать изображение как реализацию нечеткого случайного процесса. Введем порождающую изображения непрерывную случайную функцию $f(x, y)$ двух переменных пространственных координат x, y . Случайный процесс $f(x, y)$ полностью описывается совместной плотностью вероятности $P[A]$.

Далее приведем алгоритм линейного повышения контраста при нечеткой исходной информации [6].

Функции принадлежности $\mu^f(x, y)$ и $\mu^g(x, y)$ определяются следующим образом:

1. Нормализация:

$$u(x, y) = l \frac{f(x, y) - f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}.$$

2. Фаззификация:

$$\mu_i^f(x, y) = \frac{1}{1 + \frac{u(x, y) - c_i}{\sigma_f}}, \quad i = \overline{1, k}.$$

3. Уточнение фаззификации:

$$\mu_i^f(x, y) = \begin{cases} 2(\mu_i^f(x, y))^2, & 0 \leq \mu_i^f(x, y) \leq \frac{1}{2}, \\ 1 - 2(1 - \mu_i^f(x, y))^2, & \frac{1}{2} < \mu_i^f(x, y) \leq 1. \end{cases}$$

4. Нормализация:

$$v(x, y) = l \frac{g(x, y) - g_{\min}}{g_{\max} - g_{\min}}.$$

5. Фаззификация:

$$\mu_i^g(x, y) = \frac{1}{1 + \frac{v(x, y) - c_i}{\sigma_g}}, \quad i = \overline{1, k}.$$

6. Уточнение фаззификации:

$$\mu_i^g(x, y) = \begin{cases} 2(\mu_i^g(x, y))^2, & 0 \leq \mu_i^g(x, y) \leq \frac{1}{2}, \\ 1 - 2(1 - \mu_i^g(x, y))^2, & \frac{1}{2} < \mu_i^g(x, y) \leq 1. \end{cases}$$

Здесь c_i , σ_f и σ_g - параметры функции принадлежности.

Изображения, вводимые в компьютер, часто оказываются мало контрастными, т.е. у них изменения яркости малы по сравнению с её средним значением. При этом яркость меняется не от черного до белого, а от серого до чуть более светлого серого. То есть реальный диапазон яркости оказывается намного меньше допустимого (шкалы яркости). Задача повышения контраста заключается в «растягивании» диапазона яркости изображения на всю шкалу.

Эту задачу можно решить при помощи поэлементного преобразования линейного контрастирования

$$g(x, y) = af(x, y) + b,$$

т.е. берутся такие a и b , которые приводят нечеткие значения поля яркости к некоторым стандартным величинам. Здесь предварительно оценивается $M[f(x, y)]$, $\sigma[f(x, y)]$ и коэффициенты a , b выбираются так, чтобы для выходного поля получить $M[g(x, y)]$, $\sigma[g(x, y)]$:

$$\begin{aligned} \bar{g}(x, y) &= \frac{f(x, y) - M[f(x, y)]}{\sigma[f(x, y)]} \cdot \sigma[g(x, y)] + M[g(x, y)] = \\ &= \frac{\sigma[g(x, y)]}{\sigma[f(x, y)]} f(x, y) + M[g(x, y)] - M[f(x, y)] \frac{\sigma[g(x, y)]}{\sigma[f(x, y)]}, \end{aligned}$$

т.е.

$$a = \frac{\sigma[g(x, y)]}{\sigma[f(x, y)]}; \quad b = M[g(x, y)] - M[f(x, y)] \frac{\sigma[g(x, y)]}{\sigma[f(x, y)]};$$

здесь

$$\begin{aligned} M[f(x, y)] &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i(x, y) \cdot \mu_i^f(x, y)}{\sum_{i=1}^k \mu_i^f(x, y)}, \\ M[g(x, y)] &= \frac{\sum_{i=1}^k g_i(x, y) \cdot \mu_i^g(x, y)}{\sum_{i=1}^k \mu_i^g(x, y)}; \end{aligned}$$

$$g(x, y) = F(f(x, y)) = \begin{cases} 0, & \bar{g}(x, y) < 0 \\ \bar{g}(x, y), & 0 \leq \bar{g}(x, y) \leq 255 \\ 255, & \bar{g}(x, y) > 255 \end{cases}$$

3. Элементы интуитивной теории нечетких множеств

Понятие нечеткого множества, предложенное Заде Л.А. [1], было расширено Атанасовым К.Т. [3]. Введено понятие интуитивной теории нечетких множеств (ИНМ) [7, 8]. ИНМ описываются с помощью двух характеристических функций, выражающих степень принадлежности и степень непринадлежности элементов множества к ИНМ. Значения принадлежности и непринадлежности вызывают неопределенность значения индекса, который моделирует нерешительность в принятии решений о том, в какой степени объект удовлетворяет определенным свойствам. На самом деле, именно эта дополнительная степень свободы позволяет справиться с несовершенной или неточной информацией в гибких математических рамках. В 1993 г. Gau W.L. и Buehrer D.J. [9] предложили понятие неопределенных множеств. Bustince H. и Burillo P. [10] доказали, что понятие неопределенных множеств совпадает с ИНМ. Наконец, следует отметить, что ИНМ и интервальные значения нечетких множеств (ИЗНМ) являются изоморфными обобщениями ИНМ [11]. Таким образом, представленные рамки обработки изображений можно также рассматривать под действием ИЗНМ.

Нечеткое множество \tilde{A} , определенное в пространстве X , задается как [1]:

$$\tilde{A} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle | x \in X \},$$

где $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$ является функцией принадлежности \tilde{A} . Значение принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$ характеризует степень принадлежности $x \in X$ в \tilde{A} .

ИНМ A , определенная в пространстве, задается в виде [3]:

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \},$$

где

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1] \text{ и } \nu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

с условиями

$$0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$$

для всех $x \in X$.

Числа $\mu_A(x)$ и $\nu_A(x)$ обозначают степень принадлежности и степень непринадлежности x к A соответственно. В ИНМ интуитивный индекс элемента $x \in X$ в A определяется следующим выражением:

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x). \quad (1)$$

Рассмотрим $\pi_A(x)$ как нерешительную степень x в A [3]. Из (1) очевидно, что

$$0 \leq \pi_A(x) \leq 1$$

для всех $x \in X$.

Нечеткое множество может также быть представлено с использованием обозначения ИНМ.

Нечеткое множество \tilde{A} , определенное на X , может быть представлено в виде следующего ИНМ:

$$A = \{ \langle x, \mu_{\tilde{A}}(x), 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \rangle | x \in X \}$$

с $\pi_A(x) = 0$ для всех $x \in X$. А геометрическая интерпретация связи между ИНМ и ИНМ приводится в [12].

В [3] описано множество операций над ИНМ множествами A и B .

Оператор объединения \cup между A и B задается в виде

$$A \cup B = \{x, \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \min\{v_A(x), v_B(x)\} \mid x \in X\}.$$

Оператор пересечения \cap между A и B задается в виде

$$A \cap B = \{x, \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \max\{v_A(x), v_B(x)\} \mid x \in X\}.$$

Взаимодополняющее множество A^c множества A определяется как

$$A^c = \{x, v_A(x), \mu_A(x) \mid x \in X\}.$$

A улучшает B , обозначаясь в виде $A \leq B$, если $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ и $v_A(x) \geq v_B(x)$, для $\mu_B(x) \leq v_B(x)$,

или

$$\mu_A(x) \geq \mu_B(x) \text{ или } v_A(x) \leq v_B(x), \text{ или } \mu_B(x) \geq v_B(x)$$

эквиваленты для всех $x \in X$.

4. Интуитивная нечеткая обработка изображений

Рассмотрим изображение A размера $M \times N$ пиксель, наличие серого уровня r в диапазоне между 0 и $L-1$. При применении ИНМ для обработки изображений изображения могут рассматриваться как массив нечетких синглтонов. Каждый элемент массива указывает на значение принадлежности $\mu_A(g_{ij})$ серого уровня g_{ij} , соответствующее (i, j) -тому пикселю, в соответствии с предопределенными свойствами изображения, такими как яркость, резкость, однородность [13].

В виде обобщения этого подхода введем следующее представление изображения в интуитивной нечеткой среде.

Изображение A , описанное ИНМ

$$A = \left\{ \left\langle g_{ij}, \mu_A(g_{ij}), v_A(g_{ij}) \right\rangle \mid g_{ij} \in \{0, \dots, L-1\} \right\}, \quad (2)$$

с $i \in \{1, \dots, M\}$ и $j \in \{1, \dots, N\}$, где $\mu_A(g_{ij})$ и $v_A(g_{ij})$ обозначает соответственно степень принадлежности и непринаджности (i, j) -го пикселя к множеству в соответствии со свойствами изображения.

Функции μ_A и v_A соответствуют принадлежности и непринаджности к множествам компонентов изображения. Если вместо ИНМ мы рассмотрим нечеткое множество, то определение (2) приведет к одному из приведенных определений в [13-15].

Методы обработки изображений на основе теории ИНМ предоставляют гибкую математическую базу, для того чтобы справиться с «качественными» свойствами, такими как контрастность изображения в условиях неоднозначности и расплывчатости, часто присутствующих в цифровых изображениях.

В терминах интуитивной нечеткой обработки изображений (ИНОИ) вопрос, который, естественно,

возникает при попытке определить ИНМ яркости пикселей, можно сформулировать так: «как мы можем определить принадлежность и непринаджность функции серых уровней для описания изображения в интуитивном нечетком множестве (ИНМ)», или более понятным с человеческим восприятием: «как яркость серого уровня и как мы можем быть уверены, что он такой яркий?».

Неопределенность в изображениях исходит из различных факторов. Они влияют на нашу уверенность в принятии решения, является ли пиксель «серым» или «резким», и поэтому вводят определенные сомнения, связанные с соответствующей точкой. Определение принадлежности компонента A -ИНМ, описывающего яркость пикселей изображения, является более простой задачей, которая может быть проведена аналогичным образом, как и в традиционных нечетких системах обработки изображений. В представленной эвристической системе мы рассматриваем принадлежность значения уровня серого цвета g его нормализованному уровню интенсивности:

$$\mu_A(g) = \frac{g}{L-1}, \quad (3)$$

где $g \in \{0, \dots, L-1\}$. Следует отметить, что любой другой метод расчета μ_A также может быть применен.

Шум квантования является неотъемлемой частью любой физической системы, которая включает в себя аналого-цифровое преобразование. Для того чтобы смоделировать неточность этого типа серых уровней, было предложено понятие нечеткой гистограммы на основе нечетких чисел в [16].

Нечёткое число $\tilde{g} : R \rightarrow [0, 1]$ является нормальным и выпуклым. Мы ограничиваем наш выбор для симметричных нечетких чисел, концептуально подходящих для представления понятия «серый уровень примерно g ». Симметричное треугольное нечеткое число определяется как

$$\mu_{\tilde{g}}(x) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|x-g|}{p} \right\},$$

где положительный параметр p контролирует форму числа. Рассматривая уровни серого в виде нечетких чисел, в [15] понятие гистограммы определено в нечеткой обстановке. Нечеткая гистограмма цифрового изображения является последовательностью $h_A^f(g)$ с $g \in \{0, \dots, L-1\}$ и определяется как

$$h_A^f(g) = \left\| \left\{ \left\langle (i, j), \mu_{\tilde{g}_{ij}}(g) \right\rangle \mid i \in \{1, \dots, M\}, j \in \{1, \dots, N\} \right\} \right\|,$$

где $\|\cdot\|$ обозначает число элементов в нечетком множестве. Более того, $h_A^f(g)$ представляет собой частоту появления уровня яркости «примерно g ». Однако, из-за его определения, нечеткой гистограмме не удастся быть функцией плотности вероятности.

Нормированная гистограмма имеет вид

$$\tilde{h}_A^f(g) = \frac{h_A^f(g)}{\sum_{g=0}^{L-1} h_A^f(g)}$$

с $g \in \{0, \dots, L-1\}$.

Влияние ошибок квантования можно увидеть путем сравнения четких и нечетких гистограмм. В случае «жесткого» первого порядка статистики существует ряд уровней серого с нулевой или почти нулевой частотой появления из-за шумов квантования, в то время как уровни серого в их окрестности обладают высокой частотой [16]. Это не тот случай, когда рассматривается нечеткая гистограмма. Поэтому для того, чтобы моделировать неопределенности родом из шума квантования, колебания, соответствующие уровню серого изображения, должны быть пропорциональны нормированной абсолютной разнице между нормализованной четкой и нечеткой гистограммой:

$$\pi_A(g) \propto \frac{|\tilde{h}_A^c(g) - \tilde{h}_A^f(g)|}{\max_g \{|\tilde{h}_A^c(g) - \tilde{h}_A^f(g)|\}},$$

где \tilde{h}_A^c является нормированной гистограммой четких изображений.

Комбинируя все приведенные выше утверждения, смоделируем гистограмму $\pi_A(g)$, соответствующую серому уровню g изображения A , определенному в [13]:

$$\pi_A(g) = (1 - \mu_A(g)) \frac{|\tilde{h}_A^c(g) - \tilde{h}_A^f(g)|}{\max_g \{|\tilde{h}_A^c(g) - \tilde{h}_A^f(g)|\}}. \quad (4)$$

Легко увидеть, что степень четкости, вычисленная по (4), удовлетворяет условиям, описанным в (2). ИНМ в союзе с изображением A определяют компоненты принадлежности и четкости (3) и (4) соответственно.

Размытость изображения - это мера серости двусмысленности, связанная с пикселями изображения. Иногда требуется уменьшить в несколько раз количество размытости, присутствующее в изображении, в целях повышения контрастности между яркой и темной областями. Алгоритм контрастного усиления, основанный на минимизации нечеткости, предлагается в [13]:

$$\mu_{\tilde{A}}(g) = \left(1 + \frac{g_{\max} - g}{F_d}\right)^{-F_e},$$

где g_{\max} обозначает максимально серый уровень желаемого, и F_e, F_d являются экспоненциальным и деноминационным фаззификаторами соответственно, которые контролируют неопределенность в нечетких плоскостях. Фаззификатор F_d определяется как

$$F_d = \frac{g_{\max} - g}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{F_e}} - 1}.$$

Модификация принадлежности значений осуществляется с помощью оператора интенсификации [16] в следующем виде:

$$T_1(\mu_{\tilde{A}}(g)) = \begin{cases} 2(\mu_{\tilde{A}}(g))^2, & \text{если } 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(g) \leq \frac{1}{2}, \\ 1 - 2(1 - \mu_{\tilde{A}}(g))^2, & \text{если } \frac{1}{2} \leq \mu_{\tilde{A}}(g) \leq 1. \end{cases}$$

Последовательные применения оператора интенсификации T возможны по следующей схеме:

$$T_r(\mu_{\tilde{A}}(g)) = T_1\{T_{r-1}(\mu_{\tilde{A}}(g))\},$$

где $r = 1, 2, \dots$, - индекс результата дальнейшего уменьшения размытости изображения. В предельном случае $r \rightarrow \infty$, T_r производит двухуровневые (бинарные) изображения.

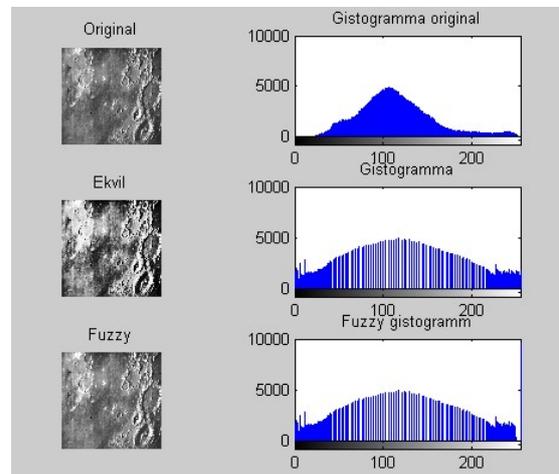
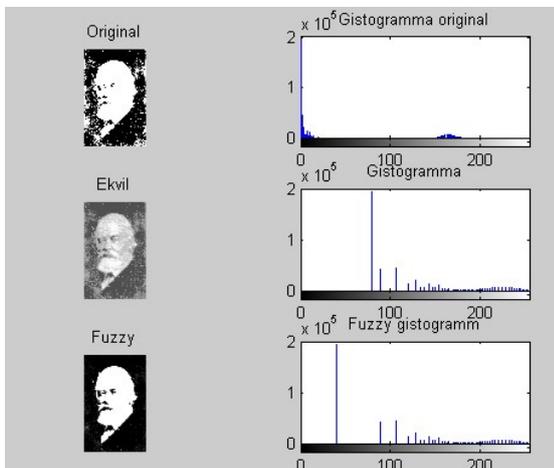
После модификации значений принадлежности дефаззификация выполняется в следующем виде:

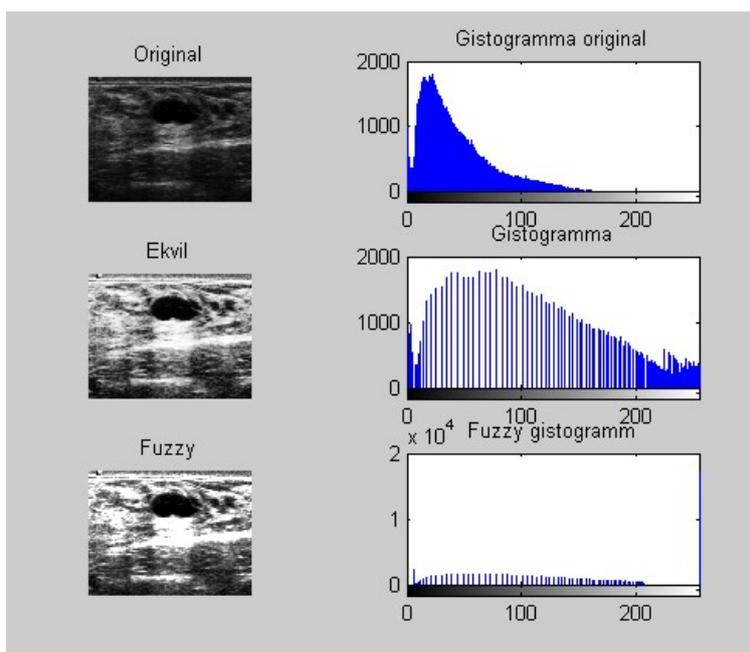
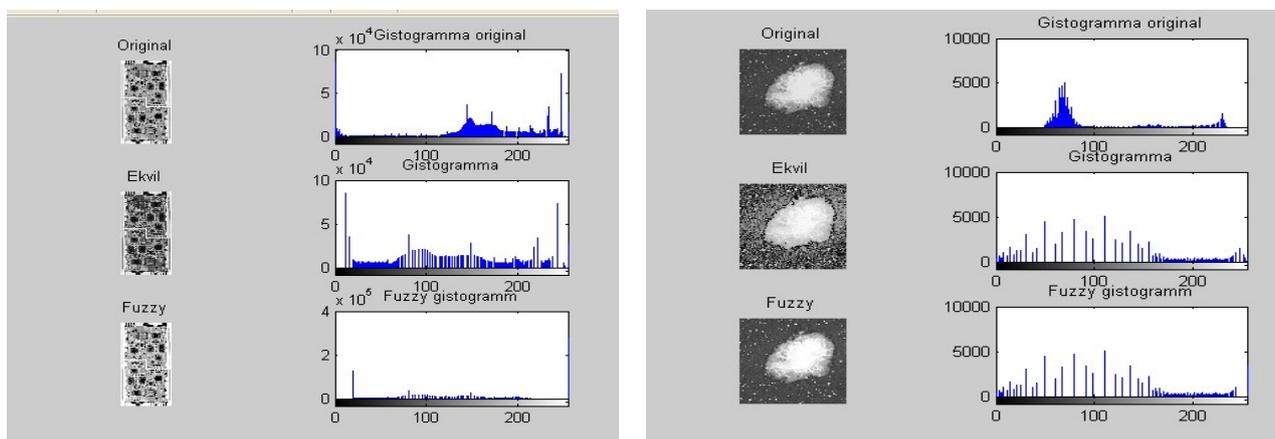
$$g' = \begin{cases} 0 & \text{если } \bar{g}' < 0, \\ \bar{g}' & \text{если } 0 \leq \bar{g}' \leq 255, \\ 255 & \text{если } \bar{g}' > 255, \end{cases}$$

где g' - новый серый уровень и \bar{g}' получается из обратной функции принадлежности как

$$\bar{g}' = g_{\max} - F_d \left((\mu'_{\tilde{A}}(g))^{\frac{-1}{F_e}} - 1 \right).$$

На рисунке приведены результаты работы рассмотренных алгоритмов на разных изображениях [17].





5. Заключение

Таким образом, при обработке изображений требуется по некоторым признакам выделять некоторые однородные области изображения. Этапы предварительной обработки изображения позволяют уменьшить влияние искажений на процесс

распознавания. На основе полученных результатов можно заключить, что предложенный интуитивный нечеткий подход вводит новый потенциал в решении различных задач обработки изображений, так как он предлагает гибкий и адаптируемый способ обработки неопределенности, присутствующий в цифровых изображениях.

Литература

- [1] Zadeh L.A. Fuzzy sets. Inf. Control. – 1965. – Vol. 8. – Pp. 338-353.
- [2] Mendel J.M. and John R.I.B. Type-2 fuzzy sets made simple. IEEE Trans. Fuzzy Syst. - 2002. - Vol. 10. – Pp. 117-127.
- [3] Atanassov K.T. Intuitionistic Fuzzy Sets: Theory and Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Physica-Verlag, Heidelberg, 1999.
- [4] Nikolova M., Nikolov N., Cornelis C., and Deschrijver G. Survey of the research on intuitionistic fuzzy sets. Advanced Studies in Contemporary Mathematics. – 2002. – Vol. 4. – Pp. 127-157.
- [5] Nikolova M., Nikolov N., Cornelis C., and Deschrijver G. Survey of the research on intuitionistic fuzzy sets. In: Proc. of the 6th Joint Conference on Information Science, (JCIS'02). - 2002. - Pp. 117-120.
- [6] Мухамедиева Д.Т., Салиев Э.А., Атаханов М.Х. Алгоритм линейного повышения контраста изображения при нечеткой исходной информации // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2015. - № 1(1). - С. 102-105.
- [7] Dubois D., Gottwald S., Hajek P., Kacprzyk J., and Prade H. Terminological difficulties in fuzzy set theory—The case of «Intuitionistic Fuzzy Sets». Fuzzy Sets Syst. 2005. – Vol. 156. - Pp. 485-491.

- [8] *Takeuti G. and Titani S.* Intuitionistic fuzzy logic and intuitionistic fuzzy set theory. *J. Symb. Log.* - 1984. - Vol. 49. - Pp. 851-866.
- [9] *Gau W.L. and Buehrer D.J.* Vague sets. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* - 1993. - Vol. 23. - Pp. 610-614.
- [10] *Bustince H. and Burillo P.* Vague sets are intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets Syst.* - 1996. - Vol. 79. – Pp. 403-405.
- [11] *Atanassov K.T. and Gargov G.* Interval valued intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets Syst.* - 1989. – Vol. 31. – Pp. 343-349.
- [12] *Szmidt E. and Kacprzyk J.* A fuzzy set corresponding to an intuitionistic fuzzy set. *Int. J. Uncertainty*
- [13] *Pal S.K. and King R.A.* Image enhancement using smoothing with fuzzy sets. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* - 1981. - Vol. 11. - Pp. 495-501.
- [14] *Luca A.D. and Termini S.* A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory. *Inf. Control.* – 1972. – Vol. 20. – Pp. 301-312.
- [15] *Szmidt E. and Kacprzyk J.* Entropy for intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets Syst.* - 2001. - Vol. 118. - Pp. 467-477.
- [16] *Jawahar C.V. and Ray A.K.* Fuzzy statistics of digital images. *IEEE Signal Process.Lett.* - 1996. – Vol. 3. – Pp. 225-227.
- [17] Berkeley Segmentation Dataset. (<http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/grouping/segbench>)